ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 2 luglio 1899.

Fisica terrestre. — *Riassunto della sismografia del terremoto del 16 novembre 1894*. Parte 1ª: *Intensità, linee isosismiche, registrazioni strumentali.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Per varie ragioni la Commissione incaricata dal Governo di studiare il terremoto del 16 novembre 1894 non ha potuto ancora pubblicare la sua relazione: questa si compone della parte geologica, della parte storico-topografica dei terremoti precedenti, della parte sismologica e della parte tecnica. Credo opportuno di dare intanto all' Accademia un riassunto della parte sismologica di cui sono relatore.

Intensità, linee isosismiche. — Abbiamo visitato 80 centri abitati fra i più tormentati dal terremoto: abbiamo avuto notizie particolareggiate di altri 20 dal R. Corpo del Genio civile di Reggio C., per altri 70 luoghi abbiamo ricavato i necessarî dati dal Supplemento N. 113 del Bullettino meteorico dell' Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica.

Per queste 170 località abbiamo prima fatto la graduazione dell' intensità degli effetti del terremoto, scrivendole nell' ordine del danno crescente; poi abbiamo espressa l' intensità in numeri secondo la scala Rossi-Forel; abbiamo poscia trasportato i detti numeri sopra carte topografiche, e quindi tracciate le linee isosismiche, date nell' unita figura 1.

L' area epicentrale, limitata dalla isosismica del grado 10, ove maggiori furono le rovine, è nel circondario di Palmi: comprende Seminara, Santa Eufemia, Sant' Anna, col massimo nella borgata di San Procopio.

Le massime dimensioni in chilometri e le superficie in chilometri quadrati comprese dalle diverse isosismiche sono le seguenti:

Isosismiche	Massima dimensione in Chilom.	Superficie in Chilom. quad.
10	15	80
9	40	806
8	97	9170
7	120	15780
6	160	24600
5	200	37670
4	280	54530
3	330	80350
2	415	113670

L'area epicentrale è reniforme, perchè comprende, fra Sinopoli e Melicuccà, uno spazio ove i danni furono minori. Le altre isosismiche sono all' ingrosso concentriche alla prima, ma irregolarmente, e deformate variamente; in generale si espandono notevolmente a ponente verso le Eolie, sono schiacciate e strette le une presso le altre a levante indicando con questo una rapida diminuzione dell'intensità, certamente prodotta dalla grande massa dell'Aspromonte. Inoltre si notano le seguenti anomalie:

L' isosismica 9 si estende molto verso Rosarno, città fondata sopra arena sciolta.

L' isosimica 8 si estende a nord in modo da comprendere Soriano, che fu centro di fortissimo terremoto al 28 marzo 1783; si estende anche verso la punta peloritana della Sicilia, indicando che essa fu singolarmente scossa.

L' isosismica 7 si estende a nord-est, verso Borgia che fu centro secondario di grandi scosse nel 1783.

L' isosismica 6 si estende a sud in modo da comprendere l' Etna.

L' isosismica 5 e seguenti si estendono verso sud-sud-est in modo da comprendere il focolare del grande terremoto del 1693 in Val di Noto.

Quest' andamento delle isosismiche indica o che gli antichi focolari geodinamici si risvegliarono al momento del terremoto del 1894, oppure che in quelle località la scorza terrestre, essendo sconquassata od anche rotta dai precedenti terremoti o dalle eruzioni, fu più fortemente agitata da questo terremoto. Siccome nè l' Etna, nè i vulcani, nè le fumarole, nè le altre manifestazioni delle forze endogene nelle Eolie diedero alcun indizio d'aumento di attività, la seconda spiegazione dell' andamento delle linee isosismiche pare più probabile.

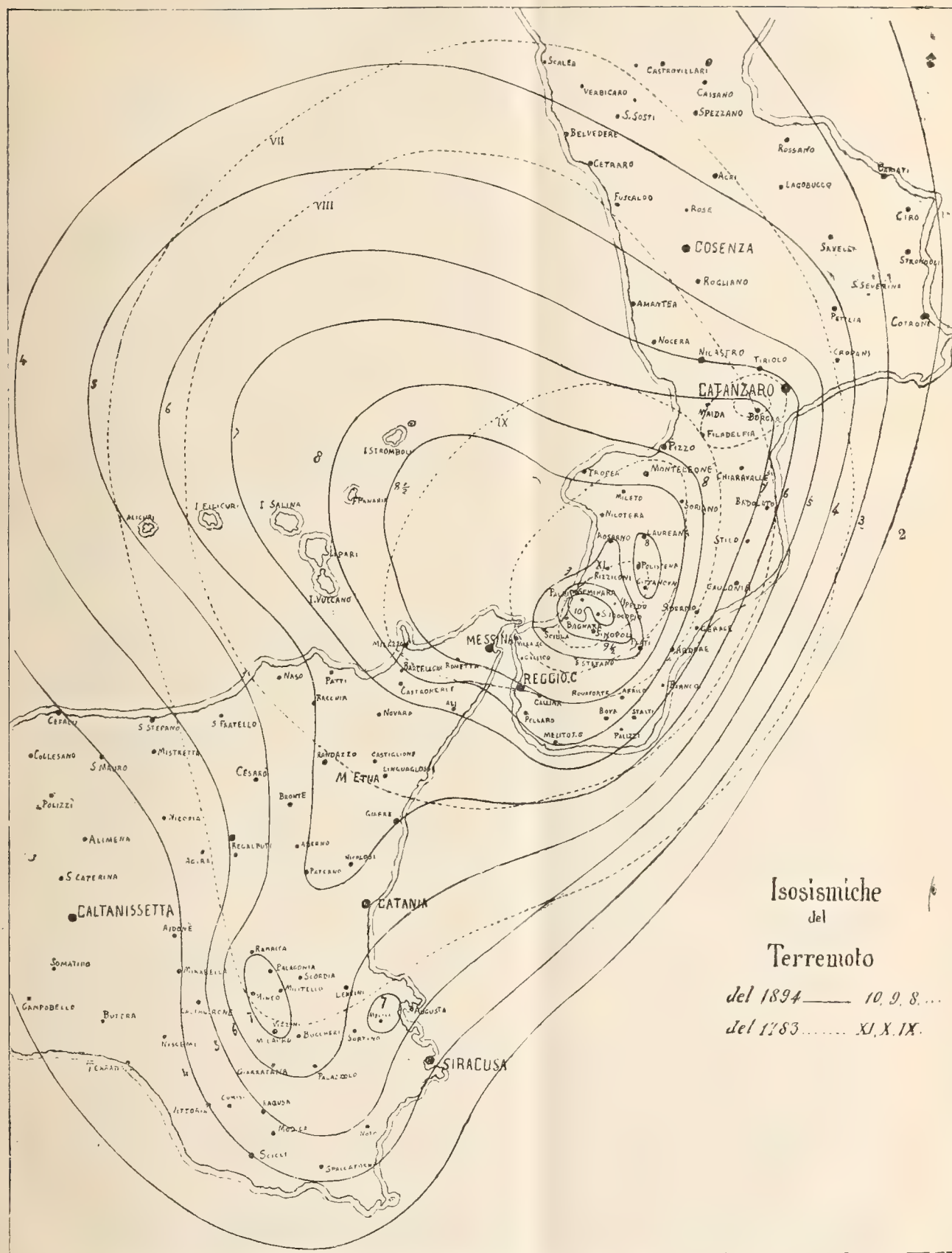
Inoltre, tracciando le isosismiche sopra una carta geologica, si osservano le seguenti relazioni del loro andamento colla costituzione del suolo.

Isosismiche
del
Terremoto
del 1894 ——— 10, 9, 8, ...
del 1783 .... XI, X, IX.
COSENZA
CATANZARO
MESSINA
REGGIO C.
CATANIA
SIRACUSA
CALTANISSETTA
M. Etna
I. STROMBOLI
I. SALINA
LIPARI
I. VULCANO
Pizzo
Monteleone
Nicastro
Amantea
Paola
Belvedere
Cetraro
Scalea
Castrovillari
Rossano
Cirò
Cotrone

Fig. 1.

La due zone di maggiore intensità del terremoto 10 e 9 giacciono sopra terreno vario, discontinuo, incoerente, ove si alternano il gneis disaggregato e roccie sedimentarie poco o nulla coerenti.

L' isosismica 8 segue a nord il limite settentrionale del granito di Briatico, a nord-est ed est segue il contorno del massiccio granitico di Serra San Bruno.

La isosismica 6 a nord segue il limite dei graniti di Catanzaro.

Le isosismiche 7, 6, 5, oltre l' istmo di Squillace, si stringono l' una presso l' altra, indicando una rapida diminuzione di intensità, che potrebbe dipendere dalla frattura della roccia cristallina che stacca la penisola costituente la Calabria Ulteriore I[a] dal resto della Calabria, che fu meno scosso.

L' isosismica 4 si allarga a nord-est in modo da varcare gran parte del massiccio granitico della Sila, e ne segue il limite orientale.

Tutto ciò dimostra che le linee isosismiche seguono il contorno dei grandi massicci cristallini, perchè questi trasmettono il movimento tellurico da un loro versante all' altro con minore diminuzione di intensità, in confronto a ciò che avviene nelle roccie sedimentarie. L' andamento dell' isosismica 6 potrebbe spiegarsi con un eguale portamento della grande massa dell' Etna; e quello dell' isosismica 5 con una analoga azione del massiccio basaltico di Monte Lauro.

Le anomalie delle isosismiche 7 e 6 sullo stretto di Messina si possono spiegare colla frattura del cristallino, corrispondente allo stretto medesimo.

Danni ai fabbricati. — È assai difficile il confronto dei danni ai fabbricati in paesi diversi, poichè varia è la costruzione, l' ampiezza, il valore delle case: nei grandi centri urbani le case sono grandi, hanno parecchi piani, parecchi appartamenti, molti ambienti, buona costruzione, grande valore (in media circa L. 800 per camera), contengono gran numero di abitanti (in media 10 per casa). Nei piccoli centri rurali, specialmente in Calabria, le case sono piccole, persino di due soli ambienti, sono di pessima costruzione, perfino di mattoni crudi, hanno minimo valore (in media circa L. 200 per camera), contengono una sola famiglia (in media 2 persone per camera).

Quindi i danni per abitante in un grande ed in un piccolo centro sono in media rispettivamente:

$$\frac{800^l \times 10^{amb}}{10^{ab}} = 800^l \quad \text{e} \quad \frac{200^l \times 2^{amb}}{4^{ab}} = 100^l.$$

Dunque il valore del danno per abitante è maggiore nei grandi centri per il valore molto più grande delle case, ed a ciò reca piccolo compenso l' essere abitate da maggior numero di persone.

Invece il numero relativo delle case danneggiate per abitante o per 10,000 abitanti, è maggiore nei piccoli centri per la cattiva costruzione e perchè il numero delle case è maggiore in ragione del numero degli abitanti.

Il numero relativo delle case danneggiate, in confronto al numero totale delle case, è maggiore nei piccoli centri, per la cattiva e povera costruzione.

In conclusione, considerando il valore del danno si esagera l'effetto del terremoto nei grandi centri; considerando il danno ai fabbricati, tanto relativamente al numero degli abitanti, che al numero delle case, si esagera l'effetto del terremoto invece nei piccoli centri abitati.

Non è dunque sperabile di avere la misura dell' intensità del terremoto dalle statistiche dei danni subiti dai fabbricati. Però queste statistiche costituiscono dati di fatto, che importa di raccogliere.

Il dato più semplice è quello dei comuni esentati dal pagamento delle imposte coi decreti del R. Commissario comm. Gallo.

In provincia di Reggio C., il limite inferiore dei danni per l'esenzione è dato da Siderno e Cittanova, ove l' intensità del terremoto da noi fu stimata $7\frac{1}{2}$, che corrisponde a lesioni leggere. Nel circondario di Monteleone il detto limite è dato da Parghelia, ove l' intensità del terremoto fu pure stimata $7\frac{1}{2}$. In provincia di Messina il detto limite è dato da Santo Stefano di Briga, ove l' intensità fu stimata 8.

Vi è dunque un notevole accordo nel limite dei danni per l'esenzione dalle tasse nelle diverse provincie funestate dal terremoto.

Per mezzo delle R. Prefetture abbiamo poi ottenuto dalle Agenzie delle imposte delle provincie di Reggio C. e Messina la statistica dei danni ai fabbricati, ossia il numero delle case che in ciascun comune furono danneggiate *leggermente* o *gravemente*, che crollarono *parzialmente* o *totalmente* e per alcuni comuni anche il valore del danno. Abbiamo poi ridotti questi numeri reali ai relativi per 10,000 abitanti; inoltre per avere l'effetto complessivo del terremoto, abbiamo moltiplicato i numeri relativi delle suddette quattro sopraindicate categorie di danni a, b, c, d rispettivamente pei coefficienti 1, 2, 3, 4, e poi abbiamo fatto le somme $(a + 2b + 3c + 4d)$, $(2b + 3c + 4d)$, $(3c + 4d)$, $(4d)$: le quali abbiamo ritenute proporzionali rispettivamente al danno di tutte le case danneggiate, delle case danneggiate gravemente, delle case crollate parzialmente, delle case crollate totalmente. Infine abbiamo fatto la graduazione delle diverse categorie di danni nei varî comuni, scrivendo il nome di questi nell'ordine dei danni decrescenti.

Nessuna di queste graduazioni coincide con quella ottenuta dalla ispezione dei luoghi devastati dal terremoto; in quella delle case crollate totalmente i piccoli centri risultano prima dei grandi centri quantunque più gravemente danneggiati: d'accordo con quanto si disse sopra sulla esagerazione dei danni nei piccoli centri, quando si mettono in rapporto alla popolazione. Qualche cosa d'analogo si trova anche nelle altre graduazioni.

Invece nella graduazione del valore del danno si nota una rilevante prevalenza dei grandi centri, anche quando notoriamente non furono i più danneggiati, sempre d'accordo alle considerazioni precedenti.

Abbiamo fatto la stessa discussione per le statistiche dei danni forniteci cortesemente dalla Direzione Tecnica dei lavori inerenti al terremoto (cui stava a capo il sig. colonnello del Genio militare A. Chiarle), nella speranza che questi dati, fossero in più stretta relazione coll' azione meccanica del terremoto, per essere stati preparati con unità di criterî *tecnici*, mentre quelli derivanti dalle diverse Agenzie delle imposte non possono avere unità di criterî, ed hanno poi scopo fiscale.

Ne abbiamo anche ricavato i danni relativi al numero delle case, e fatte le rispettive graduazioni; ma queste graduazioni discordano tanto da quelle derivanti dai dati delle Agenzie delle imposte come da quelle ottenute da noi colle ispezioni dei luoghi.

Coi numeri relativi del danno complessivo $(a + 2b + 3c + 4d)$, abbiamo tentato di tracciare le isosismiche, ma abbiamo ottenuto dei risultati assolutamente impossibili.

Dunque le statistiche dei danni ai fabbricati non possono servire a dare la misura, e neppure la graduazione dell' intensità dell' azione del terremoto nei varî luoghi, mentre ciò riesce colla applicazione della nota scala Rossi-Forel.

Però quelle statistiche forniscono il dato importante del danno reale e relativo nei varî comuni e nell' insieme delle provincie funestate dal terremoto; e si ha:

In 124 comuni danneggiati della provincia di Reggio C.

	Case danneggiate leggermente	Case danneggiate gravemente	Case crollate parzialmente	Case crollate totalmente
Numero reale . . .	20708	10488	3527	916
Per 10000 abitanti .	466	236	79	21
Per 10000 case . .	1973	1000	366	87

In 15 comuni danneggiati della provincia di Messina

	Case danneggiate leggermente	Case danneggiate gravemente	Case crollate parzialmente	Case crollate totalmente
Numero reale . . .	5349	4193	228	6
Per 10000 abitanti .	269	210	11	< 1
Per 10000 case . .	1850	1453	79	2

Inoltre da dati ufficiali risulta che il danno complessivo in prov. di Reggio C. fu di circa 25 milioni di lire.

Morti e feriti. — Anche il numero delle vittime può dare una idea della intensità di un terremoto: ma circostanze fortuite possono influire molto sul detto numero; come se il terremoto avvenne di giorno, quando la gente in gran parte è fuori, od almeno pronta per fuggire dalle case, o invece di notte quando tutti sono coricati od addormentati; oppure se avvenne nelle ore in cui la gente è raccolta in casa per i pasti, nelle chiese per devozione, nei convegni per divertimento.

Nel caso presente S. Procopio ha avuto anche il triste primato del numero di vittime, assoluto e relativo per popolazione, oltre che per causa della intensità, per essere ivi molte persone raccolte in chiesa.

In Palmi invece le vittime furono fortunatamente poche, perchè gran parte della popolazione era fuori dell'abitato in processione. In generale poi può dirsi che se in questo terremoto il numero dei morti e feriti non fu maggiore di quel che è stato, devesi in gran parte alle scosse premonitrici, anteriori alla maggiore delle $18^h, 50^m$, (specialmente quelle di ore $6\,{}^1/_4$ e di mezzodì), le quali misero in guardia quelle popolazioni, che di frequente sono provate da simili calamità e che conservano viva la tradizione delle antiche catastrofi.

Si ebbero a deplorare in tutto un centinaio di morti, più di 460 feriti gravemente e più di 500 feriti leggermente; la maggior parte delle vittime era nell'area epicentrale, quasi tutte entro l'isosismica 9, pochissime al di là.

Registrazione degli strumenti sismici. — La descrizione ed i dati forniti dagli strumenti sismici d'Italia e di Nicolajew (Russia) si trovano compendiati nella Tabella I: aggiungo che in Catania il terremoto fu registrato anche da un sismometrografo Brassart a lastra affumicata, il quale diede un bel sismogramma, ma che durò solo per un minuto, durata del movimento della lastra affumicata: però la parte prima e principale del terremoto può essere analizzata perfettamente con questa registrazione.

Essa comincia quando il movimento degli indici è 1,5 mm. di ampiezza (cioè quando quello del suolo è 0,15 mm.): le oscillazioni si mantengono piccole, inferiori al centimetro per 9^s; poi vengono le grandi oscillazioni, le quali dopo altri 23^s raggiungono la massima ampiezza di 43 mm. per la componente nord-sud, di 40 mm. per la est-ovest, di 9 mm. per la verticale; dopo l'oscillazione per le componenti orizzontali continua ancora, ed anche quando il carrello era fermo, ma meno ampia: invece cessa per la verticale.

Dalla composizione dei movimenti risulta che nei primi 9^s le oscillazioni preliminari furono quasi esclusivamente orizzontali colla direzione NE-SW, che prossimamente è quella dell'epicentro rispetto Catania, poi vengono diversi gruppi di grandi oscillazioni verticali ed orizzontali con direzioni varie: il periodo delle oscillazioni orizzontali (semplici) è $0^s,54$, minore dello strumentale che è $0^s,88$, e perciò le oscillazioni registrate non sono strumentali.

Il periodo delle oscillazioni verticali è alquanto più lento dello strumentale che è $0^s,25$. Prima e dopo il massimo in discorso si hanno oscillazioni di forma complicata, con periodo generalmente più lento dello strumentale.

Anche il puteometro registrò il movimento sismico; quest'apparato è applicato ad un pozzo profondo una trentina di metri, scavato attraverso tutte le lave, fino al terreno pliocenico; un galleggiante sull'acqua, mediante un filo metallico ed un congegno simile al parallelogramma di Watt, trasmette il movimento del livello dell'acqua ad una penna che lo registra in gran-

dezza reale sopra una carta che percorre m. 0,04 al giorno: si ha una oscillazione brusca di 17 mm. verso l'alto e di 14 mm. verso il basso, poi il livello ritornò presso a poco allo stato primitivo, restando uno spostamento della penna verso l'alto di solo 1 mm., che potrebbe essere anche strumentale, per inerzia o gioco delle parti del puteometro.

I pendoli sismografici (pendoli semplici che segnano le oscillazioni con un ago posato sopra un vetro affumicato) hanno dato dei sismogrammi complicati, indicanti variazioni del piano di oscillazione, coi seguenti risultati:

Lunghezza del pendolo	Massima ampiezza dell'oscillaz.	Direzione prevalente dell'oscillazione
$0^m.80$	17^{mm}	NW — S
1 73	18	NNW — SSE
2 60	16	N — S

cioè ampiezza presso che uguale e direzione prevalente all' incirca perpendicolare a quella dell' epicentro.

All' Osservatorio Etneo il forte movimento sussultorio fece strappare il filo d' ottone del diametro di 0,8 mm., che sosteneva la massa di 10 kg. del pendolo sismografico, ed il diagramma andò perduto.

In Catania i 5 tromometri di varia lunghezza (pendoli semplici e liberi che si osservano col microscopio) fino alle ore 18 del 16 nov. 1894 avevano piccole oscillazioni, di ampiezza ordinaria: però dalle 15^h in poi le oscillazioni erano divenute circolari od elittiche, il che è indizio di turbamento sismico; alle ore 18, cioè 50^m prima della grande scossa, il tromometro lungo m. 1,50, attaccato al pilastro fondato sulla lava, aveva una oscillazione di 27",4, veramente maggiore dell'ordinario, *con direzione all'epicentro* del terremoto; alle $19^h,40^m$, cioè 50^m dopo il terremoto, tutti i tromometri avevano amplissime oscillazioni, con direzione prevalente all' epicentro.

Dalle registrazioni degli strumenti sismici si ricavano anche i seguenti dati, che sono riportati nella tabella I.

Durata. — Sembrerebbe che la durata del terremoto registrata dovesse diminuire colla distanza, e ridursi ad un semplice segno del massimo di intensità nelle stazioni più lontane: ciò non si verifica, non solo per la diversità degli strumenti sismici, ma ancora perchè ormai è dimostrato che nei sismometrografi molto sensibili la durata della registrazione cresce colla distanza dal centro di scuotimento, sia per ripetute riflessioni dello scuotimento tellurico, sia per la diversa velocità di propagazione delle varie sorta di onde sismiche: ciò è evidente nella durata di 11 minuti della registrazione del sensibilissimo microsismografo Vicentini in Siena.

Si noterà poi che mentre la durata del terremoto avvertita dalle persone in Catania non fu che di pochi secondi e la scossa non fu avvertita affatto

dalle persone negli Osservatorî più lontani dall'epicentro, le registrazioni ebbero la durata di parecchi minuti.

Ampiezza. — L'ampiezza massima delle oscillazioni segnata dagli strumenti, divisa per l'ingrandimento può dare un' idea dell' ampiezza dell' oscillazione del suolo: nella tabella I si vede che è in generale decrescente colla distanza: l'anomalia del grande sismometrografo di Roma dipende dalla singolare grandezza della massa oscillante (200 kg.) per la quale sono insignificanti gli attriti delle penne e delle trasmissioni meccaniche del movimento alle medesime.

Intermittenze. — Tutte le persone che hanno fatto attenzione al modo di manifestarsi del terremoto, hanno notato che dopo raggiunto un primo massimo di intensità, parve che il suolo si acquetasse, ma poi il moto ripigliò con maggiore violenza. Gli strumenti registratori hanno dato parecchi gruppi di oscillazioni distinti da brevi periodi di calma.

In Catania il sismometrografo a lastra affumicata ha dato per lo meno tre gruppi di oscillazioni in tutte tre le componenti.

A Portici nella componente ENE-WSW vi sono tre gruppi, nella componente NNW-SSE cinque gruppi di oscillazioni. A Rocca di Papa nella componente NW-SE ve ne sono due. A Roma il sismometrografo medio nella componente NE-SW ne ha date due, tre o quattro nell'altra. A Siena la finissima registrazione del microsismografo dà nella componente WNW-ESE ben nove gruppi d'oscillazioni, separati da intervalli di riposo quasi completo: nella componente NNE-SSW si hanno circa altrettanti gruppi, però meno distinti.

Dunque deve ritenersi che la grande scossa risultasse di diversi impulsi distinti: ma è anche probabile che delle intermittenze sieno derivate da interferenze delle onde sismiche dirette e riflesse, od anche delle oscillazioni sismiche colle meccaniche dei pendoli degli strumenti sismici; e per le stazioni più lontane dall' epicentro è probabile che le intermittenze registrate derivassero anche dalla diversa velocità di propagazione delle differenti sorta di onde sismiche.

Direzione registrata. — Quando non è grande la velocità della carta o vetro su cui si fa la registrazione, non si può avere con sicurezza la direzione dell' oscillazione se non nel caso che il terremoto sia stato registrato da una sola componente. Ad ogni modo nella tabella I è indicata la direzione prevalente registrata, ricavata dai diagrammi meglio che si è potuto; confrontandola colla direzione dell' epicentro rispetto alla stazione, si vede che non si ha una decisa prevalenza della direzione delle oscillazioni colla or detta dell' epicentro; il che vuol dire che il movimento del suolo non è prodotto prevalentemente dalle onde sismiche longitudinali dirette, ma altresì da altre, dirette o riflesse.

La variabilità del piano d'oscillazione durante il terremoto, generalmente indicato dagli strumenti sismici è un'altra prova di ciò che si è detto sopra, sulla natura varia delle onde sismiche.

TABELLA I.

OSSERVATORI	Distanza dallo epicentro	Pendolo del sismometro			Principio	Massimo	Fine	Durata	Ampiezza		Direzione registrata prevalente	Direzione dello epicentro
		Lungh.	Peso	Ingran.					Osservata A	Ridotta A : Ingran.		
	hm	m	kg		h m s	h m s	h m s	m s	mm	mm		
Catania (1)	112	1. 0	10	10	18. 48. 50	18. 51. 57	18 55. 30	6. 40	30. 0	3. 0	NW — SE	NE
Portici (1) . » . .	318	1 0	20	10	18 48 50	18 51 0	18 55 50	5. 30	8. 2	0. 82	WNW — ESE	SE
Ischia	220	Pendoli orizzontali			18 53 0	18 53 30	—	—	—	—	NW — SE	SE
Rocca di Papa (2) . .	467	7 0	100	10	18 53 5	18 54 40	18 59 5	6. 0	3. 0	0. 3	N — S (5)	SE
Roma (O. C. R.) (4) . .	495	15 0	200	10	18 52 23	18 54 58	—	11. 23	56. 0	5. 6	ENE — WSW	SE
Id. (2). .	495	6 0	100	10	18 52 26	18 55 31	19 3 49	—	12. 5	1. 25	—	—
Id. (1). .	495	1 5	10	10	18 53 11	—	18 55 56	2. 45	1. 0	0. 1	—	—
Siena (3)	676	5 7	50	80	18 55 0	18 57 30	19 6 0	11. 0	26. 0	0. 325	WNW — E8E	SE
Pavia (1)	945	4 5	40	10	18 55 45	18 58 40	19 0 3	4. 28	0. 25	0. 025	N — S	SE
Nicolaiew	1623	Pendolo orizzontale			18 57 6	18 59 6	—	—	—	—	—	—

(1) Sismometrografo Brassart.
(2) Grande sismometrografo.
(3) Sismometrografo Vicentini.
(4) Grande sismometrografo a due velocità.
(5) Dai tromometri.

3ª classe: superficie per le quali gli invarianti che compaiono nelle equazioni (2) sono diversi da zero. Non è possibile per esse effettuare la precedente riduzione simultaneamente nelle due forme φ, χ; e le loro linee di curvatura non possono essere le intersezioni dei sistemi di superficie a due dimensioni di alcuno dei sistemi tripli ortogonali in esse esistenti. Veggasi il § 6.

§ 3. Considerando la seconda classe, io dimostro che una sola condizione è necessaria e sufficiente affinchè una superficie a tre dimensioni vi appartenga ed è la

$$\Sigma_r\, \alpha_r(\alpha_{r+1\,r+2} - \alpha_{r+2\,r+1}) = 0 \tag{8}$$

esprimente che le α_r sono proporzionali alle derivate di una medesima funzione; che la condizione precedente e le (5), associate, equivalgono alle

$$\alpha_{rs} = \alpha_{sr}\,, \tag{5'}$$

esprimenti che le α_r sono le derivate di una stessa funzione α; che infine le $\beta_r\,, \gamma_r$ sono proporzionali alle derivate di due funzioni $\varepsilon\,, \eta$. Eguagliando queste e la α a costanti si hanno le equazioni di tre sistemi di superficie costituenti nella superficie a tre dimensioni considerata un sistema triplo ortogonale.

Ora si consideri quella che il Ricci chiama equazione algebrica caratteristica della congruenza α_r nelle varietà φ, e che nel caso nostro si riduce a

$$\omega^2 + \omega\, \Delta_{21}(\alpha) + \Delta_{22}(\alpha) = 0 \tag{Ω}$$

Δ_{21} e Δ_{22} essendo i noti parametri differenziali di secondo ordine della funzione α. Se questa equazione ha le radici $\omega_h\,, \omega_k$ distinte, le $\beta_r\,, \gamma_r$ sono completamente definite dalle:

$$(\omega_k - \omega_h)\beta_r\beta_s = \omega_k(\alpha_{rs} - \alpha_r\alpha_s) + \alpha_{rs}\,; \quad (\omega_h - \omega_k)\gamma_r\gamma_s = \omega_h(\alpha_{rs} - \alpha_r\alpha_s) + \alpha_{rs} \tag{9}$$

ed è quindi pienamente determinato il sistema triplo ortogonale accennato. Se invece le radici della (Ω) sono eguali, il che è in sostanza espresso dalla condizione

$$4\Delta_{22}(\alpha) - \overline{\Delta_{21}(\alpha)}^2 = 0 \tag{V}$$

le $\beta_r\,, \gamma_r$ sono indeterminate ed è indeterminato il precedente sistema triplo ortogonale in quanto che, scelto ad arbitrio un sistema ortogonale al sistema $\alpha =$ cost. (determinando un integrale qualunque ε dell' equazione

$$\Sigma_r\, \alpha^{(r)} \frac{df}{dx_r} = 0$$

ed eguagliando ε ad una costante) ne esiste un terzo ortogonale ad entrambi, il parametro del quale si ottiene, secondo il § 13 della Memoria del Ricci

citata, determinando un integrale del sistema (che risulta completo) costituito dalla equazione differenziale precedente, e dall' altra della stessa specie:

$$\Sigma_r \, \varepsilon^{(r)} \frac{df}{dx_r} = 0 .$$

In ogni caso, riferita la superficie a tre dimensioni al sistema o ad uno di tali sistemi tripli ortogonali, l' elemento lineare assumerà la forma

$$ds^2 = d\alpha^2 + \mathrm{M}^2 \, d\varepsilon^2 + \mathrm{N}^2 \, dy^2 \tag{d}$$

i cui simboli di Riemann hanno i seguenti valori:

$$\left\{\begin{aligned} &\mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \alpha'^{(11)} = -\mathrm{MN}\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}\frac{d\mathrm{N}}{d\alpha} - \mathrm{M}\frac{d^2\mathrm{M}}{d\eta^2} - \mathrm{N}\frac{d^2\mathrm{N}}{d\varepsilon^2} + \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}\frac{d\mathrm{M}}{d\varepsilon}\frac{d\mathrm{N}}{d\varepsilon} + \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}}\frac{d\mathrm{M}}{d\eta}\frac{d\mathrm{N}}{d\eta} \\ &\alpha'^{(23)} = 0 \, ; \quad \mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \alpha'^{(22)} = -\mathrm{N}\frac{d^2\mathrm{N}}{d\alpha^2} \, ; \quad \mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \alpha'^{(33)} = -\mathrm{M}\frac{d^2\mathrm{M}}{d\alpha^2} \\ &\mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \alpha'^{(12)} = \mathrm{N}\left(\frac{d^2\mathrm{N}}{d\varepsilon \, d\alpha} - \frac{1}{\mathrm{M}}\frac{d\mathrm{N}}{d\varepsilon}\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}\right) ; \quad \mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \alpha'^{(13)} = \mathrm{M}\left(\frac{d^2\mathrm{M}}{d\eta \, d\alpha} - \frac{1}{\mathrm{N}}\frac{d\mathrm{M}}{d\eta}\frac{d\mathrm{N}}{d\alpha}\right) \end{aligned}\right. \tag{10}$$

Per esso, quelle fra le equazioni (III) che non si riducono a identità, si trasformano come segue:

$$\mathrm{G} = -\frac{1}{\mathrm{MN}}\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}\frac{d\mathrm{N}}{d\alpha} - \frac{1}{\mathrm{MN}}\left\{\frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{1}{\mathrm{M}}\frac{d\mathrm{N}}{d\varepsilon}\right) + \frac{d}{d\eta}\left(\frac{1}{\mathrm{N}}\frac{d\mathrm{M}}{d\eta}\right)\right\} \tag{e}$$

$$\frac{d^2\mathrm{M}}{d\alpha^2} = 0 \, ; \quad \frac{d^2\mathrm{N}}{d\alpha^2} = 0 \, ; \quad \frac{d^2\mathrm{M}}{d\alpha d\eta} = \frac{1}{\mathrm{N}}\frac{d\mathrm{M}}{d\eta}\frac{d\mathrm{N}}{d\alpha} \, ; \quad \frac{d^2\mathrm{N}}{d\alpha d\varepsilon} = \frac{1}{\mathrm{M}}\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}\frac{d\mathrm{N}}{d\varepsilon} \tag{11}$$

di cui la prima definisce la curvatura di Gauss della superficie, le altre sono equazioni di condizione per i coefficienti M , N. La (6) espressa con le nuove variabili e integrata dà

$$\mathrm{G} \, . \, \mathrm{MN} = \mathrm{A}(\varepsilon \, , \eta) \tag{6'}$$

A essendo simbolo di funzione arbitraria, e le (5) e (8) sono, come è naturale, identicamente soddisfatte. Inoltre le (I) definiscono, sia o no la superficie deformabile, tre delle funzioni b_{rs} come segue:

$$b_{11} = b_{12} = b_{13} = 0 \, ,$$

talchè, riferita la seconda forma fondamentale d' una superficie a tre dimensioni della classe Γ alle coordinate ortogonali precedenti, scompaiono in esse i termini contenenti il differenziale $d\alpha$. Infine le (I) stesse definiscono una quarta delle funzioni b_{rs} per mezzo della formola

$$b_{22} \, b_{33} - b_{23}^2 = \mathrm{G} \, . \, \mathrm{M}^2\mathrm{N}^2 \, , \tag{12}$$

mentre la (V) si riduce alla

$$\frac{1}{\mathrm{M}}\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha} = \frac{1}{\mathrm{N}}\frac{d\mathrm{N}}{d\alpha} \tag{13}$$

§ 4. Si osservi che la condizione affinchè una superficie a tre dimensioni a curvatura totale nulla appartenga alla classe Γ è espressa da una equazione, la (8), che da una parte sarebbe facile porre sotto forma invariantiva, e dall' altra non dipende se non dai coefficienti dell' elemento lineare. Posto che la superficie sia deformabile, tale condizione sussiste anche per tutte le sue deformate, in quanto che esse hanno in comune l' elemento lineare; ossia *ogni deformata di una superficie della classe Γ appartiene alla classe stessa.* Anzi, come questa può dividersi in due sottoclassi, ascrivendo alla prima tutte le superficie per cui è verificata la condizione (V), alla seconda tutte le altre, ripetendo le considerazioni precedenti si concluderà che tutte le deformate delle superficie di ciascuna sottoclasse rimangono nella sottoclasse medesima.

Se le radici della (Ω) sono eguali, l' integrazione combinata delle (11) e (13) conduce ai due tipi di elementi lineari seguenti:

$$(f) \qquad ds^2 = d\alpha^2 + f^2(\varepsilon, \eta)\, d\varepsilon^2 + \varphi^2(\varepsilon, \eta)\, d\eta^2$$

$$(g) \qquad ds^2 = d\alpha^2 + \alpha^2 [f^2(\varepsilon, \eta)\, d\varepsilon^2 + \varphi^2(\varepsilon, \eta)\, d\eta^2].$$

Conviene studiare la deformabilità delle superficie appartenenti alla sottoclasse che si considera direttamente sulle equazioni (II). Trasformando queste col riferirsi all' elemento lineare (d), si ha:

$$(14) \left\{ \begin{aligned} & b_{23}\left(\frac{1}{M}\frac{dM}{d\alpha} - \frac{1}{N}\frac{dN}{d\alpha}\right) = 0 \\ & \frac{db_{22}}{d\alpha} - \frac{1}{M}\frac{dM}{d\alpha} b_{22} = 0; \quad \frac{db_{33}}{d\alpha} - \frac{1}{N}\frac{dN}{d\alpha} b_{33} = 0; \quad \frac{db_{23}}{d\alpha} - \frac{1}{M}\frac{dM}{d\alpha} b_{23} = 0 \\ & \frac{db_{22}}{d\eta} - \frac{db_{23}}{d\varepsilon} - \frac{1}{M}\frac{dM}{d\eta} b_{22} - \frac{M}{N^2}\frac{dM}{d\eta} b_{33} + \left(\frac{1}{M}\frac{dM}{d\varepsilon} - \frac{1}{N}\frac{dN}{d\varepsilon}\right) b_{23} = 0 \\ & \frac{db_{33}}{d\varepsilon} - \frac{db_{23}}{d\eta} - \frac{1}{N}\frac{dN}{d\varepsilon} b_{33} - \frac{N}{M^2}\frac{dN}{d\varepsilon} b_{22} + \left(\frac{1}{N}\frac{dN}{d\eta} - \frac{1}{M}\frac{dM}{d\eta}\right) b_{23} = 0 \end{aligned} \right.$$

a cui deve associarsi l' equazione che risulta dall' eliminazione di G fra la (e) e la (12), cioè la:

$$(15) \qquad \frac{b_{23}^2 - b_{22}\, b_{33}}{MN} = \frac{dM}{d\alpha}\frac{dN}{d\alpha} + \frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{1}{M}\frac{dN}{d\varepsilon}\right) + \frac{d}{d\eta}\left(\frac{1}{N}\frac{dM}{d\eta}\right).$$

Nel caso dell' elemento lineare (f) tutte queste equazioni si riducono a tre che coincidono con le due equazioni di Codazzi e con l' equazione di Gauss appartenenti alle superficie a due dimensioni dello spazio euclideo:

$$(16) \qquad ds_1^2 = f^2(\varepsilon, \eta)\, d\varepsilon^2 + \varphi^2(\varepsilon, \eta)\, d\eta^2$$

Quindi le due seconde forme fondamentali delle superficie a tre dimensioni (f)

e delle superficie (16) coincidono; e le prime sono deformabili avendosi una deformazione di esse per una deformazione delle (16) e reciprocamente.

Nel secondo caso tre delle equazioni (14) sono soddisfatte con

$$b_{22} = \alpha b'_{22}\,; \quad b_{33} = \alpha b'_{33}\,; \quad b_{23} = \alpha b'_{23}$$

essendo b'_{22}, b'_{33}, b'_{23} funzioni di ε, η soltanto; eseguendo questa sostituzione nelle equazioni rimanenti e nella (15), trovasi che tali funzioni devono soddisfare a tre condizioni, di cui due coincidono con le equazioni di Codazzi relative alle superficie (16) dello spazio euclideo; l'altra:

$$\frac{b'^2_{23} - b'_{22}\,b'_{33}}{f^2(\varepsilon,\eta)\,\varphi^2(\varepsilon,\eta)} = 1 + \frac{1}{f\cdot\varphi}\left\{\frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{1}{f}\frac{d\varphi}{d\varepsilon}\right) + \frac{d}{d\eta}\left(\frac{1}{\varphi}\frac{df}{d\eta}\right)\right\}$$

differisce dall'equazione di Gauss relativa alle superficie stesse per un addendo costante. Segue anche qui che le varietà a tre dimensioni di elemento lineare (g) sono deformabili con altrettanta arbitrarietà quanta è consentita ad una superficie (16) dello spazio euclideo. Talchè dato l'elemento lineare in coordinate ortogonali di una superficie a due dimensioni *qualunque* dello spazio euclideo, si possono costruire immediatamente in (f), (g) gli elementi lineari di due distinte superficie a tre dimensioni a curvatura totale nulla, della classe Γ, deformabili; si hanno così tutte le varietà della sottoclasse ora studiata.

§ 5. Se le radici dell'equazione (Ω) sono distinte, abbiamo visto che le β_r, γ_r e quindi il sistema triplo ortogonale a cui appartengono le superficie $\alpha = \text{cost.}$, sono pienamente determinate, e sono quindi determinate le linee di curvatura della superficie a tre dimensioni, in quanto che esse risultano dall'intersezione due a due dei sistemi di superficie a due dimensioni, che compongono il sistema triplo stesso. E poichè la composizione di questo non dipende che dall'elemento lineare, e perciò non varia nella deformazione della superficie, ne segue che *se una superficie a tre dimensioni della sottoclasse che ora si considera è deformabile, nella deformazione si conservano le linee di curvatura.*

Lo studio di tale deformazione può farsi tanto sulle equazioni (14), (15), di cui è facile, posto che è $b_{23} = 0$, scrivere la forma ridotta; quanto sulle (7) che, sostituendo alle β_r, γ_r i loro valori (9) e riferendoci alle nuove coordinate, dànno:

$$(17)\quad \frac{dz}{d\alpha} = -2z\frac{d\log M}{d\alpha}\,;\quad G\frac{dz}{d\varepsilon} = 2z\left\{\frac{dG}{d\varepsilon} + (G-z)\frac{d\log N}{d\varepsilon}\right\};\quad \frac{dz}{d\eta} = 2(G-z)\frac{d\log M}{d\eta}.$$

A queste dovranno associarsi le equazioni che risultano eguagliando i valori delle derivate miste di secondo ordine della funzione incognita z: esse si riducono ad una, che può ottenersi facilmente anche in coordinate generali: i coefficienti di tale equazione hanno forma invariantiva, e non dipendono che

dai coefficienti dell' elemento lineare. Riferita alle coordinate ortogonali α, ε, η, tale equazione è:

$$(18)\qquad z^2 M \frac{d}{d\eta}\left(\frac{P}{G}\right) - z\left(M^2\frac{dP}{d\eta} + N^2\frac{dQ}{d\varepsilon} + \frac{d^2\log G}{d\varepsilon\, d\eta}\right) + G^2N^2\frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{Q}{G}\right) = 0$$

dove è posto:

$$P = \frac{1}{M^2}\;\frac{d\log N}{d\varepsilon};\quad Q = \frac{1}{N^2}\;\frac{d\log M}{d\eta}.$$

Se i coefficienti di essa sono eguali a zero, la funzione z, che è la sola incognita da cui dipende ancora la determinazione di quelle fra le b_{rs}, che non risultano definite dalle considerazioni precedenti (cioè delle b_{22}, b_{33}), si otterrà dall' integrazione del sistema d' equazioni a derivate parziali (17), che risulta allora incondizionatamente integrabile, e nell' espressione che se ne otterrà sarà contenuta l' arbitrarietà che deriva dall' integrazione stessa: arbitrarietà che è rappresentata da una costante. Se allora l' elemento lineare (d) appartiene ad una superficie a tre dimensioni, per il che è necessario ancora, e basta, che i suoi coefficienti verifichino le (11) e la (6′) [1], questa sarà deformabile.

Se i coefficienti della (18) non sono nulli, essa fornisce, algebricamente, uno o due valori di z, uno almeno dei quali dovrà, affinchè l' elemento lineare (d) appartenga ad una superficie a tre dimensioni, verificare le (17), che risultano allora equazioni di condizione per i coefficienti di (d), oltre alle (11) e (6′) o, come s'è detto, alle loro equivalenti in coordinate generali. Se questo avviene, saranno definiti, salvo i segni, al più due sistemi di funzioni b_{rs} relativi all' elemento lineare (d), e la superficie a tre dimensioni ammetterà, al più, due distinte configurazioni. In caso contrario l' elemento stesso non è suscettibile di rappresentare una superficie a tre dimensioni.

Ora, mediante l' integrazione del sistema (11), avuto riguardo anche alla (6′), si possono determinare alcune forme tipiche possibili per l' elemento lineare della superficie della classe Γ; sviluppando poi per ciascuna di esse le considerazioni precedenti, derivanti dall'impiego della equazione (18), si potranno in ciascuna separare i sotto-tipi caratteristici delle superficie deformabili e delle superficie non deformabili, rimanendo così implicitamente determinate le forme dell' elemento (d) che non appartengono a superficie a tre dimensioni. Non m' è possibile, in questa Nota, che limitarmi ad un esempio.

Una delle accennate forme tipiche è:

$$(19)\qquad ds^2 = d\alpha^2 + d\varepsilon^2 + [\alpha + H(\varepsilon, \eta)]^2\, d\eta^2$$

[1] Se queste equazioni non sono state verificate sotto la loro forma generale (III), (6).

Gli elementi lineari di questo tipo appartenenti a superficie deformabili sono tutti e soli i seguenti:

$$ds^2 = d\alpha^2 + d\varepsilon^2 + [\alpha + f(\varepsilon)\,\sigma(\eta) + \tau(\eta)]^2\, d\eta^2$$

nei quali $f, \sigma, \frac{df}{d\varepsilon}, \frac{d^2f}{d\varepsilon^2}$ devono essere funzioni finite e non nulle e τ finita. Un esempio di particolari superficie del tipo stesso non deformabili si ha in

$$ds^2 = d\alpha^2 + d\varepsilon^2 + [\alpha + \sigma(\eta)\,\mathrm{sen}\,\varepsilon + \tau(\eta)\cos\varepsilon + \psi(\eta)]^2\, d\eta^2$$

purchè le funzioni σ, τ, ψ non siano scelte in modo da ricadere nell' elemento lineare precedente. Tali superficie sarebbero quelle del tipo (19) che hanno costante ed eguale all' unità una delle due curvature principali non nulle.

L' elemento lineare invece

$$ds^2 = d\alpha^2 + d\varepsilon^2 + (\alpha + e^{\varepsilon\eta})^2\, d\eta^2$$

pur essendo del tipo (19) non può appartenere ad una superficie a tre dimensioni.

§ 6. Rimangono da studiare le superficie dell' ultima delle tre classi considerate al § 2°. Ma qui non possiamo che limitarci ad osservare come, dipendendo la determinazione dei coefficienti b_{rs} della forma χ, in generale, da quelle di due funzioni incognite, (v. il § 4° della mia Memoria: *Sulle varietà a tre dimensioni*, ecc.) una delle quali è una delle quantità c o g, e in questo terzo caso essendo c, g completamente determinate dalle equazioni (c), (2), se esistono superficie di questa classe deformabili, nella deformazione si potrà disporre soltanto di un parametro arbitrario.

Per lo studio di tali superficie tutti gli elementi fondamentali sono contenuti in questa Nota: mi riservo di dare in un prossimo lavoro, lo sviluppo dei calcoli e delle conclusioni relative.

Fisica terrestre. — *Misure magnetiche eseguite in Italia nel 1891, e contribuzioni allo studio delle anomalie nei terreni vulcanici.* Nota di Luigi Palazzo, presentata dal Socio P. Tacchini.

1. Nell' anno 1891, a varie riprese, furono determinati gli elementi del magnetismo terrestre in punti appartenenti per la maggior parte alle provincie meridionali del Regno, dimodochè si portò a compimento il lavoro della carta magnetica italiana per tutto quanto riguardava la penisola. Il minuto ragguaglio di queste misure comparirà in una Memoria che deve far parte del volume XVIII degli Annali dell' Ufficio centrale meteorologico e geodinamico; ma poichè qualche indugio ancora si frappone alla chiusura del detto volume, stimo frattanto conveniente di rendere noto all' Accademia il seguente quadro riassuntivo dei risultati delle misure stesse.

LUOGO	NATURA DEL SUOLO	Latitudine boreale	Longitudine orientale da Greenwich	Declinazione occidentale	Inclinazione boreale	Intensità orizzontale	Epoca
Stazioni di misure complete ed assolute.							
		° ′	° ′	° ′	° ′		
Cori 1° punto .	Calcare del cretaceo ricoperto da tufo vulcanico .	41.38,8	12.55,3	10.32,5	57.44,4	0,23370	1891,4
Cori 2° » .	Id.	41.38,8	12.55,3	10.39,4	57 49,7	0,23367	»
Cori 3° » .	Id.	41.39,0	12.55,3	10.16,7	57 50,1	0,23415	»
Borgo Gaeta . .	Calcare cretaceo	41.13,2	13.34,0	10.10,5	57.14,2	0,23667	»
Montevergine . .	Id.	40.55,9	14.43,7	9.43,	56.47,9	0,23909	1891,5
Melfi *Monte Tabor*	Haüynofiro del vulcanello di Melfi	40.59,5	15.39,2	9. 9,0	56 36,8	0,23989	»
Melfi *Castello Doria* . . .	Id.	40.59,9	15.39,5	9.34,4	57.29,3	0,23561	»
Venosa	Conglomerato quaternario ad elementi calcarei e silicei	40.58,0	15.49,4	9.27,2	56.46,4	0,23958	»
Agnone	Arenarie eoceniche commiste con argille turchine .	41.48,1	14.21,9	9.52,1	57.43,6	0,23476	»
Avezzano . . .	Quaternario costituito da ciottoli calcarei ed argilla	42. 1,9	13.25,4	10.13,2	58. 3,4	0,23279	»
Anzio	Argille sabbiose e ciottoli alluvionali	41.28,0	12.37,4	10.34,4	57.38,8	0,23483	»
Orte	Travertino del quaternario riposante sulle sabbie e argille plioceniche . . .	42.27,4	12.22,3	10.41,0	58.37,6	0,23008	1891,6
Monte Razzano .	Calcare argilloso dell'eocene emergente dai tufi del Cimino	42.27,1	12. 1,9	10.53,1	58.37,6	0,23008	»
Pesto	Alluvioni sabbiose e argillose	40.25,2	15. 0,2	9.39,0	56.13,4	0,24169	1891,9
Pisciotta	Sabbie e ghiaie marine recenti	40. 6,3	15.13,6	9.29,1	55.51,9	0,24318	»
Diamante . . .	Id.	39.40,7	15.49,1	9.13,0	55.22,5	0,24535	»
Amantea	Alluvione formata da argille e ciottoli di arenaria . .	39. 8,0	16. 4,4	9. 7,4	54.47,8	0,24790	»
Pizzo	Scisti granatiferi arcaici .	38.44,2	16.10,1	9. 9,3	54.18,8	0,25000	»
Gioia Tauro . .	Sabbie alluvionali	38.25,7	15.53,6	9.15,3	53.55,0	0,25104	»
Monasterace . .	Sabbie, argille e conglomerati del pliocene . . .	38.26,2	16.34,3	8.57,2	53.54,2	0,25172	»
Cirò	Sabbie alluvionali recenti .	39.22,3	17. 8,3	8.43,7	54.52,9	0,24793	1892,0
Ferrandina . . .	Sabbie gialle con conglomerati disciolti del pliocene superiore	40.29,9	16.27,6	9. 6,1	56. 8,4	0,24210	»
Stazioni secondarie [1].							
Tropea	Arenarie del miocene . .	38.40,5	15.53,6	9.20,0	—	0,25022	1891,9
Oppido Mamertina	Sabbie e argille del quaternario antico	38.17,2	15.59,3	9.14,6	—	0,25218	»
Palmi	Gneiss e micascisti anfibolici	38.21,3	15.50,9	9.17,0	—	0,25077	»
Metaponto . . .	Sabbie argillose alluvionali	40.22,3	16.48,5	8.55,9	—	0,24308	1892,0

(1) Per contrapposto ai luoghi in cui furono eseguite le determinazioni complete ed assolute, chiamo *stazioni secondarie* quelle poche, dove, in occasione di brevi fermate, ho misurato con metodi più speditivi due soli degli elementi del campo magnetico terrestre.

2. Come già nei rilevamenti magnetici precedenti, così anche nei viaggi del 1891 non ho mancato, quando si presentava propizia l'occasione, di fare indagini ed esperimenti per lo studio delle particolari anomalie presentate dai terreni vulcanici. Darò qui brevi cenni sui contributi ad un tale studio, raccolti nei luoghi visitati durante il 1891.

Cori. — Il suolo a Cori propriamente è calcare del cretaceo, sul quale però si stende, quasi ovunque, uno strato terroso costituito da tufi basaltici e leucitici, ricchi di particelle magnetiche; essi furono proiettati fin là nelle antiche eruzioni dei vicini vulcani del Lazio. Le esperienze di magnetismo furono fatte in tre punti diversi: i due primi, sul colle Cotogni, lontani fra loro appena 100^m; il terzo presso il santuario della Madonna del Soccorso, in distanza orizzontale di 400^m circa dagli altri due. Sebbene i punti siano stati scelti là dove lo strato tufaceo era così sottile da lasciare spesso allo scoperto la sottoposta roccia calcarea, tuttavia l'influenza magnetica del tufo si è resa ben manifesta, dappoichè tra i valori degli elementi magnetici determinati nei tre punti si notano delle differenze che non sono certo imputabili ad errori di osservazione. Dalla tabella precedente rileviamo che le massime differenze osservate ammontano a

$+22',7$ nella declinazione fra il 2° e il 3° punto,
$-\ 5',7$ nell' inclinazione fra il 1° e il 3° punto,
$-\ 0,00048$ un. C. G. S. in H fra il 2° e il 3° punto.

Il che dimostra dunque che il tufo vulcanico, anche in lembi di leggiero spessore [1], può già indurre sensibili perturbazioni nel campo magnetico terrestre.

Melfi. — Già il Palmieri e lo Scacchi, nel rapporto alla R. Accademia di Napoli [2] sulla missione da loro compiuta percorrendo la regione del Vulture dopo il disastroso terremoto di Melfi del 14 agosto 1851, dànno notizia

(1) Un caso analogo si presentò in seguito a Mercogliano, paese del circondario di Avellino che era stato designato come stazione magnetica interessante a farsi, onde avere un punto che pur trovandosi presso al limite del distretto vulcanico partenopeo, ne giacesse fuori, su terreno magneticamente neutro. In realtà, constatai sul luogo che il suolo agrario di Mercogliano contiene molta polvere magnetica cioè attirabile dalla calamita, perchè i tufi trachitici della sottoposta valle si stendono colà fino a coprire la roccia viva, che è eziandio calcare del cretaceo, come a Cori. Edotto dalle osservazioni fatte a Cori, a fine di sottrarre gli strumenti da possibili influenze perturbatrici da parte del tufo, non feci già le misure a Mercogliano, ma stabilii la stazione molto più in alto, sul monte presso l'abbazia di Montevergine, dove la roccia calcarea si mostrava allo scoperto. Soltanto, è da notare che qua e là dentro i crepacci delle rupi intorno all'abbazia, si rinvengono sedimenti di ceneri vulcaniche trasportatevi dal vento durante le più grandiose eruzioni del non lontano Vesuvio; però, indagini appositamente fatte coll' inclinometro provarono che nulla avevasi a temere in causa di quei depositi polverulenti, di entità minima. Nel fatto, i valori delle costanti magnetiche a Montevergine riuscirono del tutto normali.

(2) Tornata del 7 novembre 1851.

Matematica. — *Sulla deformabilità delle superficie a tre dimensioni.* Nota del dott. Remigio Banal, presentata dal Socio Beltrami.

Se si indicano col nome di superficie a tre dimensioni delle varietà qualunque contenute nello spazio euclideo a quattro dimensioni, è noto dalle ricerche di molti geometri, principalmente del Beez e del Ricci, come ad esse non si estenda la proprietà delle superficie ordinarie a due dimensioni di poter esser deformate senza alterazione del loro elemento lineare: esse possono solo mediante traslazioni e rotazioni, quasi fossero rigide, mutar posto nello spazio. Questo teorema soffre tuttavia delle eccezioni, e il Killing (1) per il primo mise in luce una di queste, avendo dimostrato che le superficie ad n dimensioni contenenti una schiera di piani ad $n-1$ dimensioni sono deformabili.

Successivamente lo Schur (2) intraprese una trattazione sistematica dell'importante questione; dopo aver dimostrato esistere altre superficie deformabili oltre quelle del Killing, riconduce, salvo casi speciali richiedenti una speciale trattazione, il problema stesso ad un'elegante questione di geometria a due dimensioni: determinare le superficie le quali, entro uno spazio sferico a tre dimensioni, sono deformabili in guisa che due sistemi di linee coniugate tracciate su di esse si trasformino in altri due della stessa specie. Sciogliere questo difficile problema non è riuscito allo Schur, nè ad altri, ch' io mi sappia, dopo di lui, nè per altra via, per quanto mi consti, furon fatti progressi degni di nota. In un mio studio sistematico sulle forme differenziali quadratiche ternarie di prima classe a curvatura totale nulla, del quale alcune parti si sono già pubblicate, io ritrovo e tratto, fra le altre questioni, quella della deformabilità, con metodi indipendenti da quelli dello Schur, fondandomi, secondo procedimenti oramai classici, sulla considerazione delle due forme fondamentali che competono ad una superficie a tre dimensioni. Qui presento, in parte riassunti da questo studio, in parte accennati soltanto, alcuni risultati concernenti la risoluzione del problema, per una classe, vastissima, delle tre in cui ho ripartite le forme differenziali di cui mi occupo; considerando il problema stesso dal lato che è, a mio avviso, il più importante, di stabilire un criterio per riconoscere se un elemento lineare dato appartiene ad una superficie a tre dimensioni deformabile. Questa Nota contiene inoltre tutti gli elementi essenziali per lo studio della que-

(1) W. Killing, *Die Nicht-Euklidischen Raumformen.* Lipsia, Teubner, 1885, pagine 238, 239.

(2) Fr. Schur, *Ueber die Deformation eines dreidimensionalen Raumes in einem ebenen vierdimensionalen Raume* (Mathematische Annalen, Bd. 28).

stione per la terza delle classi accennate, studio del quale mi riservo d'esporre i risultati in una prossima pubblicazione, mentre ho già fatti noti quelli riferentisi alla prima classe.

§ 1. Dato un elemento lineare positivo a tre variabili

$$\varphi = \sum_{1}^{3}{}_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s$$

io mi propongo di stabilire i criterî per riconoscere se esso appartiene ad una superficie a tre dimensioni deformabile o no. In linguaggio analitico mi propongo di riconoscere se per tale elemento esiste una seconda forma differenziale

$$\chi = \sum_{1}^{3}{}_{rs}\, b_{rs}\, dx_r\, dx_s$$

i cui coefficienti soddisfino alle note equazioni fondamentali del Ricci [1]:

$$\text{(I)} \qquad |a| \,.\, \alpha'^{(rs)} = b_{r+1\,s+1}\, b_{r+2\,s+2} - b_{r+1\,s+2}\, b_{r+2\,s+1}$$

$$\text{(II)} \qquad b_{rst} = b_{rts}$$

e in quali casi queste equazioni sian tali da definire i coefficienti b_{rs} (superficie non deformabili), o possano esser soddisfatte da un sistema di funzioni b_{rs} contenenti una o più costanti o funzioni arbitrarie (superficie deformabili [2]). È notissimo che se il determinante $|\alpha'^{(rs)}|$ e quindi il determinante $|b_{rs}|$ sono diversi da zero, le b_{rs} sono già definite dalle (I), e la superficie a tre dimensioni corrispondente, quando esista, quando cioè gli ottenuti valori delle b_{rs} soddisfino alle (II), non è deformabile. È pur notissimo che la proprietà la quale caratterizza geometricamente queste superficie è l'esser diversa da zero la curvatura totale (prodotto delle tre curvature principali) che ad esse appartiene.

Consideriamo le superficie per le quali i due determinanti precedenti sono nulli [3]. Nella mia Memoria: *Sulle varietà a tre dimensioni con una curvatura nulla e due eguali* (Annali di Matematica pura e applicata, 1896) io dimostrai che le condizioni necessarie e sufficienti affinchè una forma dif-

(1) Per tutte le proprietà relative alle forme differenziali quadratiche e per le operazioni col metodo del calcolo differeziale assoluto contenute in questa Nota, veggasi: Ricci, *Dei sistemi di congruenze ortogonali:* Memorie della R. Accademia dei Lincei, serie V, vol. II.

(2) Nelle equazioni (I), (II), $|a|$ è il discriminante della forma φ; $\alpha'^{(rs)}$ i simboli di Riemann relativi alla forma stessa; b_{rst} le derivate covarianti delle funzioni b_{rs}.

(3) Si osservi che insieme col determinante $|\alpha'^{(rs)}|$ si annullano i suoi minori di secondo ordine, il che è espresso dalle equazioni (III).

ferenziale quadratica ternaria φ appartenga ad una superficie di questa classe sono:

1°) che i simboli di Riemann della forma φ verifichino le equazioni:

$$\text{(III)} \qquad \alpha'^{(rs)} = G \cdot \alpha^{(r)} \cdot \alpha^{(s)} \; ; \quad \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \alpha_r = 1$$

G essendo un invariante la cui forma generale è $\Sigma_{rs} \, a_{rs} \, \alpha'^{(rs)}$, e che rappresenta la curvatura di Gauss (prodotto delle due curvature non nulle) della superficie;

2°) che le equazioni (II) possano esser soddisfatte con funzioni della forma

$$\text{(IV)} \qquad b_{rs} = c\beta_r \beta_s + g\gamma_r \gamma_s$$

β_r , γ_r essendo due sistemi semplici che verificano le equazioni

$$(a) \qquad \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \beta_r = 0 \; ; \quad \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \gamma_r = 0 \; ; \quad \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \gamma_r = 0$$

$$(b) \qquad \Sigma_r \, \beta_r \, \beta^{(r)} = 1 \; ; \quad \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, \gamma_r = 1$$

e c, g due funzioni legate dalla

$$(c) \qquad c \cdot g = G$$

le quali, mutato il segno, rappresentano le due curvature non nulle della superficie considerata. Trasformando le (II) con l' introdurre le nuove funzioni $\beta_r , \gamma_r , c , g$, e riducendo le equazioni trasformate a forma invariantiva, si hanno le:

$$(1) \qquad \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \lambda_r = 0 \; ; \quad \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \mu_r = 0$$

$$(2) \qquad \begin{cases} c(\Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \varrho_r + \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, \lambda_r) - g \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \varrho_r = 0 \; ; \\ c \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \varrho_r + g(\Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \mu_r - \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \varrho_r) = 0 \; ; \\ c \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, \lambda_r - g \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \mu_r = 0 \end{cases}$$

$$(3) \qquad c \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \lambda_r = \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, c_r \; ; \quad g \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, \mu_r = \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, g_r$$

$$(4) \quad (c-g) \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \varrho_r + \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, c_r = 0 \; ; \quad (c-g) \Sigma_r \, \gamma^{(r)} \, \varrho_r + \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, g_r = 0$$

le $\lambda_r , \mu_r , \varrho_r$ essendo date dalle posizioni

$$\lambda_s = \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \beta_{rs} \; ; \quad \mu_s = \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, \gamma_{rs} \; ; \quad \varrho_s = \Sigma_r \, \beta^{(r)} \, \gamma_{rs} \, .$$

Divideremo queste equazioni in tre gruppi:

1° gruppo: equazioni da cui si possono fin d' ora eliminare le funzioni incognite; sono le

$$(5) \qquad \Sigma_s \, \alpha^{(s)} \, \alpha_{rs} = 0$$

equivalenti alle (1), e la

$$(6) \qquad G \Sigma_{rs} \, a^{(rs)} \, \alpha_{rs} + \Sigma_r \, \alpha^{(r)} \, G_r = 0$$

che risulta dalle (3) moltiplicando la prima per g, la seconda per c e sommando. In queste equazioni le α_{rs} e le G_r rappresentano le derivate covarianti rispettivamente delle funzioni α_r e G.

2° gruppo: equazioni che contengono le indeterminate c, g, soltanto algebricamente. Sono le (2) e si riducono a due distinte.

3° gruppo: equazioni che contengono le derivate di c, g. Si possono assumere per esse le (6) assieme ad una delle (3), p. es. la prima. Eliminando una delle funzioni c, g, p.e. g mediante la relazione (c) e posto $c^2 = z$, abbiamo:

$$(7) \qquad \begin{cases} \Sigma_r \alpha^{(r)} z_r = 2z \Sigma_r \beta^{(r)} \lambda_r \\ G\Sigma_r \beta^{(r)} z_r = 2z \{ \Sigma_r \beta^{(r)} G_r + (z - G) \Sigma_r \gamma^{(r)} \varrho_r \} \\ \Sigma_r \gamma^{(r)} z_r = 2(G - z) \Sigma_r \beta^{(r)} \varrho_r \end{cases}$$

§ 2. Le equazioni del 1° gruppo rappresentano condizioni a cui devono soddisfare i coefficienti della forma φ, affinchè essa appartenga ad una superficie a tre dimensioni. Dall'esame delle equazioni del 2° gruppo si rileva che se è nullo uno degli invarianti $\Sigma_r \gamma^{(r)} \lambda_r$, $\Sigma_r \beta^{(r)} \mu_r$, è nullo anche l'altro, ed è altresì nullo il terzo invariante $\Sigma_r \alpha^{(r)} \varrho_r$, oppure è $c = g$. Quindi potremo ripartire tutte le superficie a tre dimensioni a curvatura totale nulla in tre classi:

1ª classe: superficie per cui le due curvature principali c, g sono eguali. Caratteristica di esse è il potersi in *infiniti modi* ridurre insieme l'elemento lineare e la seconda forma fondamentale che loro compete a contenere soltanto i quadrati dei differenziali delle variabili. Geometricamente esistono in una varietà di questa classe infiniti sistemi tripli ortogonali tali che due qualunque dei sistemi di superficie a due dimensioni che compongono ciascuno di essi si tagliano lungo le linee di curvatura della varietà stessa. Lo studio di questa classe forma l'oggetto della mia Memoria già ricordata; e la questione della deformabilità delle superficie che ad essa appartengono è completamente risolta nell'altro mio lavoro: *Sugli spazii a curvatura costante* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, serie V, vol. VI e VII).

2ª classe: superficie per le quali le equazioni (2) sono soddisfatte simultaneamente da

$$\Sigma_r \alpha^{(r)} \varrho_r = \Sigma_r \beta^{(r)} \mu_r = \Sigma_r \gamma^{(r)} \lambda_r = 0 .$$

Loro caratteristica è il potersi *in un sol modo* compiere nelle due forme fondamentali φ, χ la riduzione accennata precedentemente; geometricamente esiste in una di queste superficie *un sol sistema* triplo ortogonale di tal natura che i sistemi di superficie che lo compongono si tagliano due a due lungo le linee di curvatura di essa. Di questa classe, che chiameremo *classe Γ*, si occupa questa Nota.

di talune deviazioni della bussola osservate sul Pizzuto di Melfi e sul Pizzuto S. Michele, che sono le due più elevate cime dell' estinto vulcano; essi accennano inoltre alla polarità magnetica riconosciuta in alcuni campioni di lava raccolti colà ed esaminati poscia in laboratorio. Desideroso anch' io di fare qualche osservazione analoga, nel giro d' esplorazione magnetica del giugno 1891 volli includere pure Melfi. Però, stante la ristrettezza del tempo concessomi, non ho potuto eseguire esperienze su larga scala, nè intraprendere l' ascesa del monte Vulture; ma dovetti limitarmi a poche ricerche intorno al vulcanetto di Melfi, cioè a quella prominenza a spianata naturale su cui la città è edificata. I geologi considerano questa bassa collina come un centro eruttivo secondario privo di cratere, entrato in attività quando il vulcano principale aspirava forse già alla quiete.

Io scelsi a stazioni di misure magnetiche due diverse località della detta collina: un podere a *Monte Tabor* (altrimenti denominato *dei Cappuccini*) ed un campo presso il *Castello Doria*. I due punti rimangono il primo a sud e l' altro a nord dell' abitato, e distano fra loro orizzontalmente di circa 800^{m}; in entrambi il suolo è costituito da una lava pirossenica ricca di cristalli di haüyna, e chiamata perciò *haüynofiro* da Abich (1).

Quanta diversità corra tra i valori degli elementi magnetici determinati nei due siti, risalta dall' ispezione dei numeri della tabella: poco meno di mezzo grado nella declinazione, di un grado nell' inclinazione, ed oltre a 0,004 unità C. G. S. nell' intensità H. Ma vi ha di più. In ognuno dei siti, provai a trasportare il declinometro e l' inclinometro di pochi passi, cioè dal centro di stazione che chiamerò A, ad un secondo punto B lontano da A di 13^{m} soli, contati in determinata direzione (SSE nel caso della stazione di Monte Tabor, NE per la stazione al Castello). Il seguente specchietto riporta le differenze così ottenute:

	Stazione	
	di Monte Tabor	del Castello Doria
Passando da A a B,		
la declinazione varia di	— 5',5	+ 15',0
e l' inclinazione varia di	+ 5,1	+ 8,6.

Dunque il semplice spostamento di pochi metri negli strumenti ebbe per effetto di mettere in evidenza l' azione particolare del suolo, mediante alterazioni non lievi, ammontanti già a parecchi primi d' arco, nella declinazione e nell' inclinazione. Ed io sono persuaso che se invece di lavorare su aree pianeggianti, mi fossi portato accosto ad accidentalità del terreno o sporgenze

(1) I framenti di tale lava, accostati al magnetometro, mostravano tutti una spiccata azione attrattiva sull'ago sospeso; però non rinvenni pietre dotate di polarità, nè punti *distinti* sulle rocce in posto.

di roccia, ovvero se gli strumenti fossero stati collocati rasente al suolo, anzichè tenuti sul loro treppiede che li sollevava da terra per circa $1^m,20$, potevano manifestarsi differenze anche maggiori. Le osservazioni ora riferite mi confermano sempre più nell' idea già più volte espressa, che cioè, trattandosi di territorii vulcanici, non è possibile parlare di valori degli elementi magnetici proprî di un dato sito, ma si deve ritenere che le determinazioni non abbiano valore se non per quel solo punto, inteso nel più stretto senso, dove furono collocati gli apparecchi di misura. Sotto questo riguardo, le misure *assolute* fatte a Melfi sono prive d' importanza, inquantochè non portano alcun contributo utile per il tracciamento della carta magnetica italiana; ma d' altra parte non v' è dubbio che qualora una campagna magnetica nel distretto vulcanico del Vulture fosse condotta con molto dettaglio, anche per mezzo di semplici misure relative, essa riuscirebbe assai fruttuosa per ampliare vieppiù le nostre conoscenze circa le multiformi manifestazioni delle proprietà magnetiche delle lave.

Faccio infine notare che nessuno dei valori trovati nelle due stazioni di Melfi risulta conforme a quelli che spetterebbero normalmente al paese per la sua postura geografica (1).

Orte, Monte Razzano. — Quando nell' agosto 1889 determinai per la prima volta le costanti magnetiche nel territorio dei Cimini, facendo stazione entro al podere Schenardi in Viterbo sul tufo vulcanico, ottenni per la declinazione un valore che giudicai normale, mentre al contrario i valori della forza orizzontale e dell' inclinazione apparivano anòmali, cioè diversi da quelli deducibili per interpolazione dalle stazioni magnetiche vicine, esterne ai distretti vulcanici cimino e vulsinio. Fin d' allora manifestai l' idea che per giungere ad un' esatta conoscenza dei valori magnetici spettanti alla posizione geografica della regione viterbese, indipendentemente dalla costituzione geologica, bisognava eseguire le misure in due punti su terreno neutro, appartenenti pressochè al medesimo parallelo, e di cui uno giacesse all' est e l' altro all' ovest di Viterbo (2).

A tali condizioni soddisfano per l' appunto le due stazioni di Orte e Monte Razzano comprese nel quadro precedente: Orte sta esteriormente molto dappresso al limite orientale della zona vulcanica viterbese; Monte Razzano cade entro la zona stessa ad ovest di Viterbo, ma è un colle costituito interamente da terreno calcareo terziario, che emerge per buona estensione al disopra del piano dei tufi. Dai risultati delle misure in questi due siti di suolo neutro,

(1) Come valori normali per la posizione di Melfi, si possono approssimativamente assumere quegli stessi ottenuti su terreno neutro nella successiva stazione di Venosa, che giace a un dipresso sul parallelo di Melfi e ne dista in linea retta solo 14 km.

(2) V. pag. 623 della Nota: *Misure magneto-telluriche eseguite in Italia negli anni 1888 e 1889 ed osservazioni relative alle influenze perturbatrici del suolo* (Rend. Acc. Lincei, vol. VII, 1° settembre).

deducesi che i valori proprî per la posizione geografica di Viterbo, sono ad un dipresso i seguenti:

declinazione $= 10°49'$,
inclinazione $= 58°37'$,
intensità orizzontale $= 0{,}2301$.

Questi numeri s' intendono valere per l' epoca 1891,6 delle misure di Orte e Monte Razzano da cui furono dedotti. Ora, se sulla base dei coefficienti di variazione più probabili, riduciamo alla medesima suddetta epoca i risultati trovati nel 1889,6 dentro la vigna Schenardi di Viterbo [1], otteniamo questi altri valori:

declinazione $= 10°\,49'$,
inclinazione $= 58°\,22'$,
intensità orizzontale $= 0{,}2306$,

i quali messi a confronto coi rispettivi numeri precedenti, fanno vedere: 1° che la declinazione determinata nel 1889 a Vigna Schenardi collima effettivamente con la normale, come fin dapprima si era supposto; 2° che invece l'inclinazione e l' intensità d' allora divergono dagli elementi normali per le quantità:

$-\,15'$ nell' inclinazione,
$+\,0{,}0005$ nell' intensità orizzontale,

le quali si possono riguardare come misura delle perturbazioni locali osservate nel centro della stazione impiantata a Vigna Schenardi. Specificando *nel centro*, ho inteso di restringere la portata del mio asserto, imperocchè devesi ricordare che nel podere Schenardi, l' inclinometro collocato fuori del centro di stazione in punti differenti, aveva fornito valori disuguali; ciò che significa che l' azione perturbante del tufo era diversa da punto a punto, sebbene tutt' intorno il suolo fosse uniforme. E può sembrare strano che una siffatta disparità d' azione non si palesasse analogamente anche per la declinazione; invero una bussola azimutale di Negretti e Zambra, trasportata pel podere in determinate direzioni, non aveva accusato apprezzabili variazioni degli azimut magnetici di lontane mire [2]. In conformità delle cose osservate, si sarebbe quasi indotti a pensare che pel motivo che il suolo era omogeneo e pianeg-

(1) V. pag. 167 del vol. XVI, parte 1ª, 1894, degli Ann. dell' Uff. Centr. meteor. e geod.

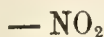
(2) Questo fatto, sul quale nutrivo prima qualche dubbio parendomi insufficiente lo strumento adoperato nel 1889, ricevette poi piena conferma dalle prove differenziali di declinazione ripetute entro la stessa vigna Schenardi nel luglio 1891, vale a dire nell' occasione che dovetti tornare a Viterbo per le misure di Monte Razzano. Le nuove prove furono eseguite mediante il magnetometro ridotto costruito dal Salmoiraghi, strumento ben più sensibile e preciso che la bussola predetta.

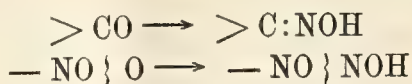
giante tutto all' ingiro, le proprietà magnetiche del tufo vulcanico di Vigna Schenardi, pur alterando il campo terrestre nei riguardi dell' intensità orizzontale e della verticale, non avessero modo di estrinsecarsi sull' ago di declinazione cioè sull' orientamento del magnete nel piano orizzontale. È cosa del resto notoria che le differenze di declinazione provocate dal terreno si manifestano di preferenza presso le dissimetrie e le discontinuità di questo.

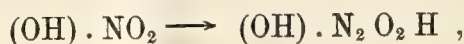
Le rimanenti stazioni di misure assolute, incluse nel quadro dopo quella di Monte Razzano ed appartenenti al Salernitano, alla Calabria, alla Basilicata, giacciono tutte lontane da distretti vulcanici e si riferiscono a terreni neutri, cioè privi d' azione diretta sugli strumenti. I valori magnetici in esse ottenuti nulla offrono d' anòmalo alla nostra considerazione. — Tra le stazioni secondarie, soltanto Palmi, su rocce cristalline arcaiche, ha dato un valore di H inferiore al normale per circa 0,001 un. C. G. S., mentre la declinazione vi è risultata regolare.

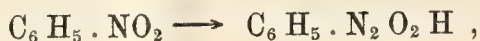
Chimica. — *Sopra alcuni nitroderivati aromatici* [1]. Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico, presentata dal Socio G. Ciamician.

Alcuni anni or sono uno di noi ha dimostrato che l' idrossilammina può reagire col gruppo nitrico, in modo perfettamente analogo come col gruppo carbonilico, per dare composti nei quali un atomo di ossigeno del residuo

$$—NO_2$$

è rimpiazzato dal gruppo ossimmico:

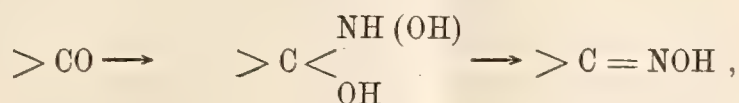
$$>CO \longrightarrow\ >C{:}NOH$$
$$—NO\}O \longrightarrow —NO\}NOH$$

In tal modo partendo dagli eteri dell' acido nitrico si sono preparati i sali dell' acido nitroidrossilamminico

$$(OH).NO_2 \longrightarrow (OH).N_2O_2H\ ,$$

e dal nitrobenzolo venne ottenuto in modo perfettamente analogo il composto

$$C_6H_5.NO_2 \longrightarrow C_6H_5.N_2O_2H\ ,$$

identico con la nitrosofenilidrossilammina che Bamberger ottenne per azione dell' acido nitroso sopra la fenilidrossilammina.

[1] Lavoro eseguito nel laboratorio farmaceutico della R. Università di Palermo.

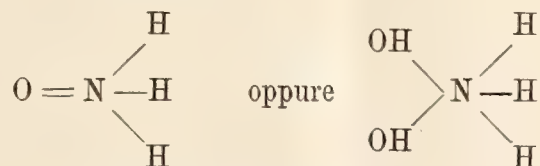
Nel caso dei composti carbonilici si ammette che la formazione dell' ossima sia preceduta da una addizione dell' idrossilammina

$$>CO \longrightarrow \quad >C<\begin{matrix} NH\,(OH) \\ OH \end{matrix} \quad \longrightarrow\ >C=NOH\ ,$$

ed un processo analogo si può supporre che avvenga anche nella reazione fra idrossilammina ed il gruppo nitrico.

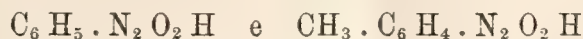
Allo scopo di raccogliere dei fatti i quali possano chiarire l' andamento di questa reazione abbiamo incominciato a studiare l' azione del residuo nitrico sopra le idrossilammine sostituite:

$$R-O-N<\begin{matrix} H \\ H \end{matrix} \quad e \quad H-O-N<\begin{matrix} R \\ H \end{matrix}$$

Dalle esperienze che finora abbiamo eseguite sembra risultare che le idrossilammine della prima forma non reagiscono, a parità di condizioni, col gruppo nitrico. Così, operando con nitrato di etile e benzilidrossilammina in presenza di etilato sodico, dopo qualche tempo, la maggior parte del nitrato è trasformato in nitrito e l' idrossilammina si riottiene in gran parte inalterata. Questa esperienza dimostrerebbe che è necessaria la presenza dell' ossidrile libero nell' idrossilammina, la quale in soluzione alcalina potrebbe reagire anche secondo la forma:

$$O=N\begin{matrix} \diagup H \\ -H \\ \diagdown H \end{matrix} \quad oppure \quad \begin{matrix} OH \\ OH \end{matrix}\!\!>N\begin{matrix} \diagup H \\ -H \\ \diagdown H \end{matrix}$$

Tali esperienze sono però ancora incomplete e le porteremo a termine quando i mezzi di questo laboratorio ce lo permetteranno.

In questi ultimi tempi noi abbiamo studiata l' azione dell' idrossilammina sopra un grande numero di nitrocomposti (finora derivati aromatici soltanto) allo scopo principalmente di stabilire in qual modo influisca la posizione dei radicali sostituenti e la loro natura sopra l' andamento della reazione. Nel mentre ci riserbiamo di comunicare per esteso a suo tempo la descrizione delle esperienze, fin d' ora possiamo dire che oltre alla natura ed alla posizione dei radicali sostituenti, anche il diverso carattere aromatico del residuo cui è unito il gruppo nitrico può modificare profondamente la natura dei prodotti che per mezzo di questa reazione si possono ottenere. Nel mentre infatti, operando in presenza di etilato sodico, dal nitrobenzolo e dal p-nitrotoluolo p. es. si ottengono con tutta facilità i sali sodici dei composti

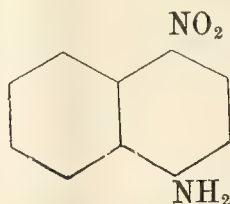
$$C_6H_5 . N_2O_2H \quad e \quad CH_3 . C_6H_4 . N_2O_2H$$

che possiedono i caratteri delle vere nitrosoidrossilammine, dalla p-nitronaftalina si ottiene una sostanza affatto diversa, pur avendo la stessa composizione dell' ossima che dovrebbe formarsi (nitroso-α-naftilidrossilammina). Operando sempre a parità di condizioni, dal liquido limpido e lievemente colorato in giallo bruno, per aggiunta di acqua, si separa una massa cristallina che viene purificata dal benzolo. In tal modo, come ultimo prodotto, in seguito a successive cristallizzazioni da questo solvente, si ottiene un composto che ha la composizione dell' ossima della nitronaftalina

$$C_{10} H_8 N_2 O_2$$

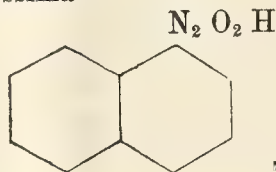
ma che possiede caratteri affatto diversi di quelli che sono comuni a questa classe di sostanze. Abbiamo detto che questa sostanza rappresenta il prodotto ultimo, giacchè un attento esame dei fatti ci ha condotto ad ammettere che esso probabilmente sia da considerarsi come un prodotto di trasformazione che subisce il composto primitivo, molto alterabile, in seguito ai trattamenti con benzolo bollente. La piccola quantitá della sostanza ed i mezzi limitatissimi di questo laboratorio non ci hanno ancora permesso di approfondire lo studio di questa trasformazione.

Il composto che in tal modo si ottiene si presenta in magnifici aghi gialli che fondono a 195° e per trattamento con alcali fornisce con tutta facilità 1-4-nitronaftolo. La sostanza è quindi senza dubbio la *1-4-nitronaftilammina*.

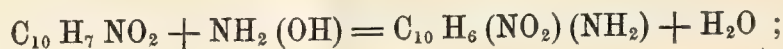
NO_2

NH_2

Il liquido alcalino primitivo, da cui per aggiunta di acqua venne separato il composto, per trattamento con acidi dà una sostanza che probabilmente rappresenta la vera ossima

$N_2 O_2 H$

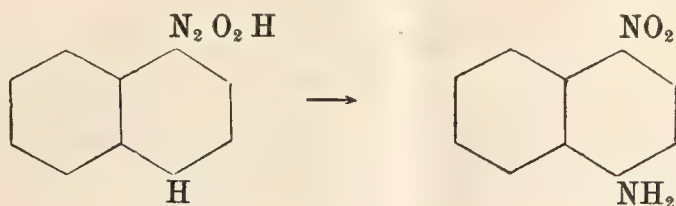
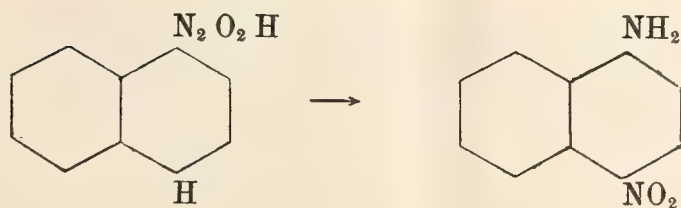
,

ma in causa della sua grande instabilità ancora non siamo riusciti ad isolarla allo stato di purezza.

La formazione della nitronaftilammina per azione dell' idrossilammina sopra la nitronaftilina condurrebbe quasi ad ammettere che la reazione si riducesse all' eliminazione di una molecola di acqua fra l' ossidrile ossimmico ed un idrogeno aromatico (da un prodotto di addizione intermedio?):

$$C_{10} H_7 NO_2 + NH_2 (OH) = C_{10} H_6 (NO_2) (NH_2) + H_2O \ ;$$

noi però riteniamo che la nitronaftilammina sia da considerarsi come un prodotto di trasformazione dell' ossima che senza dubbio si forma in una prima fase:

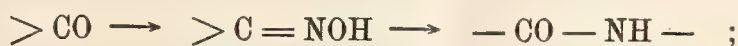
N_2O_2H ... H $\longrightarrow$ NO_2 ... NH_2

oppure:

N_2O_2H ... H $\longrightarrow$ NH_2 ... NO_2

Per decidere se la trasformazione avvenga secondo l' uno o l' altro di questi schemi sarà necessario partire da nitronaftaline sostituite.

Per quanto di indole molto diversa, tuttavia questa reazione presenta una certa analogia con quella trasformazione che subiscono le chetossime, e che è nota col nome di trasformazione di Beckmann.

Le ossime infatti possono dare ammidi, isomere:

$$>CO \longrightarrow\ >C=NOH \longrightarrow -CO-NH- \quad ;$$

dalla nitronaftalina invece, per azione dell' idrossilammina, si forma la nitronaftilammina:

$$-NO_2 \longrightarrow -NO(NOH) \longrightarrow -NO_2\ NH_2-$$

Nel primo caso ricompare il carbonile chetonico primitivo e nel secondo si rigenera il residuo nitrico.

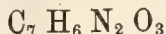
Approfittiamo di questa occasione per accennare ad un' altra reazione che nel corso di queste ricerche abbiamo potuto notare studiando alcuni omologhi del nitrobenzolo.

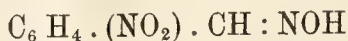
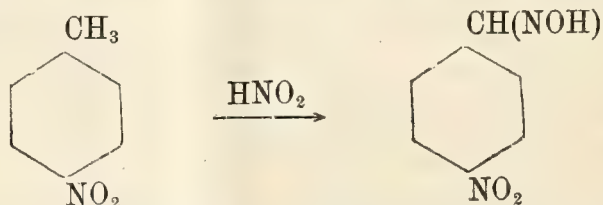
È noto che per azione dell' acido nitrico sopra gli omologhi del benzolo a catene laterali alifatiche, si ottengono nitrocomposti nei quali il residuo nitrico è situato nel nucleo aromatico e che per azione dell' acido nitroso queste catene rimangono inalterate.

Noi abbiamo invece trovato che operando in soluzione alcalina l' andamento della reazione è molto diverso e che l' acido nitroso può reagire con tutta facilità sulle catene alifatiche lasciando intatto il rimanente del nucleo aromatico.

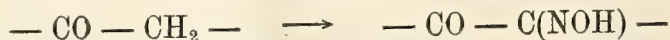
Così per esempio citeremo il p-nitrotoluolo

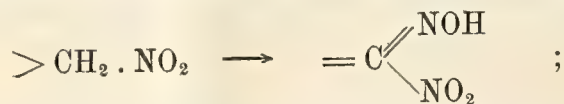
Per azione del nitrito d'amile in presenza di etilato sodico [1], questa sostanza fornisce con tutta facilità un composto

$$C_7\,H_6\,N_2\,O_3$$

solubile negli alcali, che fonde a 133° e che per trattamento con acidi minerali diluiti fornisce p-nitrobenzaldeide: per ossidazione con acido cromico dà acido p-nitrobenzoico. La sostanza ottenuta è quindi *l'ossima della p-nitrobenzaldeide*

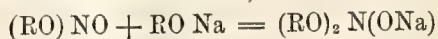
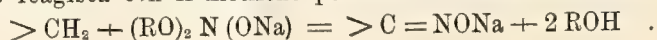
$$C_6\,H_4\,.\,(NO_2)\,.\,CH:NOH$$

e la sua formazione si potrà rappresentare per mezzo dello schema:

Questo fatto è senza dubbio da attribuirsi al residuo nitrico, la cui presenza impartisce una grande mobilità agli atomi di idrogeno del gruppo metilico.

Che i residui negativi, quali p. e. il carbonile, il carbossile etc. possano impartire al metile ed al metilene, nei composti alifatici, la proprietà di venir trasformati in isonitrosocomposti per azione dell' acido nitroso:

$$-CO-CH_2- \longrightarrow -CO-C(NOH)-$$

è noto da lungo tempo in seguito alle ricerche di V. Meyer, di L. Claisen e sopratutto di Adolfo von Baeyer. V. Meyer ha pure dimostrato che anche i nitroderivati alifatici, per azione dell'acido nitroso, danno gli acidi nitrolici:

$$>CH_2\,.\,NO_2 \longrightarrow =C\begin{matrix}\nearrow NOH \\ \searrow NO_2\end{matrix} \quad ;$$

In questo caso però il residuo dell' acido nitroso si porta allo stesso atomo di carbonio cui è unito il gruppo nitrico. Le reazioni da noi studiate sono di indole affatto diversa, perchè il gruppo metilico è separato dal residuo nitrico dall' intero anello aromatico.

[1] È probabile che in una prima fase si formi un prodotto di addizione del nitrito con l' alcoolato (derivato dell' acido ortonitroso):

$$(RO)\,NO + RO\,Na = (RO)_2\,N(ONa)$$

e che poi questo reagisca con il metilene per dare il sale dell' ossima:

$$>CH_2 + (RO)_2\,N\,(ONa) = >C=NONa + 2\,ROH \quad .$$

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; la Società geologica di Manchester; le Università di Glasgow e di Toronto; la R. Scuola navale superiore di Genova.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; la Società zoologica di Londra; la Facoltà delle scienze di Marsiglia; l'Università di Copenhagen; il R. Istituto geodetico di Potsdam; l'Osservatorio fisico centrale di Pietroburgo; l'Istituto meteorologico di Bucarest.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

del 4 giugno al 2 luglio 1899.

Bardelli G. — Sui momenti d'inerzia dei solidi di rotazione. Milano, 1899. 8°.

Baumann O. — Der Sansibar-Archipel. III. H. Die Insel Pemba. Leipzig, 1899. 8°.

Borzì A. — Studî algologici. Fasc. I (1883), II (1894). Messina e Torino, 4°.

Brough B. H. — Historical Sketch of the first Institution of Mining Engineers. London, 1899 8°.

Id. — The Jubilee of the Austrian Society of Engineers. London, 1899. 8°.

D'Achiardi G. — Fosforescenza di alcune dolomie dell' Elba. Pisa, 1899. 8°.

Id. — Osservazioni sulle anomalie ottiche del Granato dell'Affaccata (Elba). Pisa, 1899. 8°.

Id. — Studio ottico di quarzi bipiramidati senza potere rotatorio. Pisa, 1899. 8°.

Degli Oddi E. A. — Elenco degli uccelli rari o più difficili ad aversi, conservati nella sua collezione ornitologica italiana al 31 dic. 1898. Paris, 1899. 8°.

De Magistris L. F. — Il pianeta Eros. Teramo, 1899. 8°.

Féral G. — Observations météorologiques sur les pluies générales et les tempêtes. Nouv. ed. Albi, 1897. 8°.

Flores E. — Il « Pulo » di Molfetta. Stazione neolitica pugliese. Trani, 1899. 8°.

Frammenti concernenti la geofisica dei pressi di Roma n.° 8. — *Keller*. Intensità orizzontale del magnetismo terrestre presso Carsoli e Orte. — *Folgheraiter*. Intensità orizzontale del magnetismo terrestre a Campo di Giove nell'Abruzzo. — *Id*. Singolari effetti prodotti da una fulminazione. Roma, 1899. 8°.

Ginzel F. K. — Bemerkungen ueber die Werth den alten historischen Sonnentinsternisse für die Mondtheorie. Berlin, 1899. 8°.

Ingolf-Expedition (The Danish.). Vol. I, 1; II, 1; III, 1. Copenhagen, 1899. 4°.

Krasnov A. N. — Geografia botanica. Karkov, 1899. 8°.

Leonardo da Vinci. — Il Codice atlantico. Fasc. XVI. Roma, 1899. f.°

Mc Donald A. — Experimental Study of Children. Washington, 1899. 8°.

Oddono E. — Su d'un rene in ectopia pelvica congenita e sulla segmentazione del rene. Pavia, 1899. 8°.

Righi A. — Sull'assorbimento della luce per parte di un gas posto nel campo magnetico. Bologna, 1899. 8°.

Scarabelli G. F. G. — Osservazioni geologiche e tecniche fatte in Imola in occasione di un pozzo artesiano. Imola, 1898. 4°.

Todaro F. — Lazzaro Spallanzani. Roma, 1899. 8°.

Tommasina T. — Sur la production de chaines de dépôts électrolythiques ecc. Paris, 1899. 4°.

Verson E. — Un'affezione parassitaria del filugello non descritta ancora. XIII. Padova, 1899. 8°.

Vincenti G. — La fonografia universale Michela. Torino, 1895. 8°.

Voto al R. Governo per l'impianto dei giardini sperimentali di colture tropicali nell'Eritrea. — Soc. Africana d'Italia. Napoli, 1899. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 16 luglio 1899.

Fisica Terrestre. — *Riassunto della sismografia del terremoto del 16 nov. 1894.* Parte II. *Oggetti lanciati a distanza, velocità di propagazione, profondità dell' ipocentro, repliche, confronto col terremoto del 1783.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Un oggetto posto su di un edifizio oscillante può esser lanciato o fatto cadere nel senso del movimento od in senso contrario, con velocità maggiore o minore, secondo il momento o fase dell'oscillazione in cui avviene il distacco dell' oggetto dall' edifizio, per essere allora vinto l' attrito, o staccato il cemento, o rotti i legami di qualunque sorta (perni, chiavarde ecc.) che lo tenevano congiunto. Inoltre non potendosi conoscere esattamente la direzione dell'urto sismico, perchè dipendente dalla profondità dell' ipocentro, che non è conosciuta esattamente, ne viene che non si può calcolare esattamente la velocità impressa dal terremoto agli oggetti caduti a distanza fuori della verticale.

Abbiamo rilevato 15 casi: considerando solo la componente orizzontale del movimento, ed applicando ad essi la formola

$$v = \sqrt{\frac{g}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{H}}$$

ove s è la distanza raggiunta dalla verticale, ed H l'altezza della caduta, abbiamo in generale ottenuto che la componente orizzontale della velocità è crescente andando verso l'area epicentrale da pochi decimetri a $3^{m}.9$ in Sinopoli, che è la massima velocità ottenuta, e dedotta dalla caduta di grandi

pezzi di granito dalla sommità della cattedrale della città a $8^m.40$ dalla verticale.

Si trova poi che in S. Procopio, S. Anna, Oppido, ed altri luoghi vicini all'epicentro si hanno piccole velocità orizzontali di proiezioni; ciò può dipendere dall'essere stato ivi il movimento prevalentemente verticale.

Quanto alla direzione in cui furono lanciati gli oggetti, in generale coincide all'incirca con quella del piano passante per il luogo considerato e per l'epicentro; ma il senso della caduta prossimamente è tante volte *dall'* epicentro, come *verso* l'epicentro, d'accordo colle precedenti considerazioni.

Velocità di propagazione del movimento sismico. — Ritenuto l'epicentro in S. Procopio, si sono calcolate le distanze delle diverse stazioni, munite di strumenti sismici registratori, in arco di circolo massimo terrestre colle note formole:

$$\cos d = \frac{\operatorname{sen} l' \times \operatorname{sen}(l + m)}{\cos M}, \quad \operatorname{tang} M = \cot l' \times \cos(g' - g)$$

ove l ed l', g e g' sono le latitudini e longitudini della stazione e dell'epicentro.

Per determinare la velocità abbiamo ritenuto più opportuno valerci del tempo del massimo, dato dalla tabella I [1], perchè evidentemente il tempo del principio della registrazione dipende dalla intensità con cui arriva la scossa e dalla sensibilità degli strumenti, che non è la stessa.

Dividendo la differenza di distanza dall'epicentro fra le stazioni e Catania, o Roma, per la differenza dei tempi, espressi in decine di secondi, si ottiene:

			km	s	km
fra Catania	ed	Ischia	$v =$ 208	: 90	= 2.3
» »	e	Roma	$v =$ 383	: 180	= 2.1
» »	e	Siena	$v =$ 564	: 330	= 1.7
» »	e	Pavia	$v =$ 833	: 390	= 2.1
» »	e	Nicolajew	$v =$ 1511	: 420	= 3.6
fra Roma	ed	Ischia	$v =$ 175	: 90	= 1.9
» »	e	Siena	$v =$ 181	: 150	= 1.2
» »	e	Pavia	$v =$ 450	: 210	= 2.1
» »	e	Nicolajew	$v =$ 1128	: 240	= 4.7
fra Pavia	e	Nicolajew	$v =$ 1678	: 30	= 5.6

Si è lasciato Portici che confrontato con Catania darebbe velocità negativa; d'altronde il tempo in questa stazione è determinato collo sparo del cannone di Napoli, il che non può essere nè sicuro, nè esatto.

(1) Rendiconti 1899, vol. IX, ser. 5ª, fasc. 1, 2° sem., p. 4.

Si vede che Siena confrontata con Catania, e specialmente con Roma dà valori molto piccoli. Si nota anche che Nicolajew confrontato con Catania, Roma e Pavia dà invece valori della velocità assai più grandi, d' accordo con ciò che si sa sull' aumento della velocità di propagazione dei terremoti colla distanza. Le altre stazioni dànno valori di v tutti vicini a 2^{km}; adottando questa velocità, il tempo del terremoto all' epicentro, partendo da Catania, sarebbe:

$$18^h.52^m - \frac{112}{2} = 18^h.51^m.4^s.$$

Con questo dato e con quelli forniti da Catania, Ischia, Roma, Pavia, cioè lasciando, oltre Siena, anche Rocca di Papa, che per la vicinanza a Roma e per l' accordo dei dati non potrebbe influire sui risultati, applicando il metodo dei minimi quadrati, si ottiene la correzione al tempo dell' epicentro:

$$x = + 0^m.004 \pm 0^m.0375 ;$$

quindi il detto tempo è $18^h.51^m.4^s \pm 2^s$: la velocità media al secondo risulta:

$$v = 2^{km}.085 \pm 0^{km}.030 ;$$

l' errore medio delle osservazioni del tempo del massimo è:

$$\varepsilon = \pm 0^m.075 = \pm 4^s.5.$$

Dunque il tempo all' epicentro fu ben scelto, la velocità nel tratto Catania-Pavia può ritenersi costante e del valore di 2^{km}: ed i tempi registrati del massimo sono abbastanza esatti.

Ma il tempo della propagazione della scossa non può essere veramente proporzionale alla distanza dall' epicentro, specialmente nelle stazioni più vicine al centro di scuotimento, perchè per esse non è trascurabile la profondità del centro medesimo, od ipocentro, da cui deriva lo scuotimento.

Ammettendo che la scossa si propaghi sfericamente dall' ipocentro posto alla profondità p con velocità costante v, considerando la terra piana e chiamando d la distanza di una stazione dall' epicentro, s la distanza dall' ipocentro, t il tempo impiegato, sarà:

$$s^2 = p^2 + d^2 , \quad t = \frac{s}{v} , \quad t^2 = \frac{p^2}{v^2} + \frac{d^2}{v^2}$$

di modo che se si considerano i tempi come ascisse e le distanze dall' epicentro come ordinate, si ha:

$$\text{(I)} \qquad y^2 = v^2 x^2 - p^2$$

equazione di un' iperbole riferita agli assi, nella quale i tempi x sono va-

lutati da quello (t_0) in cui ebbe luogo la scossa nell' ipocentro, tempo che è incognito.

Chiamando t_1, t_2, t_3, i tempi in cui fu osservato l' arrivo dell' onda sismica in tre stazioni alle distanze d_1, d_2, d_3 dall' epicentro, si ha sostituendo nella (I)

$$d_1^2 = v^2(t_1 - t_0)^2 - p^2, \quad d_2^2 = v^2(t_2 - t_0)^2 - p^2, \quad d_3^2 = v^2(t_3 - t_0)^2 - p^2,$$

da cui si ricava:

$$t_0 = \tfrac{1}{2} \frac{(d_1^2 - d_2^2)(t_3^2 - t_2^2) + (d_2^2 - d_3^2)(t_1^2 - t_2^3)}{(d_1^2 - d_2^2)(t_3 - t_2) + (d_2^2 - d_3^2)(t_1 - t_2)}$$

$$v = \sqrt{\frac{(d_1^2 - d_2^2)(t_3 - t_2) + (d_2^2 - d_3^2)(t_1 - t_2)}{(t_1 - t_2)(t_2 - t_3)(t_3 - t_1)}}$$

$$p = \sqrt{v^2(t_1 - t_0)^2 - d_1^2} = \sqrt{v^2(t_2 - t_0)^2 - d_2^2} = \cdots$$

Sostituendo i valori di d e t per Catania, Ischia, Roma, si ha

$$t_0 = 18^h.50^m.12^s, \quad v = 1^{km},805, \quad p = 159^{km}.$$

Osservando che per l' epicentro è $y = 0$, e indicando con t il tempo in esso, si ottiene dalla (I)

$$0 = v^2(t - t_0)^2 - p^2$$

donde, sostituendo per t_0, v, p i valori trovati, si ha il tempo all' epicentro $18^h.50^m.42^s$, che dev' essere vicino al vero, poichè in Messina l' orologio astronomico si fermò a $18^h.52^m.0$.

Ma neppure l' ipotesi della velocità costante corrisponde alla realtà: infatti siccome la densità e la forza elastica degli strati della scorza terrestre vanno crescendo colla profondità, ne segue che le onde di propagazione delle scosse non sono sferiche concentriche, ma si allargano verso il basso e le linee di propagazione (brachistocrone) che passano dall' una all' altra onda in direzione normale, sono linee convesse verso il basso: la velocità media è maggiore lungo le brachistocrone più lontane dalla verticale nell' ipocentro, perchè percorrono tratti più lunghi negli strati inferiori, ove è maggiore la forza elastica; e la linea che rappresenta i tempi dell' arrivo della scossa ai varî punti della superficie della terra, posti nello stesso piano verticale passante per l' epicentro, ossia l' *odografo dei tempi* è una linea prima convessa, poi concava verso il basso, come ha dimostrato lo Schmidt [1].

Ed infatti la curva dei detti tempi che noi abbiamo ottenuta (fig. 2), è da prima convessa, poi concava verso il basso e termina con un ramo assintotico rispetto una orizzontale, a somiglianza della linea detta *concoide inferiore*.

[1] Jahreshefte des Vereins für Vaterl. Naturkunde in Württemburg, 1888.

Lo Schmidt ha dimostrato che l'ascissa del flesso di questa curva corrisponde al luogo della minima velocità superficiale od apparente, che è eguale alla velocità nell'ipocentro. Il luogo della minima velocità superficiale divide la regione del terremoto in un'area interna di maggiore scuotimento ed una zona esterna di minore scuotimento. La tangente al flesso passa al di sopra dell'ipocentro, quindi il segmento che essa taglia nell'asse delle

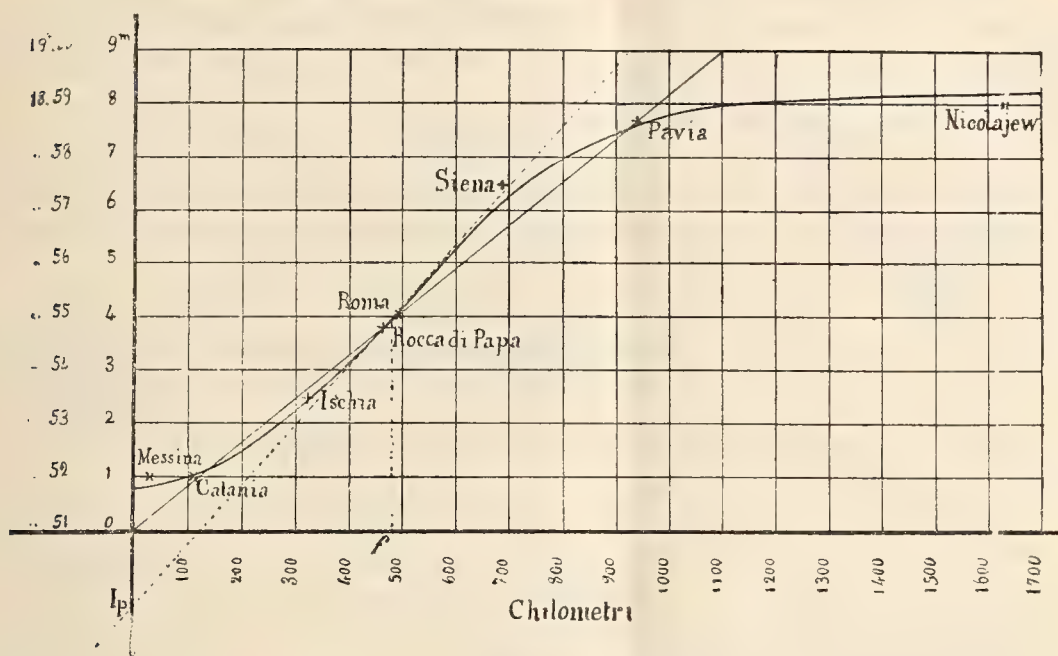



Fig. 2.

ordinate sotto l'origine, rappresenta un tempo minore di quello necessario alla propagazione della scossa dall'ipocentro all'epicentro, e perciò moltiplicandolo per la velocità all'ipocentro (più esattamente per la media fra quella all'ipocentro e quella all'epicentro) dà una profondità del centro sismico minore del vero. Invece l'ascissa del flesso è maggiore della detta profondità.

Applicando al caso nostro, nella fig. 2 si trova che l'ascissa del flesso of è 490 km., quindi l'area del maggior scuotimento si estenderebbe fino all'estremo sud della Calabria, alla punta peloritona della Sicilia e fin quasi a Monteleone e Soriano, il che corrisponde prossimamente al fatto.

La minima velocità apparente data dalla tangente al flesso è

$$\frac{490^{\mathrm{km}}}{234^{\mathrm{s}}} = 2^{\mathrm{km}}.094.$$

Il segmento tagliato dalla detta tangente nell'asse delle ordinate OI_p, rappresenta 82 secondi, quindi l'ipocentro avrà una profondità vicina a

$$82 \times 2^{\mathrm{km}}.094 = 172^{\mathrm{km}}$$

il che si accorda abbastanza col valore $p = 159$ km trovato col metodo dell' iperbole.

Negli altri Osservatorî stazioni sismiche, udometriche, ecc., il tempo del massimo e quindi le velocità non si possono avere con sufficiente approssimazione. Solo Palermo, ove il tempo è determinato astronomicamente, ha dato la velocità $1^{km}.86$ concordante con quella trovata prima.

Fratture dei fabbricati. — Il rilievo e lo studio delle fratture oblique, in numero di 33, ci ha provato che è affatto impossibile dedurre da esse la profondità dell' epicentro, secondo la idea e teoria del Mallet, e del Michell. Basti il dire che 16 fratture oblique indicano colla direzione della loro normale, ossia col lato verso cui pendono, la posizione dell' ipocentro nel semicircolo d' orizzonte ove è veramente, ma 17 lo indicano dalla parte opposta: è inutile quindi parlare di determinazione della profondità dall' ipocentro, dietro la direzione delle fratture oblique.

E infatti la discontinuità, l' eterogeneità, gli attacchi diversi delle muraglie fra loro o con altre parti dei fabbricati, rendono il muro di un edifizio ben diverso del solido ideale che si considera nella teoria: si aggiunge che in realtà la propagazione della scossa non avviene per linee rette come si suppone pure nella teoria del Mallet.

Metodo di Dutton per trovare la profondità dell' ipocentro. — Ammettendo che l' intensità y dello scuotimento sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza del punto scosso dall' ipocentro, che ha la profondità p, essendo I l' intensità della scossa alla distanza *uno*, ed essendo x la di stanza del punto dell' epicentro, si ha:

$$y = \frac{I}{p^2 + x^2}, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{2I}{(p^2 + x^2)^2}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{I(6x^2 - 2p^2)}{(p^2 + x^2)^3}$$

la prima equazione è massima per $x = 0$ e minima per $x = \infty$, dunque la curva che rappresenta ha un flesso, ossia un punto ove la variazione di y è più rapida; ad esso corrisponde l' ascissa x che annulla la seconda derivata, ossia

$$x = \frac{p}{\sqrt{3}},$$

e che non annulla la terza derivata.

Pertanto trovata sulla carta delle isosismiche la distanza x dall' epicentro, alla quale la variazione dell' intensità è maggiore, ossia ove le isosismiche sono più ravvicinate tra loro, la profondità dell' ipocentro sarà

$$p = x\sqrt{3}.$$

Nel caso nostro non è ben sicuro precisare ove ciò abbia luogo per l' irregolarità delle isosismiche: potrebbe ritenersi che sia fra le isosismiche 9 $\frac{1}{2}$ e 9 che comprendono una stretta zona ove si passa dalle gravi distruzioni a lesioni parziali degli edifizî. Siccome la forma delle dette isosismiche è irregolare, si prende il valore di x in quattro direzioni ortogonali: risultano valori compresi fra

$$x = 12^{km}, \; p = 21^{km}$$
$$x = 15 \;\;\;, \; p = 26$$

Valori analoghi a quelli trovati da altri autori per altri terremoti, come dal Dutton stesso per quello di Charleston, ove gli risultò $p = 19^{km}$. Ma si può osservare che anche all'isosismica 8 vi è una rapida diminuzione dell' intensità, poichè su di essa si passa dai luoghi molto danneggiati a quelli ove non vi fu alcun danno ai fabbricati, e ciò tanto più, perchè potrebbe ritenersi che l' isosismica 8 corrisponda al limite fra la regione interna di forte scuotimento, che secondo la teoria dello Schmidt avrebbe il raggio di 490 ^{km}.

Su questa isosismica 8 otteniamo nelle diverse direzioni valori di x e quindi di p molto diversi, fra i limiti

$$x = 27^{km}, \; p = \;\; 47^{km}$$
$$x = 93 \;\;\;, \; p = 161$$

Ove però il valore $p = 161$ è assai vicino a quello trovato col metodo della iperbole.

Proviamo un terzo metodo, fondato solamente sulla diminuizione dell' intensità delle scosse secondo il quadrato della distanza dall' ipocentro.

Adoperando i soliti simboli, e chiamando 10 la intensità all'epicentro, avremo,

$$\frac{y}{10} = \frac{p^2}{p^2 + d^2},$$

donde

$$p = \sqrt{\frac{yd^2}{10 - y}}.$$

Calcolando con questa formola il valore di p in diversi luoghi, od anche sulle varie isosismiche, si hanno in generale valori discordanti, come era da aspettarsi, per l' andamento irregolare delle isosismiche; ma calcolando invece per punti presi nella direzione ESE dall' epicentro, nella quale direzione le isosismiche hanno andamento più regolare, si ha:

Isosismiche	9.5	9.0	8.5	8.0
Profondità dell' ipocentro	52	54	50	52

La media delle profondità è 52, valore intermedio agli altri trovati prima.

Finalmente proviamo *a posteriori* quale delle profondità, cioè $p = 24^{km}$ media di quelle ottenute prima col metodo di Dutton, $p = 159^{km}$, valore ottenuto col metodo dell'iperbole che si accorda abbastanza coi limiti dati dalla teoria dello Schmidt e col valore maggiore dato dal metodo di Dutton, e $p = 52^{km}$, media dei valori ottenuti colla formola diretta applicata nella direzione ove le isosismiche sono più regolari, e vediamo come viene espressa la variazione dell'intensità nei seguenti luoghi, sempre chiamando 10 l'intensità nell'epicentro, e supponendo che diminuisca secondo il quadrato della distanza dall'ipocentro; avremo:

Tabella II.

LUOGHI	Distanza dallo Epicentro	Intensità osservata	INTENSITÀ CALCOLATA		
			$p = 24$ Km.	$p = 52$ Km.	$p = 159$ Km.
S. Procopio	0	10	10	10	10
Palmi	7	9.5	9	9 8	10
Gioia Tauro	16	8.5	7	9.2	9.9
Pizzo	56	8.0	1.6	4.6	9.0

Ove si vede che il valore $p = 24^{km}$ dà la variazione troppo rapida; il valore $p = 52^{km}$ la dà troppo lenta presso l'epicentro, troppo rapida nel luogo più lontano; il valore $p = 159^{km}$ dà la variazione troppo lenta, quasi nulla fino a Gioia Tauro.

Dunque nessuna delle proposte profondità soddisfa al variare dell'intensità osservata; e devesi concludere che i metodi per trovare la profondità dell'ipocentro, fondati sulla legge supposta, ma non esatta, dell'intensità in ragione inversa del quadrato della distanza dall'ipocentro e sulla espressione dell'intensità colla scala Rossi-Forel non possono risolvere il difficile problema; quindi merita più fiducia la maggior profondità dell'ipocentro trovata coi principî dello Schmidt. E siccome a tale profondità entro terra per l'alta temperatura nessun materiale può essere allo stato solido, devesi concludere che il focolare di questo terremoto è sotto alla scorza solida terrestre, ove questa è in contatto coi fluidi interni, e dove più facilmente possono succedere urti, detonazioni, deflagrazioni, capaci di scuotere la scorza relativamente sottile che li rinchiude.

Condizioni meteoriche nel giorno del terremoto, 16 Novembre 1894. — Non presentarono notevoli anomalie: la temperatura era in Calabria e Sicilia alquanto più elevata del solito, e da qualche tempo si lamentava la scarsità della pioggia; inoltre la giornata presentava un certo turbamento atmosferico per nubi, pioggerelle, e vento, cosa non straordinaria nell'autunno. Questo stato atmosferico ha fatto giudicare da alcuni (forse *a posteriori*) che vi sia stato tempo od *aria da terremoto*.

Non si ebbe in corrispondenza al terremoto alcun indizio positivo di risveglio dell' attività dell' Etna, del Vesuvio, di Stromboli, di Vulcano, nè delle fumarole, nè delle macalube, nè delle sorgenti termali di Calabria e Sicilia, secondo la visita da noi fatta ai luoghi.

Scosse premonitrici. — Secondo il prof. Mercalli vi furono in Calabria, Zungri, Pizzoni e Soriano (cioè lungi dall' epicentro), delle leggere scosse nella prima metà di novembre 1894. Il microsimoscopio *Guzzanti* in Mineo nel giorno 10 indicò otto scossette e nel giorno 11 ne segnò quattordici; i tromometri di Catania e di Mineo diedero una singolare agitazione microsismica nei giorni 10, 11, 12, 15 novembre. Alle ore $6\frac{1}{4}$ del 16 fu sentita nell' area epicentrale una scossa mediocre, avvertita dalle persone fino a Monteleone, segnalata fino a Mineo da quei delicati avvisatori.

Dalle ore $6\frac{1}{4}$ alle $6^h,56^m$ si hanno segnalate diverse scossette in Calabria e Sicilia, dalle quali però è sicuramente distinta dalla prima solo quella delle $6^h.56^m$, avvertita con panico in Riposto (Sicilia).

A mezzodì vi fu altra scossa leggera, avvertita solo nell' area epicentrale, e da poche persone fino a Monteleone.

Dalle ore 17 fino al momento della grande scossa si hanno notizie di scossette in Calabria e Sicilia, le quali, a meno di supporre errori troppo grossolani nel tempo, non si può credere che coincidano colla grande scossa, ma bensì deve ritenersi che l' abbiano preceduta.

Si deve notare il fatto singolare che da due mesi prima del 16 nov. nelle popolazioni della Calabria Ultra I^a vi era un grande eccitamento, perchè si diceva che le statue della Madonna in Palmi, Radicena, Seminara, muovevano gli occhi, sudavano, ecc., e si aspettava qualche flagello, e ciò fino al momento della grande scossa, in cui a Palmi la popolazione era in processione dietro l' immagine miracolosa.

Forse l' agitazione microsismica del suolo prima del terremoto nelle dette località prossime all' epicentro, era tale da essere percepita in modo vago da quelle genti, spesso provate dai terremoti e che, sia per tradizione, sia per eredità hanno raffinato i loro sensi ed i loro nervi per modo da percepire quei sintomi di una prossima catastrofe, che ad altri sfuggirebbero completamente.

Repliche. — Dopo la grande scossa, durante la notte seguente nella regione epicentrale si avvertì una sessantina di scosse: dopo vi fu nella stessa località un seguito di 16 periodi sismici principali, che si estesero fino al maggio del 1897.

In tutto si ebbero 197 scosse successive, avvertite dalle persone nella Calabria meridionale, e 240 in tutta la Calabria e nel Messinese, fino alla fine di maggio 1897, epoca in cui si può ritenere chiuso il periodo sismico, perchè per 11 mesi dopo non si ebbe più alcun terremoto in quei luoghi.

Rappresentando graficamente il numero delle repliche per mese, si ha una linea che da principio scende rapidamente, poi si allunga in un ramo assintotico, indicante il lento estinguersi del periodo sismico.

Influenza della luna. — Non debbo tralasciare di far presente che il terremoto cominciò al 16 novembre 1894 con luna perigea, e che quattro delle principali repliche avvennero pure con luna al perigeo, ossia alla minima distanza datla terra: e che inoltre altre due repliche avvennero con luna nuova, ed un' altra con luna piena, ossia (in questi tre ultimi casi) quando il sole e la luna erano in linea retta colla terra. Dunque in tutti i 12 casi predetti gli astri erano in condizione favorevole per esercitare la maggior attrazione sulla terra: non si potrebbe ragionevolmente pretendere che tutto ciò sia casuale e privo d' ogni significato.

Confronto del terremoto del 1894 con quello del 1783. — Per fare questo confronto, da prima mediante la descrizione del terremoto del 1783, fatte dal Sarconi e dal Vivenzio, abbiamo espresso colla scala Rossi Forel l' intensità del terremoto del 5-6 feb. e di quello del 28 marzo 1783 per tutti i luoghi considerati. Al grado massimo corrisponde una intensità e fenomeni tali che non si verificarono nel 1894, come l' esser delle città o borgate rase completaments al suolo, i grandi scoscendimenti di terreno, le enormi fratture, ecc. perciò a tale grado abbiamo dato il valore 11, perchè abbiamo chiamato 10 il massimo del 1894, consistente nella distruzione incompleta, senza scoscendimenti; con piccole fratture. Si sono poi tracciate al modo solito le altre isosismiche [1], le quali sono riuscite abbastanza sicure fino al grado 8, meno per i gradi minori: da questa costruzione grafica si ricavano le seguenti conclusioni:

L' epicentro del 1783 quasi coincide con quello del 1894, ma è spostato alquanto verso NE, cioè verso Terranova, ove fu il massimo.

L' area epicentrale (intensità 11) del 1783 comprende quella del 1894 (intensità 10) ed ha superficie 6 volte maggiore; l' area compresa dall' isosismica 9 nel 1783 ha l' area 6 $\frac{1}{3}$ volte maggiore e quella dell' isosismica 8 ha l' area 2,2 volte maggiore della corrispondente nel 1894.

Ammettendo la diminuzione della intensità secondo il quadrato della distanza dal centro sismico, nei luoghi ove si ebbero eguali effetti pei due terremoti l' intensità al centro sismico sarà proporzionale al quadrato della distanza; ma non conoscendosi la profondità dello ipocentro nei due terremoti, si potrà fare il confronto solo per le isosismiche del grado 8, che sono a tale distanza da potersi trascurare la profondità dell' ipocentro, e quindi considerare l' intensità dei terremoti confrontati prossimamente proporzionale

[1] Questi Rendiconti, pag. 5.

al quadrato del raggio, ossia all' area della isosismica 8; dunque l' intensità è più di due volte maggiore nel 1783 in confronto al 1894.

Le isosismiche delle maggiori intensità nel 1783 sono allargate nella direzione NE-SW, mentre quelle del 1894 lo sono secondo NW-SE; tale differenza potrebbe spiegarsi semplicemente colla differente ampiezza delle isosismiche, per cui invadono terreni di natura diversa; ma potrebbe anche dipendere da forma diversa del focolare sismico.

Dal fatto che le isosismiche del 1783 sono l' una più lontana dall' altra che nel 1894, si può arguire che nel primo terremoto l' intensità diminuì più lentamente colla distanza dall' epicentro, e che per conseguenza l' ipocentro doveva essere più profondo.

Nel 1783 vi fu al 7 febbraio un altro grande terremoto col centro in Soriano, ed un un terzo al 28 marzo col centro a Borgia. Nel 1894 il terremoto fu unico, ma come si disse, le isosismiche si allargarono verso le due dette località, indicando in esse maggiori effetti del terremoto.

Nel 1783 vi fu una lunghissima serie di frequenti repliche che durò circa quattro anni: il numero complessivo delle scosse avvertite dalle persone in Monteleone (Pignatari) fu di 1200. Nel 1894 le repliche durarono men di 3 anni, ed il loro numero fu circa 5 volte minore. Però l' andamento delle repliche fu dello stesso genere nei due terremoti.

Nel terremoto del 1783 vi furono 30 000 morti e 300 000 feriti: nel 1894 vi fu un centinaio di morti e circa un migliaio di feriti; nel 1783 a Terranova morì il 75 per cento della popolazione, nel 1894 il massimo delle vittime fu a S. Procopio, del 5 per cento, ed anche per un caso disgraziato.

Nel 1783 il valore del danno complessivo in Calabria fu valutato di 133 milioni di lire: nel 1894 nella provincia di Reggio C. il danno fu di circa 25 milioni, cioè 5 volte minore.

Dunque il terremoto del 1894 può ritenersi come una replica di quello del 1783, ma fortunatamente in iscala minore: ciò dà motivo di sperare che nell'avvenire non si verifichino più in quelle regioni catastrofi di così gravi intensità come nel passato: poichè vi è una certa probabilità che quegli scuotimenti precedenti abbiano dato alle roccie di quei luoghi un assettamento più stabile.

Paleontologia. — *Fossili miocenici dell'Appennino Aquilano.* Nota del Corrispondente Carlo De Stefani e Bindo Nelli.

Il prof. Italo Chelussi, fra gli altri fossili raccolti nell'Abruzzo Aquilano ci mandò in più volte i seguenti, che appartengono tutti al Miocene medio [1], del quale terreno sono massimamente distintivi i *Pecten* che nel medesimo sembrano avere raggiunto il loro massimo sviluppo generico.

Lamna elegans Ag. Calcare di Poggio Picenze.

Hemipristis serra Ag. Ibidem.

Oxyrhina hastalis Ag. Ibidem.

Sphaerodus cinctus Ag. Ibidem.

Terebratulina caput serpentis Lck. Marne arenacee di M. Luco, comune.

Aturia Aturi Bast. Marne di M. Luco.

Turbo fimbriatus Bors. Ibidem.

Tugurium postextensum Sacco. Ibidem.

Trochus cfr. *ottnangensis* Hörn. Ibidem.

Scalaria Duciei Wright. Calcare di M. Luco. Trovasi a Malta nelle marne del Bolognese ed in Piemonte.

Galeodea echinophora Lck. Marne arenacee di M. Luco.

Ostrea cochlear Poli. Marne arenacee di M. Luco e di Santa Lucia; arenaria di Francolisco nel comune di Lucoli.

O. neglecta Michl. Calcare compatto situato sopra il calcare litografico di S. Giacomo, presso la regione dei castagni.

O. acusticosta Seguenza. Calcare di Rocca di Cambio; trovasi pure in Calabria e a Malta.

Pecten denudatus Reuss. Marne di M. Luco.

P. similis Lask. Marne di M. Luco e di Ponte delle Valli.

P. cristatus Bronn. Marne di M. Luco e calcare marnoso di Cucullo.

P. Koheni Fuchs. Marne di M. Luco. Trovasi pure a Rossano Calabro, ad Acqui sotto le marne langhiane ed altrove in Piemonte, e comunemente nella Pietra leccese e a Malta.

P. scabrellus Lck. Calcare di Rocca di Cambio, comune; conglomerato calcareo di Offena. È una leggera varietà un poco più equilaterale e con una costa o due di più, in media, del tipo pliocenico, varietà comune nei terreni miocenici della penisola, a S. Marino, nel fosso d'Arcionello presso Viterbo, e altrove.

[1] I fossili sono stati determinati dal dott. Nelli che ne farà oggetto di una pubblicazione speciale.

P. Malvinae Dub. Marne di M. Luco, di Francolisco nel comune di Lucoli; di Ponte delle Valli; sotto S. Giuliano tra il convento e l' Aquila, trovato in uno scavo per costruzione di casa; calcare di Tufo presso Carsoli al confine della provincia romana; calcare bardigliaceo di Santa Lucia presso Lucoli, tra Francolisco e Santa Menna.

P. Haveri Michelotti, = *P. Bianconii* Fuchs p. p. Calcare di Pietra Cervara presso Calascio.

P. Northamptoni Michelotti. Marne di M. Luco. Calcare marnoso di Cerchio, di Cucullo, di Collebrincioni (Capo Croce), di Ponte delle Valli (Pescina).

P. planosulcatus Matheron. Calcare di Tufo presso Carsoli, di Ponte delle Valli, di Rocca di Cambio. Fu paragonato con un esemplare di Casa Giustignana in Corsica raccolto da noi; lo possediamo pure dell' Umbria.

P. sp. n. cfr. *scissus* Favre. Calcare marnoso di Ponte delle Valli a Pescina.

P. gloriamaris Aud. var. *pervaricostata* Sacco. Calcare di M. Luco.

P. Reûssi Hörnes, Marne di M. Luco.

P. subarcuatus Tourn. Calcare di Tufo.

P. revolutus Michelotti. Calcare di Rocca di Cambio.

Nucula sp. Marne di M. Luco.

Lucina. sp. Marne di M. Luco.

Cardita rudista Lck. Marne di M. Luco.

Venus islandicoides Lck. Calcare di Cucullo.

Donax sp. Marne di M. Luco.

Tellina sp. Marne di M. Luco.

Pholadomya Fuchsi Schäffer an = *P. Puschi* Goldf. var. Calcare di S. Demetrio. Comune nel Miocene medio della penisola.

Ceratotrochus sp. Arenaria marnosa di M. Luco.

Stephanophyllia imperialis Michelin. Calcare bardigliaceo di M. Luco.

Operculina complanata Basterot. Calcare di Rocca di Cambio. Gli autori citano entro calcari consimili in tutto l' Appenino centrale delle Nummuliti che attribuiscono all' Eocene e per le quali chiamano quei calcari nummulitici. Talora essi nominano Nummuliti le Orbitoidi ed altri generi diversi che si trovano anche nel Miocene medio. Sembra però che realmente si trovino delle piccole *Nummulites* ma diverse da quelle del Miocene inferiore e dell' Eocene, e sarebbero fra le più recenti del genere.

Fra i citati fossili, tutti trovati anche nel Miocene medio di altre parti dell' Appennino e delle isole adiacenti, sono specialmente notevoli quelli che provengono dai calcari bianchi, cristallini, i quali a primo aspetto si attribuirebbero ad età assai più antica, o dai calcari bardigliacei, e dai conglomerati calcarei, e che attestano l' età di questi essere per nulla differente da quella delle arenarie e delle marne. I tentativi da noi fatti di attribuire

i fossili de' calcari a specie del Miocene inferiore o dell' Eocene restarono vani.

Tanto i calcari quanto le altre roccie sembrano appartenere alla zona *Langhiana*, perciò ad una plaga di mare piuttosto profondo.

Dalle cose dette risulta l' importanza delle osservazioni fatte dal Chelussi, il quale di già, molto ragionevolmente, aveva riunito tutti i sopra citati terreni nel Miocene medio [1].

Questi medesimi terreni sono molto estesi in tutto l' Appennino centrale. Una volta anche le arenarie e le marne erano attribuite all' Eocene od al Miocene inferiore; il Moderni attribuisce tuttora all' Eocene e le arenarie del Monte di Mezzo e del Pizzo di Sivo [2] che il Chelussi riconobbe mioceniche. Si attribuiscono pure all' Eocene e talora perfino alla Creta, i calcari cristallini bianchi, che dai fossili prevalentemente contenuti ben possono dirsi calcari a *Pecten*. Infatti nell' immediato confine con la provincia di Aquila sono attribuiti al Cretaceo dal De Angelis [3], all' Eocene od all' Oligocene dal Viola [4] la *Pietra di Subiaco* ed in generale i calcari marnosi, o compatti e cristallini, ed i conglomerati calcarei con *Orbitoides*, *Ostrea*, *Pecten*, Gasteropodi e denti di Pesce dei dintorni di Subiaco; mentre sono attribuiti all' Eocene anche dal De Angelis quelli di Senne, di Canterano, di Cerneto Laziale. Io poi ritengo appartenenti al Miocene e probabilmente al Miocene medio anche le marne calcaree ad *Orbitoides* di Castel Madama e della Valle inferiore dell' Aniene che altri pose nell' Eocene. Così pure debbono attribuirsi al Miocene medio il calcare bianco cristallino a *Pecten*, di specie in gran parte identiche a quelle dell'Aquilano, che si osserva sugli Ernici fino Anticoli, Piglio, Acuto, Guarcino, Collepardo, Veroli [5] e, salvo qualche piccolo lembo probabilmente cretaceo, i calcari a *Pecten* di Ceccano, dei Maroni, di Sgurgola, ed altri della Valle del Sacco, ritenuti eocenici dal Viola, ma giustamente riconosciuti miocenici, quelli di Ceccano, dal Mayer [6] come sono mioceniche le arenarie di Anagni, Ferentino e Frosinone nella stessa valle. Però su tali questioni paleontologiche e cronologiche torneremo più a lungo in altro luogo.

[1] I. Chelussi, *Brevi cenni sulla costituzione geologica di alcune località dell'Abruzzo aquilano*. Firenze, Baroni e Lastrucci, 1897.

[2] P. Moderni, *Osservazioni geologiche fatte al confine dell'Abruzzo teramano colla provincia di Ascoli nell'anno 1896* (Boll. R. Com. geol. vol. XXIX, 1898, p. 87).

[3] G. De Angelis, *L'alta valle dell'Aniene* (Mem. d. Soc. geografica it., vol. VII, p. 207 e seg.).

[4] C. Viola, *Osservazioni geologiche fatte sui Monti Sublacensi nel 1897* (Boll. Com. geol., vol. XXIX, 1898, p. 276 e seg.).

[5] C. Viola, loc. cit., *Osservazioni geologiche fatte sui Monti Ernici* (Boll. Com. geol., vol. XXVII. 1896, p. 301). — *Osservazioni geologiche fatte nel 1896 sui Monti Simbruini in provincia di Roma* (Boll. Com. geol., vol. XXVIII, 1897, p. 47).

[6] C. Viola, *Osservazioni geologiche nella valle del Sacco in provincia di Roma* (Boll. Com. geol., vol. XXVII, 1896, p. 8, 16, 30).

L'aspetto litologico dei detti calcari bianchi cristallini, così aberrante da quello delle solite roccie mioceniche, fu la principale cagione per la quale essi vennero attribuiti ad età antica. Quell'aspetto deriva dal trovarsi i medesimi in una regione esclusivamente costituita da calcari giuresi, cretacei o veramente eocenici, ed a contratto immediato o quasi con questi, poichè infatti sono formati dalla ricostituzione di materiali calcarei preesistenti.

Il Lotti volle attribuire all'Eocene anche i calcari bianchi, semicristallini, a briozoi e a *Pecten*, cui tipo principale sono i calcari di San Marino, della Falera, del Sasso di Simone e in generale dell'Alta valle Tiberina, della Verna, di Bismantova, ecc. (1); ma la paleontologia dei medesimi, oramai abbastanza bene conosciuta, prova in modo sicuro ch'essi sono miocenici come le arenarie e le marne concomitanti. Recentemente A. Silvestri volle attribuire allo *Zancleano* inferiore da lui ritenuto Pliocene inferiore, certe marne di Sansepolcro nell'alta valle Tiberina (2); ma per l'appunto il *Zancleano* del Seguenza, come dimostrai in altri scritti (3), non è che una plaga di mare assai profondo del Miocene medio, tant'è vero che dopo di me, e pur non ricordando le osservazioni mie, furono paragonati allo *Zancleano* inferiore strati del Miocene medio dei dintorni di Monte Gibio nel Modenese dal Coppi, e di S. Rufillo nel Bolognese dal Fornasini. Strati pliocenici marini nell'alta valle Tiberina, per lo meno a monte di Perugia non se ne trovano.

Delle arenarie a *Pecten* dell'Umbria, che altri aveva supposte eoceniche od oligoceniche, e che uno di noi da molto tempo aveva riconosciuto non essere più antiche del Miocene medio, fu affermata quest'ultima età dai recenti studî di Verri e De Angelis.

Per riassumere in poche parole le osservazioni fatte, benchè saltuariamente, da uno di noi, o desunte dalle collezioni pubbliche o private e dagli studî altrui, nell'Appennino centrale, diremo che per ora non conosciamo terreni sicuramente appartenenti al Miocene inferiore nell'ampio spazio esistente fra Renno nel Modenese e le pendici della Sila, quantunque non si possa ancora escludere che vi si riferiscano alcuni fra gli strati inferiori delle arenarie marnose del crinale appenninico tosco-romagnolo. Così pure non si conoscono tali terreni nelle adiacenti isole di Corsica e di Sardegna e nell'Arcipelago toscano. Essi invece, secondo le nostre osservazioni, sono piuttosto estesamente rappresentati sotto latitudine corrispondente nella penisola Balcanica.

Passando a parlare dell'Eocene, e riassumendo pure quanto apprendemmo nelle nostre escursioni, diremo che il tipo dell'Eocene superiore e medio ad arenarie, a calcari con *Alveolina*, *Nummulites Lamarcki* Mgh., *N. irregu-*

(1) B. Lotti, *Studî sull'Eocene dell'Appennino toscano* (Boll. Com. geol., vol. XXIX, 1898, p. 4 e seg.).

(2) A. Silvestri, *Una nuova località di Ellipsoidina ellipsoide* (Atti R. Acc. Lincei, Rend. 18 giugno 1899).

(3) C. De Stefani, *Iejo, Montalto e Capo Vaticano* (Atti R. Acc. Lincei 1881).

laris Desh., *N. subirregularis* De la H., *Assilina*, a galestri, a Peridotiti, dell' Appennino settentrionale cessa presso a poco sulla destra del Tevere, nè più ricomparisce, se non, per quanto riguarda le roccie dell' Eocene superiore, in varie parti dell' Appennino Pugliese e Basilisco, come di là dall' Adriatico nei dintorni di Cattaro e di Spizza.

Nell' Appennino centrale e meridionale, come in tutta la parte centrale e meridionale della penisola Balcanica, l' Eocene medio è rappresentato da calcari a grosse *Nummulites*. Arenarie eoceniche in questa regione appennica non ne conosciamo, ed è probabile che le arenarie ivi tanto estese appartengano al Miocene medio. Il Patroni dimostrò già la pertinenza a questa età di quelle di Baselice nel Beneventano.

Fisica. — *Sulle variazioni dell' effetto Peltier in un campo magnetico.* Nota di A. Pochettino, presentata dal Socio Blaserna.

Fra le più notevoli relazioni che legano il magnetismo agli altri fenomeni fisici una delle più interessanti è certamente quella segnalata per la prima volta da Lord Kelvin [1]: ossia l' influenza della magnetizzazione sulle proprietà termoelettriche del ferro e dell' acciaio. Le esperienze di Lord Kelvin sono però puramente qualitative, le prime misure sull' argomento sono quelle di Stroubal e Barus [2] i quali studiando una coppia ferro-rame magnetizzata longitudinalmente da un campo di 35 unità C. G. S. trovarono che la forza elettromotrice era maggiore nel campo che fuori di esso. Dopo Stroubal e Barus, Chassagny [3] eseguì un' estesa serie di esperienze constatando che è bensì vero che la forza elettromotrice di una coppia ferro-rame, posta in un campo magnetico, varia al variare dell' intensità del campo, ma mentre da principio cresce fino a un massimo per un campo di 55 unità, decresce poi in seguito al crescere dell' intensità del campo.

La ricerca più completa su questo argomento è senza dubbio quella di Houllevigue [4]; egli con numerosissime ed accurate esperienze arriva alla seguente conclusione: la forza elettromotrice di una coppia ferro-rame, viene modificata da un campo magnetico, cresce dapprima fino ad un massimo e ritorna al suo valore normale in un campo di 350 unità e finalmente decresce.

Nella presente Nota mi propongo di esporre i risultati di alcune esperienze eseguite nel R. Istituto Fisico di Roma al fine di constatare quale influenza abbia la magnetizzazione longitudinale sul valore dell' effetto Pel-

(1) Phil. Trans. L. R. S. pag. 722, 1856.
(2) Wied. Ann. XIV, pag. 54, 1881.
(3) C. R. CXVI, pag. 977, 1893.
(4) Ann. de Chim. et de Phys. (7), VII, pag. 495, 1896.

tier in una saldatura ferro-rame e vedere fino a qual punto i miei risultati si accordino con quelli che si possono dedurre dalle esperienze di Houllevigue mediante la nota formola di Thomson che lega il coefficiente dell' effetto Peltier al valore della forza termoelettromotrice fra due metalli. I metodi finora escogitati per la misura del coefficiente dell' effetto Peltier sono di due specie: o si fondano su misure calorimetriche o su misure di temperatura nella saldatura. Data l' indole della ricerca non potei pensare d' adoperare misure di calorimetria perchè troppo difficile sarebbe stato porre un calorimetro di sufficiente esattezza in un campo magnetico uniforme; dovetti dunque usare altro metodo. Appartenenti all' altro tipo non vi sono a mia conoscenza che due metodi, uno ideato dal Roux [1] che consiste nel produrre l' effetto Peltier che si vuol misurare in contatto con una delle faccie di una pila termoelettrica ed equilibrare la sua azione mediante un riscaldamento prodotto sull' altra faccia da una corrente variabile a volontà attraversante una resistenza costante. Questo metodo però anche usato con tutti gli accorgimenti che pratica e teoria suggeriscono non conduce alla necessaria sensibilità. Per conseguenza non mi rimase che adottare l' altro procedimento ideato dal sig. Straneo e da lui pubblicato nella Nota [2] *Sulla Temperatura di un conduttore lineare bimetallico.* Non starò a ripetere qui come egli arrivi alla misura del coefficiente dell' effettto Peltier mediante la considerazione di tutti i fenomeni termici che si producono in un conduttore lineare composto di due metalli, percorso da una corrente di data intensità, ossia: Propagazione del calore nell' interno causato dalle conducibilità calorifiche interne, flusso di calore verso l' esterno attraverso la superficie di contatto coll'aria ambiente, effetto Joule, effetto Thomson, effetto Peltier, trattandosi di una Nota pubblicata in questi stessi Rendiconti. Riporterò solo la formola finale ricordando ch' essa vale nel caso di un conduttore cilindrico composto di due metà eguali di diverso metallo, di cui le due estremità siano mantenute ad una temperatura fissa che si assume come origine, temperatura che si ammette essere eguale a quella dell' ambiente esterno, e nell' ipotesi che le variazioni massime di temperatura si limitino a pochi gradi di modo che si possa trascurare l' effetto Thomson.

La temperatura del conduttore così considerato tende al crescere del tempo ad uno stato stazionario; chiamando $\varDelta U$ la differenza fra le due temperature stazionarie nella saldatura per due direzioni opposte della corrente riscaldante si giunge alla formola

$$(1)\quad \varDelta U = 2\frac{Pi}{q}\frac{(e^{\lambda_1 l_1}-e^{-\lambda_1 l_1})(e^{\lambda_2 l_2}-e^{\lambda_2 l_2})}{k_1\lambda_1(e^{\lambda_1 l_1}+e^{-\lambda_1 l_1})(e^{\lambda_2 l_2}-e^{-\lambda_2 l_2})+k_2\lambda_2(e^{\lambda_1 l_1}-e^{-\lambda_1 l_1})(e^{\lambda_2 l_2}+e^{-\lambda_2 l_2})}$$

[1] Ann. de Chim. et de Phys. (4), X, pag. 282, 1867.
[2] Rend. Acc. Lincei, 1898, 1° semestre, pag. 346.

dove P è il coefficiente dell' effetto Peltier, q è la sezione comune alle due metà del conduttore, i è l' intensità della corrente riscaldante, k_1 e k_2 sono rispettivamente le conducibilità termiche interne dei due metalli di cui si compone il conduttore, $l_1\, l_2$ le loro rispettive lunghezze e

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{h_1 p}{k_1 q}} \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{h_2 p}{k_2 q}}$$

essendo h_1 e h_2 le conducibilità termiche esterne dei due metalli e p il loro comune perimetro. Dalla (1) si ha:

$$(2)\ \mathrm{P} = \frac{q \varDelta \mathrm{U}[k_1\lambda_1(e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})(e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}) + k_2\lambda_2(e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1})(e^{h_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2})]}{2i(e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1})(e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2})}$$

formola che ci permette il calcolo di P in funzione di tutte quantità misurabili con acconcie esperienze, ossia in funzione di $k_1\, k_2\, h_1\, h_2\ i\ q\ , p\ .\ \varDelta \mathrm{U}$.

Per realizzare le condizioni ai limiti richieste dallo sviluppo del sig. Straneo e far avvenire il fenomeno in un campo magnetico uniforme, operai così: Il conduttore era formato da due cilindretti, uno di rame e l' altro di ferro chimicamente puri, saldati ad argento sul prolungamento l' uno dell' altro; le sue due estremità erano saldate a due cassette di rame munite di convenienti tubulature onde far circolare in esse dell' acqua corrente; l' aria circondante la superficie del conduttore era completamente avvolta da un doppio involucro cilindrico in ferro vicinissimo ad essa; fra le due pareti di questo doppio cilindro si poteva far correre la stessa acqua delle cassette di rame. Attorno alla cassetta di ferro era avvolto il filo accuratamente isolato formante un' elica magnetizzante composta da cinque strati di filo, ed estendentesi lungo tutta la lunghezza del conduttore; il filo era tale da poter essere percorso anche da una corrente di 25 Ampère senza essere quasi riscaldato. La corrente riscaldante era fornita da due accumulatori accoppiati, mediante apposito commutatore poteva essere invertita, e veniva misurata mediante un amperometro ordinario; la corrente magnetizzante veniva data da una batteria di 12 accumulatori.

Le misure di temperatura erano eseguite mediante una piccolissima pila termoelettrica, una saldatura della quale era fissata nella saldatura ferro-rame e l' altra era messa in una provetta di vetro immersa mediante apposita tubulatura nell' acqua corrente della cassetta di ferro avvolgente il conduttore.

Veniamo ora alle singole misure e alle precauzioni da usarsi nelle medesime. Cominciamo dalla determinazione delle conducibilità termiche interne ed esterne dei due metalli. Trattandosi di quantità che variano da pezzo a pezzo dello stesso metallo, occorreva conoscerle proprio per i due cilindretti con cui si voleva sperimentare. A ciò provvede un metodo abbastanza esatto

per i nostri scopi, ideato dallo stesso Straneo e da lui pubblicato nella Nota: *Sulla determinazione simultanea delle conducibilità termiche ed elettrica dei metalli a varie temperature* (1), metodo di cui mi sono servito anch'io per la sua comodità nel caso di cui mi occupavo, giacchè con ciò misuravo queste quantità nello stesso campo magnetico in cui poi si effettuavano le esperienze.

Una questione che si presenta subito qui è la seguente: La conducibilità termica interna e forse l'esterna vengono modificate dalla magnetizzazione; ora trattandosi di misurare l'effetto Peltier in un campo magnetico con un metodo che richiede la nozione esatta di quelle costanti, non bisognerà forse tener conto delle loro variazioni nella misura di P? Per rispondere a questa domanda basta vedere quale influenza esercitino sul valore misurato del coefficiente dell'effetto Peltier piccole variazioni nelle k. Derivando opportunamente la (2) si arriva alla seguente relazione:

$$dP = \left\{ \frac{q \cdot \Delta U \cdot \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})}{2i(e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1})} - \frac{\Delta U \cdot h_1 p (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})}{4i\lambda_1 k_1 (e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1})} - \frac{\Delta U \cdot \lambda_1 l_1^2 h_1 p}{4ik_1(e^{\lambda_1 l_1} - e^{\lambda_{-1} l_1})^2} \left[(e^{\lambda_1 l_1} - e^{\lambda_{-1} l_1})^2 - (e^{\lambda_1 l_1} + e^{\lambda_{-1} l_1})^2 \right] \right\} dk_1$$

dove sostituendo alle varie costanti i loro valori approssimati si ha:

$$dP = -0{,}008\, dk_1 .$$

Di qui si vede che una variazione del valore di k_1 (*ferro*) quale viene causata da una magnetizzazione longitudinale, che secondo le esperienze del prof. Battelli (2) ammonterebbe a $+ 0{,}002$ del valore totale per un campo di ben 1500 unità, non ha alcuna influenza sensibile sul valore di P, e che questo in ogni caso diminuirebbe.

Dovendosi ora cercare di ottenere contemporaneamente una discreta sensibilità e una completa indifferenza rispetto al campo magnetico preferii usare per costruire le mie pile termoelettriche dei fili sottilissimi di argentana ed argento. Queste pile oltre una forza termoelettromotrice invariabile in un campo magnetico, il che venne accuratamente controllato con numerose calibrazioni fuori e dentro il campo magnetico, davano una sensibilità col galvanometro usato da permettere la misura del $^1/_{1000}$ di grado. Dette pile venivano fissate a stagno per una saldatura al punto d'unione dei due metalli componenti il conduttore; nella collocazione appunto di questa saldatura s'incontrò la massima difficoltà: infatti se i due fili della pila non si trova-

(1) Rend. R. Acc. Lincei, 1898, 1° semestre, pag. 197.

(2) Atti Acc. Torino, pag. 559, 1886.

vano approssimativamente nello stesso piano sezione del conduttore bimetallico, parte della corrente riscaldante penetrava per uno dei detti fili e dava una forte botta all' ago del galvanometro nell' istante della chiusura della corrente riscaldante. Una deviazione improvvisa, violenta alla chiusura del circuito indicava l' inconveniente che si cercava di eliminare mediante una migliore saldatura della pila; dopo cinque o sei tentativi questa collocazione riusciva se non completamente almeno con sufficiente esattezza. La calibrazione della pila termoelettrica avveniva senza dissaldarla mediante un buon termometro così: Si lasciava correre l' acqua nelle cassette per un certo tempo finchè si poteva esser sicuri che la saldatura ne avesse assunto la temperatura, e poi si riscaldava in modo noto l' altra saldatura libera, riscaldando con la mano la provettina di vetro piena di glicerina in cui essa era immersa, e che, nelle misure ordinarie, era fissata in modo da trovarsi per due terzi immersa nell' acqua della cassetta centrale.

La misura dell' intensità del campo magnetico nel punto della saldatura veniva effettuata mediante il noto metodo delle scariche indotte osservate al galvanometro balistico; la bobina adoperata era piccolissima e costruita in modo da poter essere adattata molto vicina al conduttore bimetallico nell' interno dell' elica magnetizzante.

Con questo metodo avevo il vantaggio di compiere tale misura senza spostare tutto l' apparecchio e senza dover supporre la corrente magnetizzante costante, cosa di cui non sarei stato sicuro nel caso che avessi interrotto la corrente per un certo tempo onde disporre altrimenti l' apparecchio; di più non era necessario conoscere l' intensità della corrente magnetizzante.

Riassumendo, i vantaggi della disposizione adottata sono i seguenti: Non occorreva smontare l' apparecchio ogni volta per la misura del campo magnetico; la durata di una misura poteva essere qualunque perchè grazie all' apparecchio ad acqua, il riscaldamento delle spire magnetizzanti già piccolo perchè costruite di filo grosso, era assolutamente innocuo pel conduttore centrale; potevo misurare k_1 k_2 h_1 h_2 nel campo magnetico e in esso campionare anche la pila termoelettrica; non erano più necessarie tutte le precauzioni di cui parla Houllevigue per proteggersi da influenze termiche esterne.

Non mi rimane ora più che riferire i risultati ottenuti, perciò dirò qualcosa sui numeri che qui riporto: H indica l' intensità del campo magnetico in unità C. G. S, I è l' intensità della corrente riscaldante nelle stesse unità, $\varDelta$U è la differenza fra le due temperature stazionarie nella saldatura per i due sensi della corrente espressa in gradi centigradi, $\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}}$ è il rapporto fra i valori di P in un campo nullo e quelli nei varî campi. Per confrontare le mie esperienze con quelle di Houllevigue [1], ho creduto bene riportare il valore del rapporto $\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}_1}$ come si deduce dalla formola empirica

[1] Loc. cit.

da lui trovata. La formola di Thomson dice:

$$P(A\,.\,B) = \frac{T}{J}\frac{\partial}{\partial T}E(A\,.\,B)$$

dove P,T,J,E hanno i ben noti significati. In un campo d' intensità H avremo:

$$P_1(A\,.\,B) = \frac{T}{J}\frac{\partial}{\partial T}E'(A\,.\,B)$$

di qui:

$$P_1 - P = \frac{T}{J}\frac{\partial T}{\partial}(E - E') = \frac{T}{J}\frac{d\delta}{dT},$$

indicando con δ la variazione di forza elettromotrice di una pila termoelettrica prodotta dall' azione d' un campo H.

La formola data da Houllevigue come rappresentazione del risultato delle sue numerosissime ed accurate esperienze è la seguente:

$$S = E' - E = 10^{-7}[125(T - t) + 0{,}508(T^2 - t^2)]\frac{H(350 - H)}{1 + 0{,}0428\,H};$$

donde esprimendo tutto in unità centimetro, grammo, secondo e indicando con T la temperatura in gradi centigradi ho:

$$P_1 - P = 10^{-12}\frac{T + 273}{4{,}17}(125 + 1{,}016\,T)\frac{H(350 - H)}{1 + 0{,}0428\,H}. \tag{3}$$

Di qui noto P si può calcolare il rapporto $\frac{P}{P_1}$ i cui valori riporto nella colonna 7ª della tabella. Nell'ultima colonna sono riportate le temperature dell' acqua corrente nelle cassette.

Le misure di P vennero eseguite per 4 intensità della corrente riscaldante, rispettivamente di 4, 8, 10, 14 Ampère.

Riporto qui dapprima i risultati delle misure preliminari e le dimensioni del conduttore.

Per ogni costante feci tre misure che mi diedero i seguenti numeri:

$K_{Cu} = 0{,}996$		$h_{Cu} = 0{,}00025$	
» $= 0{,}992$	Media 0,995	» $= 0{,}00029$	Media 0,00028
» $= 0{,}997$		» $= 0{,}00029$	
$K_{Fe} = 0{,}150$		$h_{Fe} = 0{,}00030$	
» $= 0{,}152$	Media 0,149	» $= 0{,}00031$	Media 0,00030
» $= 0{,}146$		» $= 0{,}00030$	

Il diametro comune alle due metà metalliche del conduttore era di cm. 0,38 e la lunghezza di cm. 7.

Ed ecco i numeri ottenuti:

H	I	ΔU	P	Medie	$\frac{P}{P_1}$ mis.	$\frac{P}{P_1}$ calc.	Differenza	Temperatura
0	0,4	0,350	0,008816	0,008824	—	—	—	11°
	0,8	0,702	8841					
	1,0	0,875	8816					
	1,4	1,226	8823					
98	0,4	0,356	0,008967	0,008968	0,9839	0,9862	+ 0,0023	11, 2
	0,8	0,712	8967					
	1,0	0,891	8977					
	1,4	1,241	8960					
210	0,4	0,354	0,008917	0,008918	0,9894	0,9911	+ 0,0017	11, 1
	0,8	0,708	8916					
	1,0	0,885	8917					
	1,4	1,240	8924					
306	0,4	0,352	0,008866	0,008856	0,9852	0,9980	+ 0,0128	12
	0,8	0,704	8866					
	1,0	0,876	8826					
	1,4	1,229	8865					
419	0,4	0,348	0,008765	0,008763	1,0069	1,0040	— 0,0029	12
	0,8	0,696	8765					
	1,0	0,869	8765					
	1,4	1,217	8758					
503	0,4	0,344	0,008685	0,008685	1,0160	1,0121	— 0,0039	11, 8
	0,8	0,690	8690					
	1,0	0,862	8685					
	1,4	1,209	8701					
608	0,4	0,342	0,008614	0,008615	1,0243	1,0183	— 0,0060	12
	0,8	0,686	8639					
	1,0	0,855	8614					
	1,4	1,195	8593					
710	0,4	0,339	0,008539	0,008541	1,0331	1,0267	— 0,0064	12, 4
	0,8	0,678	8538					
	1,0	0,848	8544					
	1,4	1,187	8542					
800	0,4	0,335	0,008438	0,008435	1,0462	1,0341	— 0,0121	13
	0,8	0,669	8425					
	1,0	0,839	8453					
	1,4	1,172	8434					
911	0,4	0,330	0,008310	0,008316	1,0611	1,0428	— 0,0183	13
	0,8	0,660	8312					
	1,0	0,826	8322					
	1,4	1,156	8319					
1013	0,4	0,326	0,008211	0,038216	1,0740	1,0504	— 0,0236	13, 1
	0,8	0,654	8236					
	1,0	0,813	8211					
	1,4	1,140	8204					
1109	0,4	0,322	0,008110	0,008119	1 0868	1,0603	— 0,0265	13
	0,8	0,645	8123					
	1,0	0,806	8121					
	1,4	1,129	8125					
1196	0,4	0,316	0,007959	0,007968	1,1074	1,0661	— 0,0413	13, 2
	0,8	0,635	7997					
	1,0	0,788	7939					
	1,2	1,106	7978					

H	I	ΔU	P	Medie	$\frac{P}{P_1}$ mis.	$\frac{P}{P_1}$ calc.	Differenza	Temperatura
1322	0,4	0,311	0,007826	0,007846	1,1246	1,0799	— 0,0447	13°,5
	0,8	0,626	7884					
	1,0	0.778	7838					
	1,2	1,089	7837					
1416	0,4	0,305	0,007682	0,007690	1,1474	1,0881	— 0,0593	13
	0,8	0,609	7670					
	1,0	0,766	7717					
	1,2	1,069	7693					
1511	0,4	0,301	0,007581	0,007597	1,1615	1,1023	— 0,0592	13
	0,8	0,604	7607					
	1,0	0,755	7607					
	1,2	1,055	7592					
1610	0,4	0,297	0,007481	0,007494	1,1775	1,1175	— 0,0600	14
	0,8	0,595	7493					
	1,0	0,744	7493					
	1,2	1,043	7506					
1718	0,4	0,293	0,007380	0,007389	1,1942	1,1333	— 0,0609	13, 9
	0,8	0,586	7380					
	1,0	0,736	7415					
	1,2	1,026	7384					
1803	0,4	0,290	0,007304	0,007317	1,2060	—	—	14
	0,8	0,580	7304					
	1,0	0,729	7345					
	1,4	1,018	7326					
1899	0,4	0,290	0,007304	0,007304	1,2081	—	—	14
	0,8	0,580	7304					
	1,0	0,727	7325					
	1,4	1,015	7305					
1996	0,4	0,290	0,007304	0,007304	1,2081	—	—	14
	0,8	0,580	7301					
	1,0	0,727	7325					
	1,4	1,015	7305					

Da queste misure possiamo conchiudere:

I. Il valore del coefficiente dell' effetto Peltier, varia colla magnetizzazione, cresce dapprima fino a un massimo valore 0,008968 corrispondentemente a un campo di 98 unità, poi decresce, ripassa pel suo valore normale in corrispondenza a un campo di 345 unità circa. Risultati che si trovano in accordo con quelli che si possono dedurre dalla formola (3).

II. La formola dedotta dalle esperienze di Houllevigue colla formola di Thomson non rappresenta bene il fenomeno che fino a un campo di 700 unità.

III. La variazione del valore di P è indipendente dalla direzione della magnetizzazione. Infatti da esperienze appositamente istituite si vide che, raggiunta la temperatura stazionaria, le condizioni termiche del conduttore non mutavano affatto rovesciando la corrente magnetizzante.

Chimica. — *Sul comportamento crioscopico di sostanze aventi costituzione simile a quella del solvente* [1]. Nota V di F. Garelli e F. Calzolari, presentata dal Socio G. Ciamician.

In una Memoria pubblicata or sono cinque anni il primo di noi [2] cercando di riassumere i risultati delle esperienze eseguite fino allora, faceva rilevare che le sostanze cicliche ottenute per sostituzione di un atomo di idrogeno del solvente con un ossidrile o con un gruppo amminico, mostravano, salvo poche eccezioni, la tendenza a formare con esso soluzione solida.

La regola allora enunciata si basava sopra le osservazioni seguenti: sul comportamento crioscopico più o meno anomalo del fenolo in benzolo, dei due naftoli in naftalina, dei tre acidi ossibenzoici nel benzoico, delle tre biossibenzine nel fenolo, dell'anilina in benzolo, delle due naftilammine in naftalina, degli acidi ammidobenzoici nel benzoico, della benzidina nel difenile. Si aggiunse poi a questi il caso del p. ossidifenilmetano in difenilmetano studiato da Paternò: non va però dimenticato che in pari tempo questo autore fece osservare come il paraxilenolo, contrariamente alla regola summentovata, sciolto nel paraxilene, congelava normalmente.

Quest' eccezione, insieme a talune altre già trovate da uno di noi, indicano a nostro parere, che sul fenomeno esercita anche un' influenza (non del tutto chiara nel modo di manifestarsi), la posizione occupata nel nucleo dai sostituenti, ma non toglie valore, nella sua generalità, ad una regola fondata già su un discreto numero di osservazioni sperimentali.

A confortare la nostra opinione sta il fatto che tale regola trova riscontro e conferma nelle leggi stabilite dal Groth relativamente alle modificazioni prodotte nella forma cristallografica, dalla sostituzione con radicali monovalenti all' idrogeno dei corpi ciclici. Queste regole, dedotte specialmente dall' esame delle relazioni morfotropiche che passano fra il benzolo ed i suoi derivati monosostituiti, furono dal Groth [3] riassunte nel modo seguente:

1) La sostituzione di un atomo di H con un OH non produce nessun cambiamento nel grado di simmetria, ma solo una variazione nei rapporti assiali e sensibilmente secondo un' unica direzione.

2) La sostituzione di H con NO_2 si esplica parimenti con un piccolo cambiamento dei rapporti assiali secondo una direzione.

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica della L. Università di Ferrara.
(2) Garelli e Montanari, Gazz. chimica ital., 1894, II, pag. 237.
(3) Berichte, 1870, III, pag. 451.

3) Il Cl ed il Br, quando sostituiscono l' H, producono un' alterazione molto più profonda: non solo viene cambiato il rapporto assiale, ma anche il sistema cristallino viene trasformato in un altro di minor grado di simmetria. Spesso però la sostituzione di parecchi atomi di H con Cl e Br causa un ritorno al sistema cristallino di maggior simmetria.

4) Il radicale CH_3 produce un forte cambiamento nella forma originaria e nei rapporti relativi di simmetria.

Ora le esperienze crioscopiche avevano, fin dal 1894, indotto uno di noi ad affermare che « nei composti ciclici taluni radicali sostituenti tolgono « ai corpi originarî il loro comportamento anomalo ed altri invece lo con« servano loro. Tra i radicali che dimostrano il primo effetto vanno annove« rati principalmente i gruppi alcoolici: fra i secondi l' ossidrile, l' ammino, « l' immino, l' azoto ed in taluni casi anche gli alogeni ».

L' analogia veramente notevole che esiste fra talune delle leggi del Groth e quanto testè riportammo, oltre al provare nuovamente che l' attitudine dei corpi di sciogliersi allo stato solido è, il più spesso, in relazione con l' analogia di forma cristallina, ci faceva sperare che avremmo realizzato nuove anomalie crioscopiche lasciandoci guidare dai medesimi concetti che avevano ispirato i primi lavori su questo argomento.

Abbiamo pertanto preso in esame le seguenti soluzioni:

1) p. ossi azobenzolo e p. amido azobenzolo in azobenzolo;
2) i tre nitrofenoli e le nitroaniline in nitrobenzolo;
3) il dinitrofenolo (2. 4) e la dinitroanilina (2. 4) in m. dinitrobenzolo;
4) il p. ossiacetofenone ed il p. amidoacetofenone in acetofenone;
5) il p ossibenzofenone in benzofenone;
6) la p. xilidina in p. xilene;
7) il trifenilcarbinolo in trifenilmetano;
8) l' acido glicolico in acido acetico.

I corpi impiegati come solventi in queste esperienze eran già stati introdotti in crioscopia, onde di essi si conoscevano le costanti e tutti eran facilmente accessibili. Se non estendemmo le ricerche ad un maggior numero di casi, fu solo perchè non potemmo procurarci i necessarî composti, e già nella preparazione di taluni di quelli enumerati incontrammo difficoltà non lievi, sopratutto in causa degli scarsissimi mezzi a disposizione del nostro laboratorio.

Perciò, mentre in massima le esperienze da noi fatte hanno confermato le nostre previsioni, ci mancò il mezzo di studiare su molte sostanze, l' influenza della posizione occupata nei nuclei dall' ossidrile e dall' ammino e di tentare quindi una spiegazione delle poche eccezioni anche stavolta rinvenute.

Riassumiamo nei quadri seguenti tutti i risultati che poi discuteremo brevemente.

Solvente: *Azobenzolo*, $C_{12}H_{10}N_2 = 182$.

Fondeva a 68°.2. Come depressione molecolare costante fu adottato il numero medio 82,5 [1].

Corpo sciolto: *p. ossiazobenzolo*, $C_{12}H_{10}N_2O = 198$, p. f. 152°.

concentrazione	abbass. termom.	abbass. molecolare	peso molecolare K = 82,5
0,3297	0°,108	64,9	251
0,7872	0 ,26	65,4	249
1,2822	0 ,425	65,6	249
2,0594	0 ,68	65,3	249
3,504	1 ,15	64,9	251
5,160	1 ,685	64,6	252
7,846	2 ,25	56,7	287

Corpo sciolto: *p. ammidoazobenzolo*, $C_{12}H_{11}N_3 = 197$, p. f. 123-124°.

concentrazione	abbass. termom.	abbass. molecolare	peso molecolare
0,3834	0 ,140	71,9	225
0,8459	0 ,305	71,0	228
1,6574	0 ,595	70,7	229
2,715	0 ,99	71,8	226
5,337	1 ,59	72,2	225
5,79	2 ,075	70,6	230

Solvente: *Nitrobenzolo*, $C_6H_5NO_2 = 123$.

Proveniva dalla fabbrica Kahlbaum e fu convenientemente purificato: fondeva a 5°,2. Come abbassamento molecolare tenemmo il numero 73,6, invece di 70 dato da Raoult [2] e di 69 dato da Manuelli e Carlinfanti [3]. Ciò perchè alcune determinazioni di controllo eseguite sul nostro nitrobenzolo ci diedero in media il numero 73,6 che concorda altresì con quello che si calcola dalle determinazioni di Manuelli e Carlinfanti se si tien conto solo delle esperienze fatte a basse concentrazioni, le quali sono quelle che devono nel nostro caso servire specialmente di base al confronto.

Corpi disciolti: *o. Nitrofenolo*, $C_6H_5NO_3 = 139$, p. f. 45°.

concentrazione	abbass. termom.	abbass. molecolare	peso molecolare K = 73,6
0,5201	0°,26	69,5	147
1,119	0 ,55	68,3	149
2,378	1 ,12	65,4	156
4,542	2 ,11	64,5	158

(1) Eykman, Zeit. phys. Chem IV, pag. 497. Questa scelta venne fatta anche in seguito a determinazioni di controllo eseguite da Bruni e Gorni e comunicateci privatamente.

(2) Comptes rendus, 1886.

(3) Gazz. chim., 1896, II, pag. 76.

m. Nitrofenolo, $C_6H_5NO_3 = 139$, p. f, 94-95°.

0,3520	0°,145	57,2	178
0,9794	0 ,39	55,3	184
1,8093	0 ,71	54,5	187
3,037	1 ,185	54,2	188
5,165	2 ,01	54,0	189
6,797	2 ,63	53,7	190

p. Nitrofenolo, $C_6H_5NO_3 = 139$, p, f. 111°,8.

0,3696	0°,123	46,2	221
0,8495	0 ,278	45,4	225
1,6026	0 ,49	42,5	240
2,761	0 ,80	40,2	254
4,415	1 ,245	39,2	261
7,037	1 ,94	38,3	267

o. Nitroanilina, $C_6H_6N_2O_2 = 138$, p. f. 71°.

0,3238	0°,16	68,2	149
0,9611	0 ,435	62,6	162
1,6977	0 ,70	56,9	178
2,855	1 ,13	54,6	185
5,340	1 ,99	51,4	197

m. Nitranilina, $C_6H_6N_2O_2 = 138$, p. f. 111°,5.

0,3986	0°,193	66,8	152
1,008	0 ,465	63,7	159
2,002	0 ,90	62,0	163
3,820	1 ,68	60,6	167

p. Nitranilina, $C_6H_6N_2O_2 = 138$, p. f. 147°.

0,3900	0°,195	69.0	147
0,9422	0 ,450	65,9	154
1,663	0 ,77	63,9	158
2.849	1 ,255	60,8	167
4,804	2 ,05	58,9	172

Anilina (1), $C_6H_7N = 93$.

0,5723	0°,49	79,60
1,8687	1 ,45	72,07
3,8980	2 ,77	66,03

(1) Togliamo queste determinazioni dalla Memoria di Manuelli e Carlinfanti già citata, pag. 86, per meglio far rilevare, con il confronto, l'anomalia crioscopica delle nitroaniline.

Solvente: *m. Dinitrobenzolo*, $C_6H_4(NO_2)^2 = 170$.

Proveniva dalla fabbrica Kahlbaum. Fondeva a 90°,5.
Per depressione molecolare costante fu adottato il valore 98 (1).

Corpi sciolti: *2.4. Dinitrofenolo*, $C_6H_4N_2O_5 = 184$.

0,3547	0°,190	98,5	183
0,8379	0 ,448	98,3	183
0,9919	0 ,525	97,4	185
1,634	0 ,845	95,1	189
3,237	1 ,66	94,3	191
6,438	3 ,23	92,3	195

2.4. Dinitranilina, $C_6H_5N_3O_4 = 183$.

0,4577	0°,175	69,9	256
1,054	0 ,345	59,9	299
2,322	0 ,65	51,2	350
4,001	1 ,04	47,5	377
6,415	1 ,48	42,2	423
9,598	1 ,91	36,4	492

Solvente: *Paraxilene*, $C_8H_{10} = 106$, p. f. 13°,6.

In questo solvente non si sperimentò che la p. xilidina, perchè già Paternò aveva trovato che il p. xilenolo ha comportamento crioscopico normale.

p. Xilidina, $C_8H_{11}N = 121$, p. eb^e. 213°,7.

0,5466	0°.185	40,9	127
1,402	0 ,47	40,5	128
2,712	0 ,90	40,1	119
3,829	1 ,235	39,0	133
5,140	1 ,64	38,6	135
7,734	2 ,42	37,8	137

Solvente: *Acetofenone*, $C_8H_8O = 120$, p. f. 19°,5.

Corpi sciolti: *p. acetilfenolo*, $C_8H_8O_2 = 136$, p. f. 107°.

0,8233	0°,25	41,3	186
1,730	0 ,53	41,6	184
2,881	0 ,85	40,1	191
4,224	1 ,23	39,6	194
6,274	1 ,78	38,5	199

(1) Biltz, *Die Praxis der Molekelgewichtsbest.* pag. 82.

p.amminoacetofenone, $C_8H_9NO = 135$, p. f. 106°.

0,4211	0°,19	60,9	125
0,8591	0 ,38	59,7	127
1,099	0 ,48	58,9	129
2,405	0 ,99	55,5	137
4,665	1 ,84	53,2	143

Solvente: *Trifenilmetano*, $C_{19}H_{16} = 244$, p. f. 92°.

Corpo sciolto: *Trifenilcarbinolo*, $C_{19}H_{16}O = 260$, p. f.159°.

			K = 124,5.
0,8236	0°,35	109,2	296
1,634	0 ,72	114,6	282
2,785	1 ,22	113,9	284
4,850	2 ,18	116,8	277

Solvente: *Acido acetico*, $C_2H_4O_2 = 60$, p. f. 14°,5.

Corpo sciolto: *Acido glicolico*, $C_2H_4O_3 = 76$, p. f. 78°.

			K = 39
0,6571	0°,25	28,9	102
1,619	0 ,63	29,5	100
2,883	1 ,12	29,4	100
4,658	1 ,78	29,0	102
7,046	2 ,56	27,6	107

Non fu possibile eseguire determinazioni crioscopiche in benzofenone. Questo corpo, come il mentolo ed altri, dà fortissimi sovraraffreddamenti, e in specie quando viene riscaldato per qualche tempo, assume difficilmente lo stato cristallino anche dopo l'aggiunta di cristalli. Non riuscimmo a trovare, con sostanze normali, un valore della costante che si avvicinasse a quello proposto da Eykman (1). Quando poi al benzofenone si aggiunge il p. benzoilfenolo, si ottengono miscele che fuse si mantengono ancora liquide a — 10° circa. Tali proprietà del benzofenone furono confermate da recenti studî di Schaum (2) e specialmente fu posta in rilievo la sua attitudine ad assumere degli stati labili e metastabili.

Tuttavia, tra il benzofenone e il p. benzoilfenolo sembra sussistere la regola morfotropica del Groth secondo la quale l'ossidrile non altera il grado di simmetria, ma i rapporti assiali in un'unica direzione.

(1) Zeitschrift f. phys. Chem., vol. IV, pag. 504.
(2) Id. Id.

Di fatto E. Wickel [1] dà per il benzofenone, il rapporto parametrico

$$a:b:c = 0,8511:1:0,6644.$$

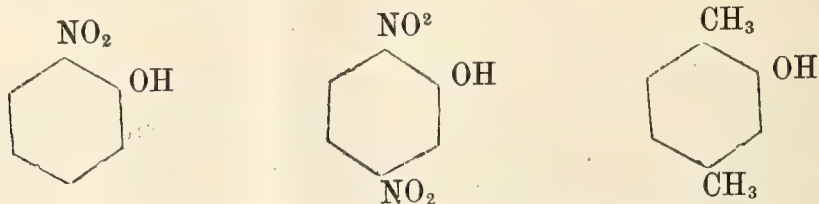
Il dott. Boeris, che ha avuto la gentilezza di misurare il benzoilfenolo inviatogli, trova il rapporto parametrico:

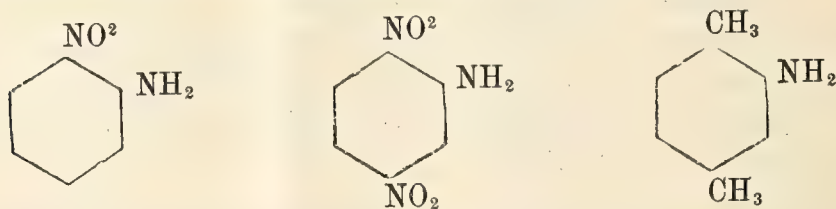
$$a:b:c = 0,91822:1:1,29007$$

il quale, assumendo una speciale orientazione, diventa:

$$a:b:c = 1,08901:1:0,64503.$$

La verificazione sperimentale delle nostre previsioni, se non si può dire completa, è però certo molto soddisfacente. In genere si conferma che i corpi appartenenti a gruppi molto diversi, quando differiscono dai solventi per un solo ossidrile o per un ammino sostituito ad un atomo di idrogeno, hanno marcata tendenza a formare col solvente soluzione solida. Le anomalie crioscopiche osservate sono talora molto manifeste, tal'altra poco; ma in tutti i casi sarebbe difficile trovare per esse una spiegazione soddisfacente se non ricorrendo all'ipotesi della formazione di soluzione solida. Sui quindici casi esaminati in queste esperienze, si contano però tre eccezioni: due di esse sono rappresentate dal comportamento normale dell'ortonitrofenolo in nitrobenzina e del 2-4 dinitrofenolo in m. dinitrobenzina. Ora facciamo notare che, relativamente alla posizione occupata nel nucleo dai sostituenti, i due corpi corrispondono al paraxilenolo, che è esso pure normale in soluzione di paraxilene, come dimostrò Paternò:

NO_2 — OH NO^2 — OH — NO_2 CH_3 — OH — CH_3

Presentano invece la prevista anomalia le due nitroaniline e la xilidina

NO^2 — NH_2 NO^2 — NH_2 — NO_2 CH_3 — NH_2 — CH_3

La terza eccezione alla regola summentovata è costituita dal comportamento normale del p. amido acetofenone in acetofenone.

Si potrebbe obbiettare che l'anomalia delle nitroaniline nel modo di esplicarsi differisce dal consueto, giacchè i pesi molecolari crescono rapida-

[1] Zeitschrift f. Kryst. w. Min., 11, 80.

mente con le concentrazioni ed il coefficiente di ripartizione del corpo fra la fase liquida e la solida, calcolato secondo la formola di Beckmann, è ben lungi dal rimanere costante. Ma tale fenomeno, si osservò anche in altri casi nei quali l'anomalia crioscopica è indubbiamente causata da separazione del corpo sciolto col solvente, quali ad esempio l'acido salicilico in benzoico, il dipiridile in difenile ecc.

È interessante il comportamento anomalo del trifenilcarbinolo in trifenilmetano, giacchè in tal caso l'ossidrile è sostituito per la prima volta ad un idrogeno non attaccato a carboni del nucleo benzolico. Ma anche più notevole è l'anomalia crioscopica dell'acido glicolico nell'acetico. Nei composti a catena aperta è la prima volta che si osserva anomalia fra sostanze differenti per un ossidrile. Questo fatto, unito a quelli riscontrati da Bruni ed a quelli che comunicammo nella precedente Nota, dimostrano che non havvi differenza sostanziale rispetto all'influenza che esercitano i sostituenti sulla variazione di configurazione, fra composti a catena chiusa e quelli a catena aperta.

Non si fecero esperienze sull'acido amidoacetico o glicocolla, in causa della sua piccolissima solubilità nell'acido acetico. Del resto, data la formola di costituzione generalmente ammessa per la glicocolla, si comprende ch'essa non presenti più alcuna analogia di configurazione con l'acido acetico.

Fisiologia. — *Il sodio e il potassio negli eritrociti del sangue di varie specie animali e in seguito all'anemia da salasso* [1]. Nota del dott. Fil. Bottazzi e I. Cappelli, presentata dal Corrispondente Fano.

Durante l'anno scolastico 1895-96, facendo, in collaborazione col professore G. Fano, delle ricerche sulla pressione osmotica dei liquidi dell'organismo [2] io ebbi occasione di cavar sangue da una quantità di cani e di conigli. Nella stessa epoca, avendo instituito, in collaborazione col dott. V. Ducceschi, delle indagini sul sangue degli animali inferiori [3], ebbi anche occasione di dissanguare un gran numero di rane, rospi, tartarughe, uccelli ecc. In queste ricerche veniva impiegato quasi sempre il siero del sangue defibrinato; e, poichè la centrifugazione di questo era fatta in tubi simili a quelli da me descritti in una mia precedente pubblicazione *Sul metabolismo dei corpuscoli rossi del sangue* [4], io ero in grado di raccogliere la pol-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisiologia di Firenze.
(2) Arch. ital. de Biologie, tom. XXVI, pag. 45-62, 1896.
(3) Arch. ital. de Biologie, tom. XXVI, pag. 161-172, 1896.
(4) « Lo Sperimentale » (Sez. Biol.), ann. XLIX, pag. 363, 1895.

tiglia corpuscolare quasi affatto priva di siero per sottoporla ad altre indagini. Aggiungo che in questa lunga serie di ricerche maggior cura fu messa nella preparazione dei tubi, e la centrifugazione fu prolungata sempre al massimo possibile, allo scopo di liberare sempre più la poltiglia dal siero.

La poltiglia corpuscolare fu così raccolta in crogiuoli numerati e subito disseccata nella stufa ad aria a 110°; i molti crogiuoli furono distribuiti entro varî essiccatori, ben chiusi, e in cui l'acido solforico venne più volte rinnovato.

Essendo stato distolto da altre occupazioni (la poltiglia corpuscolare secca così conservata non poteva subire alterazione di sorta), non prima di quest'anno ho potuto eseguire, con la collaborazione del sig. I. Cappelli, studente di medicina, le determinazioni quantitative del sodio e del potassio, i cui risultati mi accingo a riferire.

Metodo.

Ciascun crogiuolo è stato di nuovo tenuto per 48 ore nella stufa a 110° C, e poi lasciato a raffreddarsi per circa 12 ore nell' essiccatore. Quindi s' è preso una porzione esattamente pesata di poltiglia corpuscolare secca per l'analisi. Questa è stata eseguita nel seguente modo:

1. Carbonizzazione del materiale secco nel crogiuolo di platino.

2. Estrazione del carbone polverizzato con H^2O bollente; filtrazione, lavaggio del carbone sul filtro.

3. Incinerazione del carbone insieme col filtro, evitando temperature eccessivameute alte.

4. Estrazione della cenere con HCl 5% bollente; filtrazione, lavaggio del residuo indisciolto sul filtro con H^2O calda fino a scomparsa della reazione del Cl nel filtrato. Si mescola questo filtrato con quello ottenuto nell'estrazione del carbone.

5. Al liquido caldo si aggiunge della soluzione di $BaCl^2$, e poi NH^3 e $(NH^4)^2CO^3$ in eccesso. Dopo qualche tempo si filtra. Si saggia il filtrato con NH^3 e $(NH^4)^2CO^3$, per vedere se dà ancora precipitato.

6. Si dissecca il precipitato col filtro nella stufa a 110°C, ci si aggiungono poche gocce di NH^3 e lo si riprende con H^2O calda. Si filtra, si lava il precipitato, e si unisce il filtrato a quello ottenuto prima.

7. Si concentra tutto il filtrato, che, trattato con NH^3 e $(NH^4)^2CO^3$, non deve dare alcun precipitato. Lo si evapora in una capsula di platino pesata. Si riscalda il residuo nella capsula coperta fino al rosso incipiente; si raffredda nell'essiccatore; siriscioglie il residuo in H^2O calda, si filtra, si lava il filtro fino a scomparsa della reazione del Cl, si evapora il filtrato, si dissecca il residuo a 110°C, si raffredda e si pesa.

Il peso del residuo secco contenuto nella capsula indica la somma del KCl e del NaCl (I liquidi che furono adoperati erano privi di K e di Na).

Ora per determinare le quantità rispettive di K e di Na nella mescolanza dei cloruri, furono impiegati successivamente due metodi. Le prime dodici determinazioni furono fatte col noto metodo del $Pt\,Cl^4$. Tutte la altre furono eseguite col metodo dell'analisi indiretta, nel seguenle modo:

Si disciolse la mescolanza dei cloruri in poca H^2O calda, si aggiunsero 3 gocce d'una soluzione satura a freddo di cromato neutro di potassio, e quindi da una buretta graduata si lasciò cadere nel liquido, a gocce, della soluzione di $Ag\,NO^3\frac{N}{10}$ fino a comparsa della nota reazione del cromato d'argento. Dal Cl così determinato, conoscendosi il peso della mescolanza dei due cloruri, si calcolò le quantità rispettive di K e di Na [1]. Nei risultati delle analisi, il K ed il Na sono espressi come quantità in peso di potassa (K^2O) e di soda (Na^2O), affinchè i valori corrispondenti possano essere paragonati con quelli ottenuti da altri osservatori.

Dati numerici risultanti dalle analisi.

A. *Varie specie animali.*

I. Batraci.

(11 gennaio 1896). — Sangue di 40 ranocchi (*Rana esculenta*), lasciato a coagulare e poi lungamente centrifugato, dopo avere spezzettato il coagulo.

Materiale secco adoperato . . . gr. 1,4654
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0292
Potassa » . . . . . . » 0,2320.

(9 gennaio 1896). — Sangue di più rospi (*Bufo vulgaris*), lasciato a coagulare e poi centrifugato, dopo avere spezzettato il coagulo.

Materiale secco impiegato . . . gr. 1,8156
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0184
Potassa » . . . . . . » 0,3310.

II. Cheloni.

(4 gennaio 1896). — Sangue di *Emys europaea*, reso incoagulabile mediante ossalato ammonico, centrifugato. Proviene da più individui, e va considerato come sangue misto (arterioso e venoso).

[1] Ved: Bottazzi, Chimica fisiologica, vol. II, pag. 458, 1899.

Materiale secco impiegato . . . gr. 1,2661
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0159
Potassa » . . . . . . » 0,3457.

Sangue di *Emys europaea* (più individui) lasciato a coagulare e poi centrifugato, dopo avere spezzettato il coagulo.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,1532
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0283
Potassa » . . . . . . » 0,3127.

III. Uccelli.

(11 gennaio 1896). — Sangue misto di pollo e di gallina, lasciato a coagulare e poi centrifugato, dopo avere spezzettato il coagulo.

Materiale secco impiegato . . . gr. 5,4886
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0160
Potassa » . . . . . . » 0,4650.

IV. Mammiferi.

Le ricerche sperimentali, che riferirò in seguito, essendo state tutte fatte in mammiferi, per avere il dato del contenuto normale in Na e K degli eritrociti di essi, io riporto qui la prima determinazione, che naturalmente si riferisce al sangue normale, fatta in ciascun caso.

(28 marzo 1896). — Coniglio adulto normale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco adoperato . . . gr. 1,3680
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,0077
Potassa » . . . . . . » 0,4659

(28 marzo 1886). — Gatto adulto, sano, del peso di gr. 3400. — Eritrociti del sangne arterioso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 3,2408
Soda °/₀ . . . . . gr. 0,2766
Potassa » . . . . . . » 0,0262.

(20 decembre 1895). — Cane adulto, del peso di gr. 21700. Si tolgono dalla giugulare circa cm^3 180 di sangue. — Eritrociti del sangue venoso normale.

Materiale secco impiegato . . . gr. 1,6213
Soda °/₀ . . . . . . gr. 0,2901
Potassa » . . . . . . » 0,0274

(13 gennaio 1896). — Piccolo cane di Pomerania, giovane, del peso di gr. 3500. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . .		gr. 3,5164
Soda %	gr. 0,2912	
Potassa "	" 0,0283	

(10 febbraio 1896). — Cagna piccola, del peso di gr. 6500. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . .		gr. 2,5904
Soda %	gr. 0,2856	
Potassa "	" 0,0272	

Basteranno questi tre casi, fra i molti studiati, per dare un' idea del contenuto in K e Na degli eritrociti del sangue dei cani. Aggruppando questi con gli altri, che seguono, si ottiene, per i cani, le seguente media:

Soda %	gr. 0,2865
Potassa "	" 0,0277

TABELLA I.

Animali	Materiale secco impiegato in gr.	Soda %	Potassa %	*Osservazioni*
Rana esculenta .	1,4654	0,0292	0,2320	Eritrociti (*nucleati*) da coagulo spezzettato e centrifugato.
Bufo vulgaris . .	1,8156	0,0184	0,3310	Id.
Emys europaea .	1,2661	0,0159	0,3457	Eritrociti da sangue reso incoagulabile con ossalato ammonico.
Id.	2,1532	0,0283	0,3127	Coagulo spezzettato e centrifugato.
Polli	5,4886	0,0160	0,4650	Id.
Coniglio . . .	1,3680	0,0077	0,4659	Eritrociti (*anucleati*) da sangue defibrinato e centrifugato.
Gatto	3,2408	0,2766	0,0262	Id.
Cani	2,6430	0,2865	0,0277	Id. (valore medio).

Osservazioni. Sebbene il sangue degli animali inferiori non sia stato sempre raccolto nella maniera migliore, poichè la successiva centrifugazione potesse eliminare quasi completamente il siero della poltiglia corpuscolare, pure i dati analitici non lasciano alcun dubbio che in tutti questi animali, vale a dire *negli animali aventi eritrociti nucleati, in questi elementi il K costantemente prevale, e di molto, sul Na.*

Tra i mammiferi studiati, *i conigli posseggono anche eritrociti più ricchi di K che di Na,* fatto osservato anche da Abderhalden (1).

(1) Zeitsch. f. physiol. Chemie, Bd. XXV, pag. 65-115, 1898.

Le cause del fatto, su cui Bunge [1] ha più insistito, che gli eritrociti di alcuni animali sono più ricchi di K che di Na, mentre quelli di altri sono più ricchi di Na che di K, sono rimaste finora affatto sconosciute, giacchè nè il regime alimentare, nè altri fattori possono essere invocati a spiegarlo. Le nostre osservazioni, estese agli animali inferiori, permettono ora di avanzare un' ipotesi.

Molto probabilmente gli eritrociti dei mammiferi, sebbene privi di nucleo distinto, contengono dei materiali nucleari, o più generalmente nucleinici, diffusi; e si può ammettere che questi materiali siano più o meno abbondanti a seconda delle varie specie animali, cui gli eritrociti appartengono. E poichè dalle nostre ricerche risulta che tutti gli eritrociti nucleati sono più ricchi di K che di Na, si può supporre che gli eritrociti più ricchi di K dei mammiferi (coniglio, maiale, cavallo) lo siano perchè anche più ricchi di sostanze nucleiniche diffuse. Così potrebbe applicarsi anche agli eritrociti il principio generale, che le combinazioni potassiche accompagnano sempre i materiali nucleinici negli elementi figurati, mentre le combinazioni sodiche accompagnano i materiali proteici semplici nei liquidi dell' organismo o in elementi cellulari speciali. Bisognerebbe ora dimostrare, col sussidio di delicate reazioni microchimiche, che veramente gli eritrociti più ricchi di K contengono più sostanza nucleinica di quelli più ricchi di Na.

B. *Influenza dell' anemia da salasso.*

(20-30 decembre 1895). — I. Cane adulto del peso di gr. 21700.

Primo salasso: si tolgono dalla giugulare, circa 180 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue venoso normale.

Materiale secco impiegato . . .	gr. 1,6213
Soda %.	gr. 0,2901
Potassa »	» 0,0274

Secondo salasso: si tolgono altri 220 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . .	gr. 0,8244
Soda %.	gr. 0,2846
Potassa »	» 0,0272

Eritrociti del sangue veneso.

Materiale secco impiegato . . .	gr. 1,3135
Soda %.	gr. 0,2853
Potassa »	» 0,0273

[1] Lehrbuch d. physiol. und pathol. Chemie, IV Auflage, 1898 (dove si trova anche il resto della bibliografia sull'argomento).

Terzo salasso: si tolgono alri 250 cm³ di sangue dalla giugulare. — Eritrociti del sangue venoso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,0446
Soda %. . . . . . gr. 0,2731
Potassa » . . . . . . » 0,0270

Quarto salasso: si tolgono cm³ 230 di sangue. Peso dell' animale, gr. 18900. Il cane è in condizioni soddisfacenti. La ferita del collo ha supporato; viene disinfettata. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,0044
Soda %. . . . . . gr. 0,2688
Potassa » . . . . . . » 0,0271

(10 febbraio 1896). — II. Cagna piccola, del peso di gr. 6500. La si dissangua dalla carotide, finchè dal vaso non sgorga più sangue. Tuttavia l' animale non muore. — Eritrociti del sangue arterioso (prime porzioni).

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,5904
Soda %. . . . . . gr. 0,2856
Potassa » . . . . . . » 0,0272

Nei giorni 14, 18, 23 e 27 febbraio si fanno altre piccole sottrazioni di sangue.
(2 marzo 1896). — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,1618
Soda %. . . . . . gr. 0,2716
Potassa » . . . . . . » 0,0251

(12 febbraio 1896). — III. Cane giovane, del peso di gr. 9400. Si tolgono 150 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,9805
Soda %. . . . . . gr. 0,2864
Potassa » . . . . . . » 0,0274

Nei giorni 15, 21 e 26 febbraio si tolgono 70 cm³ di sangue alla volta.
(1 marzo 1896). — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,7580
Soda %. . . . . . gr. 0,2738
Potassa » . . . . . . » 0,0267

(8 marzo 1896). — Si tolgono altri 60 cm³ di sangue.

(15 marzo 1896). — Si tolgono 50 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato	gr. 2,8719
Soda %.	gr. 0,2615
Potassa "	" 0,0258

(15 febbraio 1896). — IV. Cane giovane, di pelo lungo e bianco, del peso di gr. 6500. Gli si fa (per altro scopo) un' iniezione endovenosa di soluzione di proteosi, e quindi si tolgono 150 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato	gr. 3,2524
Soda %.	gr. 0,2854
Potassa "	" 0,0281

(17 febbraio 1896). — Si tolgono altri 70 cm³ di sangue.

Nei giorni 25 febbraio, 3, 10 e 17 marzo si tolgono 60 cm³ di sangue alla volta.

(19 marzo 1896). — Si tolgono 40 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato	gr. 3,1764
Soda %.	gr. 0,2632
Potassa "	" 0,0264

(21 febbraio 1896). — V. Cane di pelo nero, giovanissimo, del peso di gr. 7200. Si tolgono 135 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato	gr. 2,8702
Soda %.	gr. 0,2848
Potassa "	" 0,0289

Nei giorni 25 e 28 febbraio, 3 e 7 marzo si tolgono altre quantità di sangue, da 50 a 60 cm³ alla volta.

(8 marzo 1896). — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato	gr. 2,7675
Soda %.	gr. 0,2613
Potassa "	" 0,0280

TABELLA II.

Esperimenti	Materiale secco impiegato in gr.	Soda %	Potassa %	*Osservazioni*
I	1,6213	0,2901	0,0274	Eritrociti del sangue normale venoso.
	0,8244	0,2846	0,0272	*Secondo salasso.* Sangue arterioso.
	1,3135	0,2853	0,0273	*Id.* Id. venoso.
	2,0446	0,2731	0,0270	*Terzo salasso.* Sangue venoso.
	2,0044	0,2688	0,0271	*Quarto salasso.* Sangue arterioso.
II	2,5904	0,2856	0,0272	*Primo salasso.* Sangue arterioso normale.
	3,1618	0,2716	0,0251	Dopo il *quinto salasso.*
III	2,9805	0,2864	0,0274	*Primo salasso.* Sangue arterioso normale.
	2,7580	0,2738	0,0267	Dopo il *quarto salasso.*
	2,8719	0,2615	0,0258	Dopo il *quinto salasso.*
IV	3,2524	0,2854	0,0281	*Primo salasso.* Sangue arterioso normale.
	3,1764	0,2632	0,0264	Dopo il *quinto salasso.*
V	2,8702	0,2848	0,0289	*Primo salasso.* Sangue arterioso.
	2,7675	0,2613	0,0280	Dopo il *quinto salasso.*

Osservazioni. Dai dati analitici risulta che *l'anemia*, specialmente se grave e protratta, *costantemente produce una diminuzione del Na e del K negli eritrociti.* Sulla parte che spetta rispettivamente all'uno e all'altro di questi metalli alcalini nella diminuzione totale osservata non si può affermare nulla di preciso e costante. Giacchè nei cani gli eritrociti sono sempre più ricchi di Na, si comprende che questo diminuisca in maggior misura. D'altra parte le oscillazioni nella diminuzione del K, che pur sarebbe assai importante potere ben definire, non possono esser prese in considerazione, data l'esigua quantità del metallo contenuto nelle emazie dei cani.

In ogni modo, questa diminuzione costante del Na e del K nell'anemia sperimentale ricorda la diminuzione del contenuto in N degli eritrociti, già osservata da uno di noi precedentemente, in simili condizioni ([1]), e fa pensare, come diremo diffusamente più tardi ([2]), che, tutte le volte che gli eritrociti (e forse si può dire, in generale, gli elementi cellulari), subiscono una perdita di sostanze proteiche, subiscono anche una perdita corrispondente di sostanze minerali. Questo fatto, come vedremo, può servire a lumeggiare lo stato in cui normalmente si trovano le sostanze minerali, rispetto alle sostanze proteiche, nel citoplasma vivente.

([1]) Loc. cit.

([2]) Ved. la mia Nota successiva, in questi stessi Rendiconti, sul medesimo argomento.

Anatomia. — *Morfologia dei vasi sanguigni arteriosi dell'occhio dell'uomo e di altri mammiferi.* Nota preventiva del prof. RICCARDO VERSARI, presentata dal Socio TODARO.

Dopo il bellissimo lavoro di Oskar Schultze sullo sviluppo del sistema vasale dell'occhio dei mammiferi, potrebbe sembrare per lo meno cosa ardita l'aver impreso a trattare lo stesso argomento; ma considerando che le ricerche dell'autore, che ho nominato, incominciano in embrioni di pecora della lunghezza di cm. 6, in embrioni di vitello della lunghezza di cm. 9 ½ ed in embrioni di porco della lunghezza di cm. 9, e che esse riguardano quasi esclusivamente la circolazione endo-oculare, io ho giudicato che sarebbe stato opportuno fare delle indagini sullo sviluppo del sistema vasale dell'occhio in embrioni degli stessi mammiferi, ma in istadî meno evoluti.

Ho compiuto questo studio in embrioni di vacca, di pecora e di porco, incominciando dalla lunghezza totale del corpo di mm. 18 e 26, interessandomi di preferenza dei vasi che si portano all'occhio, e seguendo l'evoluzione dei più importanti di essi fino allo stato adulto, e non occupandomi che incidentalmente della circolazione endo-oculare. Ho inoltre eseguito delle ricerche analoghe sopra embrioni umani in varie fasi di sviluppo, e sopra l'uomo adulto, ricerche che mi hanno fornito l'occasione di fare alcune osservazioni comparative.

Iniettato il sistema vasale arterioso con gelatina al bleu di Prussia, ho passato i pezzi nelle varie serie degli alcool, ed invece di usare le inclusioni ed i tagli in serie, mi sono servito della diafanizzazione dei pezzi, convenientemente preparati, mediante lo xilolo, passandoli di poi in balsamo del Canadà.

Espongo succintamente il risultato delle mie ricerche riservandomi di svolgerle in un prossimo lavoro.

Negli embrioni di vacca lunghi mm. 25, in quelli di pecora lunghi mm. 23, in quelli di porco lunghi mm. 18 la circolazione delle membrane oculari viene fornita da una sola arteria e precisamente dall'oftalmica interna, ramo della cerebrale anteriore (fig. 1). Questa arteria giunta in vicinanza del polo posteriore del bulbo oculare si divide in due rami che denomino, seguendo la nomenclatura di Gegenbaur, per i vertebrati adulti, *arterie ciliari comuni*. Talora l'arteria oftalmica interna si divide in tre rami, ma più di frequente il terzo ramo, che è l'arteria jaloidea, si parte da una delle ciliari comuni molto vicino al suo punto di origine. Le arterie ciliari comuni forniscono, dal lato che guarda il globo oculare, dei rami che vanno ad irrorare una rete vasale a maglie più o meno regolari nello spes-

sore della coroide, e negli embrioni di vacca lunghi mm. 33 ed in quelli di pecora lunghi mm. 29 ho potuto vedere chiaramente che alla loro estre-

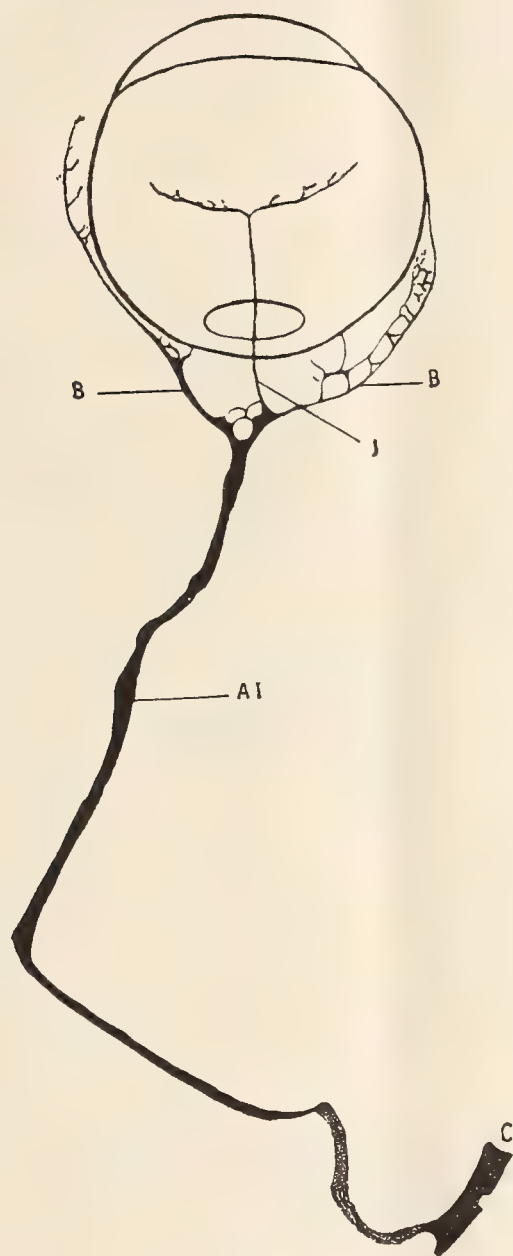



Fig. 1.

Occhio di embrione di vitello lungo mm. 26. — AI Arteria oftalmica interna. — B Arterie ciliari comuni. — C Arteria cerebrale anteriore. — J Arteria jaloidea.

mità anteriore le due arterie ciliari comuni si dividono ciascuna in due rami che formeranno il grande cerchio vascolare dell' iride.

Negli embrioni di vacca lunghi mm. 33, in quelli di pecora lunghi mm. 30, in quelli di porco lunghi mm. 35 si è già stabilita una comunicazione fra l'arteria oftalmica interna e la mascellare interna per mezzo di un ramo vasale che è l'arteria *oftalmica esterna*, ramo vasale che per lo più si pone in comunicazione coll'arteria ciliare comune del lato temporale,

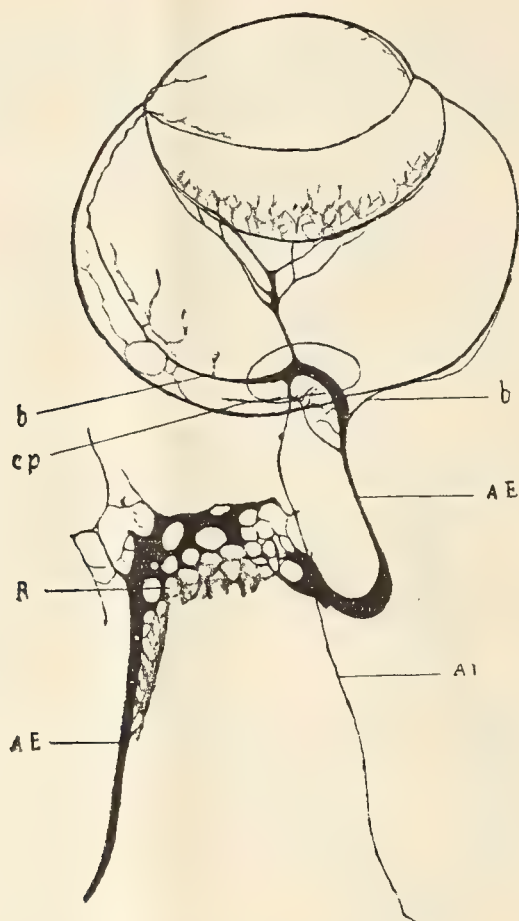



Fig. 2.

Embrione di Vitello lungo mm. 60. — AI Arteria oftalmica interna. — AE Arteria oftalmica esterna. — R Rete mirabile. — b Arterie ciliari comuni. — cp Arteria ciliare posteriore breve.

ma che può anche prendere connessione col tronco della stessa arteria oftalmica interna, ed in un punto più o meno vicino al globo oculare, come accade più di frequente nel porco. L'arteria oftalmica esterna aumenta sempre più di calibro, mentre l'oftalmica interna resta stazionaria, sicchè ad un dato momento le due arterie sono di egual volume, ma già negli embrioni di vacca lunghi mm. 48 ed in quelli di pecora lunghi mm. 45 l'arteria oftalmica esterna ha raggiunto un volume di molto superiore a quello del-

l' oftalmica interna la quale quindi a quest' epoca ha già perduto la sua primitiva importanza (fig. 2).

In un embrione di pecora lungo mm. 35 ed in uno di vacca lungo mm. 52 ho potuto scoprire la presenza di un piccolo ramo vascolare che, per la sua origine e per la sua distribuzione allo strato vascolare della coroide, ho riconosciuto per un' arteria ciliare posteriore breve. In quello di pecora il tronco dell' arteria oftalmica interna è ancora più grosso del tronco dell' arteria oftalmica esterna, ma l' arteria ciliare posteriore breve nasce dal tronco dell' oftalmica esterna, e così pure nasce dal tronco dell' oftalmica esterna l' arteria ciliare breve dell' embrione di vacca lungo mm. 52. In istadî di sviluppo più precoci non ho potuto riscontrare arterie alle quali si convenga il nome di ciliari posteriori brevi, le quali quindi nella pecora e nella vacca sono di formazione più recente dei tronchi delle ciliari comuni non solo, ma anche dei rami che queste arterie danno alla coroide. Mi mancano osservazioni su questo argomento negli embrioni di porco.

Quantunque l' arteria oftalmica interna nella vacca, nella pecora e nel porco non conservi a lungo la sua primitiva importanza, pur tuttavia non si oblitera mai completamente, restando quindi sempre, anche nell'animale adulto, una comunicazione fra l' arteria cerebrale anteriore e l'arteria oftalmica esterna. L' importanza dell' arteria oftalmica interna sta nel fatto che essa, per un determinato tempo dello sviluppo delle membrane oculari, è la sola arteria che fornisca loro il sangue arterioso. Negli embrioni di porco quasi a termine, il tronco residuale della primitiva arteria oftalmica interna è nel maggior numero dei casi molto breve, e sbocca nell' oftalmica esterna molto più vicino al forame ottico che non al bulbo oculare, tanto che a quest' epoca appare più come un vero ramo anastomotico, che come un' arteria a sè, e questo dipende dal fatto che l' arteria oftalmica esterna, che si forma più tardi dell' interna, viene negli embrioni di questo animale, il più delle volte, a prendere connessione col tronco dell' oftalmica interna in un punto più vicino al forame ottico che non al globo oculare.

Dopo avere studiato le modificazioni che avvengono nella circolazione embrionale dell' occhio dei mammiferi citati, ho voluto anche eseguire delle ricerche sulla circolazione arteriosa embrionale dell' occhio umano.

In un embrione umano lungo mm. 22 (un mese e mezzo) dall' arteria carotide interna (fig. 3) si distacca un ramo di calibro abbastanza cospicuo, che, dirigendosi al forame ottico, penetra nella cavità orbitaria e si dirige verso il globo oculare. Questa arteria che è l' arteria oftalmica, alquanto più discosto dal globo oculare che non negli altri mammiferi descritti, si divide anche essa in due rami che decorrono nello spessore del rivestimento connettivo che non è ancora nettamente differenziato in coroide e sclerotica. Non ho potuto seguire la terminazione anteriore di questi due rami arteriosi perchè la massa di iniezione non è penetrata tanto oltre. Dal ramo arterioso che si dirige verso

il lato nasale nasce l' arteria jaloidea, e da entrambe le ramificazioni arteriose nelle quali si è divisa l' oftalmica, dal lato rivolto verso la massa oculare, si distaccano esili ramoscelli che vanno ad irrorare lo strato vascolare della coroide. Questi due rami arteriosi, per il loro modo di comportarsi, sono perfettamente omologhi alle arterie ciliari comuni dei mammiferi studiati, e per

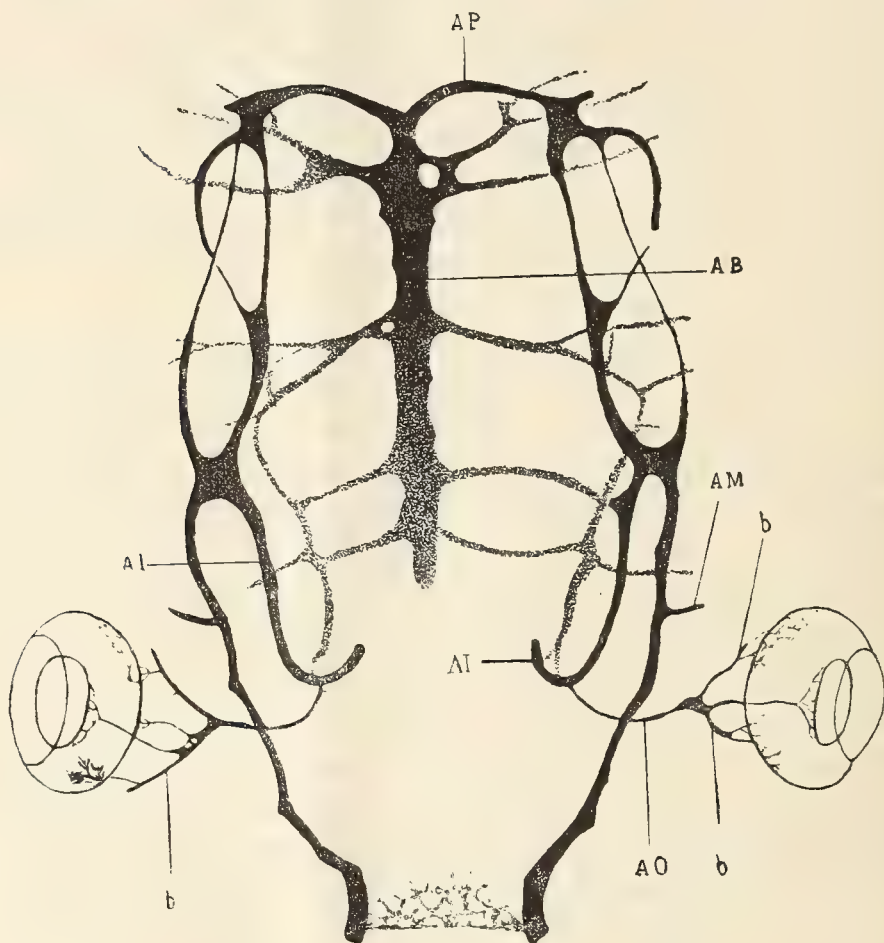



Fig. 3.

Circolazione della base del cranio di un embrione umano lungo mm. 22. — AI Arteria carotide interna. — AO arteria oftalmica. — AB Arteria basilare. — AP Arteria cerebrale posteriore. — b Arterie ciliari comuni. — AM Arteria cerebrale media.

indicarle mi servo anche per esse del nome di arterie ciliari comuni, od anche di tronchi delle arterie ciliari. Non vi è a quest' epoca ancora alcun accenno di quella anastomosi che si stabilisce fra l' arteria oftalmica, omologa dell' arteria oftalmica interna degli altri mammiferi, ed il sistema dell' arteria mascellare interna. Quantunque nell' adulto tale comunicazione esista io non ho potuto stabilire nell' uomo l' epoca nella quale appare. Del resto essa non

ha grande importanza, poichè non modifica affatto la primitiva circolazione, come negli altri mammiferi.

Embrione umano lungo mm. 50 (principio del 3° mese). I rami che si distaccano dalle due arterie ciliari comuni e che si dirigono verso la sezione posteriore del globo oculare, ed alcuni proprio all' intorno dell' ingresso del nervo ottico, si sono maggiormente individualizzati, e si vedono manifestamente distribuirsi alla rete vascolare della coroide riuscita ben iniettata. I due tronchi arteriosi delle ciliari comuni che si portano all' innanzi si dividono ciascuno in due rami che formeranno il grande cerchio dell' iride.

Embrione umano lungo centim. 14 (circa tre mesi e 20 giorni). La disposizione dei vasi oculari, che si era già modificata nell' embrione lungo 5 centim., si è maggiormente accentuata. Le arterie ciliari comuni non tengono più un decorso obliquo per portarsi al bulbo, come nell' embrione lungo mm. 22, ma essendo aumentata la loro distanza dal bulbo, hanno assunto un cammino in direzione quasi retta senza tener conto delle piccole curve che descrivono durante il loro percorso. Questa direzione si manterrà, come vedremo, anche nell' adulto, nel quale però alcune delle curvature secondarie aumentano ancora la loro flessuosità. E per effetto della cambiata direzione si ha appunto l' impressione che ciascuno dei tronchi delle arterie ciliari comuni si sia a quest' epoca diviso in parecchi rami che hanno assunto uno direzione parallela a quella del nervo ottico. Questi rami prima di perforare la sclera si suddividono in due o più tronchicini, e, mentre la maggior parte di questi si porta alla coroide, due di essi invece uno dal lato nasale ed uno dal lato temporale, si vedono continuarsi all' innanzi fino all' iride, ove si biforcano assumendo un cam mino orizzontale.

Ma un fatto importante, che si osserva in questo embrione, è la presenza, in uno dei due occhi, di un ramo arterioso che si diparte dall' arteria ialoidea (futura arteria centrale della retina) e che scorrendo a ridosso del nervo ottico perfora la sclerotica vicinissimo all' ingresso del nervo e si distribuisce alla coroide, e nell' altro occhio di un ramoscello che segue lo stesso percorso, ma che proviene da un ramo arterioso muscolare. Si può fin da ora asserire che questi due ramoscelli arteriosi che contribuiscono alla irrorazione della coroide, *sono due arterie ciliari posteriori brevi.*

Non ho potuto procurarmi embrioni di lunghezza intermedia fra i 5 centim. ed i 14, per precisare l' epoca di sviluppo di quest' arterie ciliari posteriori brevi, che sogliono nascere o dalle muscolari, o dalla jaloidea (una parte della quale diverrà la centrale della retina dell' adulto), o dal tronco dell' oftalmica, o dalla lagrimale, o dall' etmoidale post. od anche dalla sopraorbitaria, ma dalle mie ricerche resta assodato che, mentre negli embrioni lunghi 5 centim. queste arterie non esistono, esse sono invece già comparse negli embrioni umani lunghi 14 centim. Quindi resta così confermato che anche nell' uomo le arterie ciliari posteriori brevi sono di formazione più recente delle ciliari comuni.

In un embrione lungo cm. 16 si osservano a un dipresso le stesse particolarità.

Embrione lungo cm. 28 (primi giorni del 6° mese). I vasi arteriori dell' occhio hanno assunto la disposizione e posizione che hanno nell' uomo adulto. Si osservano due arterie ciliari posteriori brevi, una proveniente dall' oftalmica e l' altra dall' arteria jaloidea.

Nei *neonati* si osserva che dei rami che si distaccano dal tronco dell' arteria ciliare comune di ciascun lato per lo più uno solo conserva un volume cospicuo, mentre gli altri, che possono essere uno o due od anche più, sono ridotti a minor calibro.

Nell' uomo adulto dall' arteria oftalmica e talora anche da uno dei suoi rami principali, nella grande maggioranza dei casi, si distaccano due tronchi arteriosi i quali non sono che le stesse arterie ciliari comuni dell' embrione di 22 mm. da me descritte. Questi due tronchi arteriosi hanno, come ho già accennato, cambiato di posizione e direzione, ma durante il periodo embrionale (6° mese) avevano già assunta la loro disposizione definitiva. Da questi due tronchi arteriosi si staccano frequentemente dei rami (uno, due, tre) i quali non sono che alcuni dei primitivi ramoscelli che le arterie ciliari comuni fornivano alla coroide. Questi, strisciando sul nervo ottico, raggiungono la sclera che perforano o indivisi o biforcandosi per portarsi alla coroide, e qualche loro ramoscello può anche irrorare la sclerotica. Talora i due tronchi arteriosi non danno i rami descritti. Essi giunti a circa un centimetro ed anche più dal globo oculare si sogliono, il più delle volte, dividere in due rami che incurvandosi su sè stessi a guisa di S marcatissima, tornano poi a suddividersi in altri rami che perforano la sclerotica, e mentre la maggior parte si porta allo strato dei grossi vasi della coroide, fornendo anche alcuni ramoscelli alla sclera, due di essi, che sono quasi sempre i più esterni rispetto al meridiano verticale del bulbo (uno al lato nasale, ed uno al lato temporale) si prolungano innanzi fra la scle rotica e la coroide fino all' iride.

Inoltre o dall' arteria oftalmica, o dalle arterie muscolari, o dalla centrale della retina, o dalla lagrimale, o dall' etmoidale posteriore, od anche dalla sopra-orbitaria si dipartono rami arteriosi abbastanza sottili i quali tutti insieme possono raggiungere il numero di due, tre, ed anche più. Essi rasentando il nervo ottico perforano la sclera vicinissimo al punto di ingresso del nervo nel bulbo oculare. Le ricerche embriologiche da me eseguite fanno conoscere che, mentre i rami forniti alla coroide dai due tronchi arteriosi sopra descritti sono molto antichi, questi ultimi ramuscoli arteriosi, che si distribuiscono anch' essi alla coroide, si formano più tardi. Poichè i due tronchi arteriosi, che forniscono sangue contemporaneamente alla coroide ed all' iride, sono perfettamente omologhi alle arterie ciliari comuni del cavallo (Ludwig Bach), della pecora, della vacca, del porco, del coniglio adulti (Hans Virchow), colla semplice differenza che in questi ultimi

animali i rami che vengono forniti alla coroide si distaccano dalle ciliari comuni là dove decorrono nella doccia sclerale, mentre nell'uomo se ne distaccano al di fuori del bulbo oculare, si potrebbe anche nell'uomo conservare a questi due tronchi arteriosi il nome di *arterie ciliari comuni*, od anche *di tronchi delle arterie ciliari posteriori*, i quali forniscono dei rami brevi alla coroide e due rami lunghi all'iride. Ai rami arteriosi che possono originarsi dall'oftalmica o dalle varie branche della medesima, e che si portano anch'essi alla coroide, ma che si sviluppano più tardi, spetta il nome di *arterie ciliari posteriori brevi*. Ma, qualora si vogliano chiamare col nome di arterie ciliari posteriori brevi anche i rami forniti alla coroide dai tronchi delle arterie ciliari posteriori o ciliari comuni, non bisogna dimenticare che esistono allora due sorta di arterie ciliari posteriori brevi, le une fornite dai tronchi delle arterie ciliari posteriori o ciliari comuni, le altre fornite o dall'oftalmica, o dalla lagrimale, o dall'etmoidale posteriore, o dalla sopra-orbitaria, o dalle muscolari, o dalla centrale della retina. È questa distinzione che io trovo mancante in numerosi trattati di anatomia; ed anche il Quain, che più si avvicina alla descrizione da me data, non cita che le arterie ciliari posteriori brevi provenienti dai due tronchi ciliari. Mi riservo di accennare nel lavoro, che fra breve pubblicherò, alle numerose varietà di decorso e di disposizione delle arterie ciliari posteriori.

Anatomia. — *Ricerche sugli organi biofotogenetici dei pesci.* Parte II. *Organi di tipo elettrico.* Parte III. *Sviluppo degli organi dei due tipi.* Nota preliminare di M. Gatti, presentata dal Socio Grassi.

La biofotogenesi, come fu detto nella Nota precedente, si compie nei pesci da noi esaminati per mezzo di speciali organi, che dal punto di vista della loro anatomia si possono dividere in due tipi, l'uno dei quali non ha che vedere con l'altro, almeno a sviluppo completo. Esaurita la serie degli organi a struttura ghiandolare evidente, indiscutibile, noi dobbiamo ora occuparci dell'altro tipo, di quello, cioè, che è proprio delle dieci specie di *Scopelus* prese da noi in esame. E cominciamo col dire che uno studio lungo ed accurato ci permette di affermare in modo assoluto che non vi esiste traccia alcuna di elementi ghiandolari. La maggior parte degli elementi che qui entrano in scena, sono affatto estranei al primo tipo; e se in quello la produzione della luce è dovuta indubbiamente ad una speciale sostanza, che si consuma dentro le cellule secernenti, o fuori di esse, ma sempre dentro l'organo, in questo secondo tipo il modo secondo cui si esplica il fenomeno della produzione di luce, deve essere del tutto differente. Con mezzi e modi diversi si raggiunge lo stesso scopo.

Insistiamo su questo punto, perchè la distinzione netta di due tipi divergenti non è stata fatta mai fino ad oggi. Gli studiosi degli organi luminosi dei pesci, vedendoli occupare la medesima posizione relativa nel corpo delle varie forme da loro osservate, e presupponendo identico per tutti il modo di funzionare, fecero ogni sforzo per riunirli insieme sotto una stessa etichetta di struttura; anzi qualcuno fu costretto, per raggiungere questo scopo, ad un acrobatico lavoro di fantasia.

Gli organi biofotogenetici degli *Scopelus* sono dunque i rappresentanti del secondo tipo, che denominiamo *elettrico*. Come è stato fatto per l' altro, daremo prima un cenno generale di esso, e poi indicheremo rapidamente i gruppi principali, nei quali si può suddividere. In uno stesso *Scopelus* si trovano organi luminosi di più specie. Denominiamo *perle* quelli che appaiono come macchie splendenti rotonde lungo la faccia ventrale e nei fianchi, e vi si dispongono come tante costellazioni; e denominiamo *macchie perlacee* in senso largo gli organi dalle dimensioni maggiori, che sono in piccolo numero, pari o impari, e che occupano certe determinate regioni del corpo. Col nome di *macchie perlacee propriamente dette* vogliamo intendere le macchie perlacee della regione codale; e col nome di *lanterne*, quelle che si trovano nella testa, e vi assumono talora uno sviluppo considerevole. Le macchie perlacee propriamente dette si possono trovare anche nel primo tipo, ma noi abbiamo tralasciato di parlarne per non andare troppo per le lunghe , e perchè la loro costituzione non differisce essenzialmente da quella delle ampolle. Ma dove prendono un largo sviluppo, è appunto in questo secondo tipo. E siccome le macchie perlacee p. d. e le lanterne si possono per la struttura considerare come perle, così stante le loro maggiori dimensioni, possiamo dire che nel secondo tipo vi ha la tendenza degli elementi costitutivi ad assumere un maggiore sviluppo quantitativo. Per farsi un' idea chiara di una perla, basta pensare a due squame, l' una delle quali prenda la forma di scodella, e l' altra faccia a questa da coperchio. Dentro la scodella si trovano gli elementi principali dell'organo, e precisamente, immersa in una massa di connettivo gelatinoso, sta la parte essenziale o il corpo specifico dell' organo. Descrivendo la posizione di un' ampolla, facemmo notare che il corpo è dorsale e il collo è ventrale, e che l' imboccatura è rivolta al fondo del mare, verso il quale fondo sono perciò diretti i raggi luminosi. Negli *Scopelus* non si può parlare di un corpo e di un collo, ma la parte specifica dell' organo, contenuta come è stato detto, dentro la scodella, vi occupa in generale una posizione eccentrica. E precisamente, se si considera una perla in posto, con la scodella, cioè, approfondata nel corpo dell' animale, si vede che il corpo specifico ne occupa la porzione dorsale, e presenta sempre la forma di mezzaluna. In tutte le perle, senza eccezione, la mezzaluna è disposta nel senso della lunghezza dell' animale. L' eccentricità, o per meglio dire, la posizione dorsale della parte specifica dell' organo, avrà la stessa ragione fisiologica che l' essere l' ampolla del primo tipo capovolta.

In una sezione dorso-ventrale condotta normalmente al piano mediano, cioè frontale, dello *Scopelus*, e che passi per il centro di una perla, si vede che questa è costituita, andando dalle sue parti profonde alla superficie esterna dell' animale: 1) da *un involucro pigmentato;* 2) da *uno strato a splendore argenteo;* 3) dalla *squama incavata a forma di scodella;* 4) da *uno strato di speciali elementi che riveste la superficie concava della scodella;* 5) da *una massa di connettivo gelatinoso, dentro il quale sta immerso il corpo specifico;* 6) da *uno strato a splendore argenteo, che copre come un tetto, dopo il connettivo gelatinoso, il corpo specifico;* 7) da *uno strato pigmentato, che si adatta sopra il precedente strato a splendore argenteo;* 8) dalla *squama superficiale, che fa da coperchio, e che presenta nel suo punto di mezzo un ispessimento lenticolare.*

Tutte queste parti possono essere ridotte ai minimi termini e qualcuna può mancare affatto. Ciò che assume sempre uno sviluppo considerevole è il corpo specifico insieme coi nervi ed i vasi, che ad esso sono diretti. Giustamente perciò lo riteniamo come la porzione essenziale; e per il suo aspetto e la sua costituzione dividiamo le perle in tre gruppi principali.

Per ciò che riguarda il primo gruppo scegliamo come modello una perla dello *Scopelus Rissoi*, dove non manca nessuna delle parti, che già abbiamo enumerate, parlando in generale della costituzione degli organi biofotogenetici elettrici. La squama incavata a vetrino di orologio è, nella sua superficie convessa, rivestita dallo strato a splendore argenteo, sul quale si addossa l' involucro pigmentato, che si estende a coprire l' orlo della squama; e, nella sua superficie concava, è tappezzata da elementi esagonali iridiscenti, che a prima vista si prenderebbero per cellule disposte ad epitelio, ma sono mancanti di nucleo, e debbono considerarsi come cristallini della sostanza a splendore metallico. Il tessuto di connettivo mucoso fa da cuscinetto al corpo specifico, e lo ricopre con un suo sottile strato dalla parte superficiale esterna dell' organo; e fa nello stesso tempo da sostegno ai numerosissimi vasi ed ai numerosissimi nervi, che sono diretti verso il corpo specifico. La superficie del connettivo mucoso che guarda la squama ricoprente, non è piana, ma presenta un incavo entro il quale si annida l' ispessimento lenticolare della squama: ed è tale la posizione di quest' incavo, che lascia dorsalmente tutto il corpo specifico insieme con il sottile strato di connettivo mucoso, e con lo strato a splendore argenteo, e con l' involucro pigmentato, facenti tutti e tre da tetto al corpo specifico. Quest' ultimo dunque è affatto invisibile, ove si guardi una perla *in toto*; ma, allontanando solamente la squama, è possibile scorgerne alcune parti, le quali, considerando l' organo nella sua posizione naturale, si presentano come zaffi a forma di clava, in numero di 5 o 6, sotto l' ispessimento lenticolare, immerse nel tessuto gelatinoso, dove questo forma l' incavo indicato di sopra.

Se ora prendiamo a studiare il corpo specifico, e consideriamo a tal uopo sezioni dirette in tre sensi, che siano, cioè, rispetto allo *Scopelus* dorso-ventrali e condotte normalmente al piano mediano (frontali), rostro-caudali e condotte normalmente al piano mediano (orizzontali), rostro-caudali e condotte parallelamente al piano mediano (sagittali), noi ci facciamo subito un' idea chiara della disposizione e della struttura degli elementi, che lo compongono. Nelle sezioni frontali ed orizzontali il corpo specifico appare formato di tanti strati sottilissimi, paralleli gli uni agli altri, e con interposti fra due strati consecutivi nuclei allungati in forma di bastoncini; nelle sezioni dirette nel terzo senso, sagittali, il corpo specifico si presenta come una larga lamella a contorno ondulato e con numerosi nuclei di varie forme, disposti al margine e seguenti il corso ondulato di questo. Il corpo specifico dunque risulta costituito da tante lamelle sottili, sovrapposte le une alle altre parallelamente al piano mediano dello *Scopelus*. Ciascuna lamella è lunga e larga quanto tutto il corpo specifico, che ha, come abbiamo detto la forma di mezzaluna, e che, liberato convenientemente dal pigmento, lascia vedere, *in toto*, le rientranze e le sporgenze del margine convesso e del margine concavo. Dal quale ultimo, in senso perpendicolare od obliquo, si partono i 5 o 6 zaffi claviformi, dove si continuano la stuttura e la disposizione lamellare identiche a quelle della mezzaluna, e tra una lamella ed un'altra si trovano gli stessi nuclei già menzionati. Le lamelle in tagli diretti in modo da comprenderle ciascuna per intera, vanno diminuendo in dimensioni, mano mano che ci avviciniamo al fondo della scodella; e negli ultimi tagli compaiono le sezioni degli zaffi, i quali terminano in tante punte impiantate perpendicolarmente alla estremità distale dello zaffo più o meno convessa. Non possiamo affermare se l' esistenza di queste punte sia o no costante. I nervi ed i vasi sono straordinariamente abbondanti: dei primi se ne contano fino a dodici, e tutti sono diretti al margine concavo della mezzaluna, e terminano in questa. Non abbiamo studiato ancora le terminazioni nervose, sebbene abbiamo del materiale conservato in liquidi necessarî per tale ricerca. I capillari formano una rete tutt' attorno al corpo specifico, e terminano alle sinuosità delle lamelle. Il corpo specifico così descritto dà quasi l' imagine di una sezione di medusa col suo ombrello e sottombrello; e questo primo gruppo lo denominiamo perciò degli *organi biofotogenetici elettrici a corpo specifico medusoidale.*

Nel dire qualche parola del secondo gruppo, ci riferiamo allo *Scopelus Gemellari.* Senza entrare nelle particolarità, esponiamo subito le sue caratteristiche, che sono di mancare di zaffi, e di possedere uno speciale strato di cellule, che sta fra il corpo specifico lamellare e la squama superficiale esterna. Non ci pare che giri attorno attorno al corpo specifico. Queste cellule si presentano in sezione a contorno poligonale, con nucleo bene evidente e con protoplasma denso apparentemente omogeneo, che si tinge debolmente

coll' eosina ecc.; e ci ricordano subito quell' insieme di cellule, che negli organi ghiandolari abbiamo considerato come mezzo ottico.

Qui sorge una questione da risolvere, che si può esprimere con queste tre domande: Quelle cellule hanno anche nel *Gemellari* funzione di mezzo ottico? oppure funzionano come una parte necessaria nella produzione dell'elettricità? ove si risponda di sì alla seconda domanda, gli organi biofotogenetici ghiandolari debbono considerarsi invece come ghiandolari ed elettrici nello stesso tempo? Per una serie di ragioni ci pare si debba rispondere affermativamente alla prima domanda. Nel primo gruppo infatti possiamo affermare che non esiste traccia alcuna di cellule a protoplasma denso apparentemente omogeneo. E poi nel *Gemellari* ci paiono molto meno sviluppate le parti, che evidentemente hanno una funzione ottica nell' emissione della luce. Che se nel primo gruppo vi sono gli zaffi e nel secondo non ve ne sono, ciò non può avere un gran significato, perchè in altri organi possono mancare gli zaffi e lo strato delle cellule a protoplasma omogeneo. Se dunque non può certamente avere una parte importante nello sviluppo dell' elettricità, noi non possiamo ammettere che gli organi del primo tipo siano piuttosto ghiandolari-elettrici.

Il terzo ed ultimo gruppo (modello: una delle perle dello *Scopelus Rafinesquii*) è caratterizzato dalla mancanza dei zaffi e delle cellule a protoplasma denso apparentemente omogeneo, e dalla posizione del corpo specifico, che è meno eccentrico degli altri due gruppi. La squama ricoprente di questi organi offre di speciale che lo strato pigmentato, il quale fa da tetto al corpo specifico, si dispone diametralmente ad essa nel senso della lunghezza dell' animale. Il corpo specifico ha anche qui la forma semilunare, ma mentre il margine dorsale è convesso, quello ventrale è rettilineo.

Non aggiungeremo altro rispetto alla struttura delle perle degli *Scopelus*, e non diremo nulla delle macchie perlacee, perchè, sebbene presentino parecchie e notevoli differenze, sono costruiti essenzialmente come le perle.

Ma per quali ragioni, ci si domanderà, s' hanno da ritenere elettrici gli organi del secondo tipo? Perchè, rispondiamo subito, il corpo specifico è istologicamente da considerarsi come un organo elettrico. Abbiamo veduto intanto la struttura lamellare, abbiamo accennato all' enorme numero dei vasi e dei nervi, e possiamo aggiungere che abbiamo riscontrato sulle lamelle perfino i bastoncelli, che furono veduti negli organi elettrici p. d.

Le nostre ragioni, lo ripetiamo, si fondano esclusivamente sull' esame istologico.

Dopo aver acquistato un' idea esatta della struttura degli organi biofotogenetici dei pesci, ne abbiamo seguito lo sviluppo nelle larve del *Gonostoma denudatum*, nello *Stomiasunculus* e nelle larve di *Scopelus*.

Esponiamo soltanto la conclusione delle nostre ricerche.

Essa è che la parte specifica degli organi luminosi del primo e secondo tipo deriva senza alcun dubbio dall' ectoderma, contrariamente al risultato degli studi dell' Emery, che la fa sviluppare dal mesoderma.

Riassumendo, noi consideriamo le così dette macchie splendenti dei pesci o i così detti punti lucidi come organi aventi la funzione di emettere luce durante la vita dell' animale. La quale funzione può compiersi nei pesci da noi osservati per due vie, che partono da un punto comune, rappresentato da un gruppo di cellule epiteliali; si allontanano divergendo nello sviluppo, e conducono a due tipi principali di struttura e di funzione.

Nel primo tipo sono compresi organi a struttura ghiandolare, sulla quale non può sollevarsi alcun dubbio; e la funzione si esplica per una sostanza, della costituzione chimica della quale nulla sappiamo, che si consuma entro le cellule secernenti o fuori di esse, ma sempre dentro la ghiandola. A favorire la produzione del fenomeno luminoso intervengono parti, ciascuna delle quali ha una speciale funzione ottica.

Nel secondo tipo la struttura è diversissima, formando qui la parte essenziale dell' organo tante lamelle sovrapposte le une alle altre, che in sezione appaiono multinucleate.

L' abbondanza dei nervi e dei vasi appoggia la supposizione di considerare gli organi di questo gruppo come elettrici; l' energia elettrica si trasformerebbe, durante la funzione, in luce; speciali parti favoriscono la produzione del fenomeno luminoso (lente, pigmento nero, strato a splendore argenteo, particolari cellule come nel primo tipo).

Chiudiamo questa Nota accennando alla grande importanza, che possono avere gli organi biofotogenetici dei pesci, considerati da un punto di vista, per così dire, filosofico. Il *Porichthys porosissimus* e il *Maurolicus ametystino-punctatus* e l'*Argyropelecus hemygimnus*, sebbene il primo sia uno dei rappresentanti di una famiglia di pesci immensamente lontana per la posizione sistematica da quella cui appartengono le altre due forme nominate, debbono mettersi insieme per ciò che riguarda la struttura e il modo di funzionare dei loro organi luminosi.

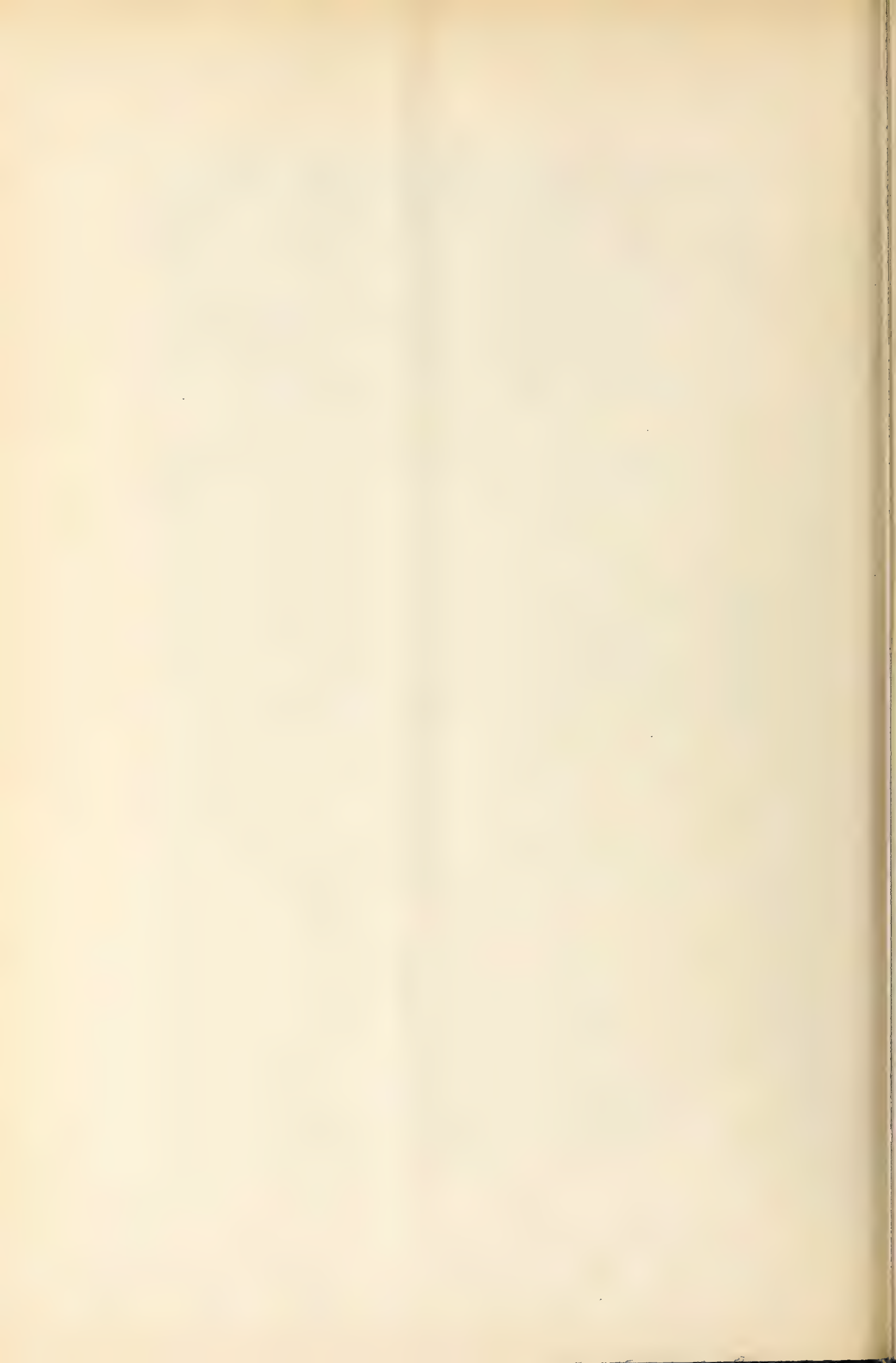
Questo fenomeno di convergenza non si limita soltanto agli organi biofotogenetici dei pesci, chè, se consideriamo gli stessi organi presso altri animali acquatici, possiamo scorgere come il nostro tipo ghiandolare ed il nostro tipo elettrico od i due misti insieme sono distribuiti più vastamente di quello che si creda. Il *Pyrosoma*, per esempio, ha i suoi organi luminosi, che debbono funzionare, secondo ogni verosimiglianza, nella maniera di quelli del nostro primo gruppo ghiandolare; l' *Euphasia Mülleri*, che è un Crostaceo di profondità, ha i suoi organi composti da una parte ghiandolare, cui forse si aggiunge una porzione capace di svolgere elettricità, e gli organi

di parecchie altre forme, che noi abbiamo avuto agio di esaminare, sono costruiti secondo l' uno o l' altro dei due tipi, senza parlare delle moltissime forme, tutte della vita marina, studiate dal Panceri, che producono luce per la sostanza, che segregano speciali cellule ghiandolari, sparse sul corpo o più o meno raggruppate.

Ci piace infine far notare un altro fatto interessantissimo, ed è che, se noi avessimo trovati gli organi biofotogenetici dei pesci, specialmente quelli ghiandolari, in forme vicinissime fra loro per la posizione sistematica, forse saremmo stati indotti dalla graduale complicazione degli organi a considerarne uno come derivante da un' altro più semplice, e così via!

Questa Nota e la precedente comprendono lo studio, fin dov' è possibile, completo degli organi biofotogenetici dei pesci. Il lavoro in esteso verrà pubblicato quanto prima; e in esso verrà distinta con molta cura la parte spettante al Chiarini e la parte spettante al Gatti. Trovo però opportuno di avvertire fin d' ora che, mentre questa seconda Nota è opera esclusiva del Gatti, la prima, comprendente la descrizione degli organi biofotogenetici ghiandolari di nove forme di pesci, in parte è dovuta al Chiarini, e in parte al Gatti. E precisamente, cinque di esse (*Argyropelecus hemigymnus, Maurolicus Poweriae, Coccia ovata, Chauliodus Sloanii, Gonostoma denudatum*) formarono l'argomento della tesi di laurea del Chiarini nel 1898; e le altre quattro forme (*Maurolicus amethystino-punctatus, Stomias boa, Bathophilus nigerrimus, Porichthys parosissimus*) furono oggetto delle ricerche del Gatti, al quale si deve anche lo studio sistematico dei pesci presi in esame.

B. Grassi.

P. B.

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 6 agosto 1899.

Matematica. — *Intorno ai punti di Weierstrass di una curva algebrica.* Nota del Corrispondente Corrado Segre.

Si soglion chiamare *punti di Weierstrass* (¹) di un ente algebrico ∞^1 del genere p quei punti che sono almeno p-pli per gruppi della serie canonica g_{2p-2}^{p-1}; sicchè sulla curva canonica C d'ordine $2p-2$ dello spazio S_{p-1}, imagine dell'ente, sono raffigurati da' punti in ciascuno dei quali l'iperpiano osculatore ha con C un contatto almeno p-punto (²).

Il numero di questi punti è espresso *in generale* da $p(p^2-1)$. Ciò è ben noto, e rientra ad esempio in quel caso particolare di una formola del De Jonquières che dà il numero dei punti $(r+1)$-pli di una g_n^r (³).

D'altra parte il sig. Hurwitz ha determinato (⁴) per quante unità vada computato nel detto numero $p(p^2-1)$ un dato punto comunque singolare per la curva C. Se escludiamo il caso iperellittico, un punto qualunque di C sarà origine di un solo ramo, lineare, i cui successivi *ranghi* indicheremo con $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{p-2}$: sicchè le moltiplicità d'intersezione di quel ramo con la tangente, col piano osculatore, ..., coll'S_k osculatore $(1 \leq k \leq p-2)$,

(¹) V. ad es. M. Haure, *Recherches sur les points de Weierstrass d'une courbe plane algébrique.* Ann. Ecole Normale Supér. (3) 13, 1896.

(²) Cfr. la mia *Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito*, Annali di mat. (2) 22, 1894 (v. specialmente nn. 87 e seg.).

(³) Cfr. loc. cit. n. 42. La formola del De Jonquières si trova nel Journal für Math. t. 66, 1866.

(⁴) *Ueber algebraische Gebilde mit eindeutigen Transformationen in sich.* Math. Annalen, 41, 1893.

saranno $1+\alpha_1, 1+\alpha_1+\alpha_2, \ldots, 1+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_k$. Con tali notazioni, la moltiplicità di quel punto fra i punti di Weierstrass risulta espressa da

$$W=(p-2)(\alpha_1-1)+(p-3)(\alpha_2-1)+\cdots+2(\alpha_{p-3}-1)+(\alpha_{p-2}-1).$$

Anche ciò rientra come caso particolare in una formola che dà l'influenza di un punto qualunque nel numero dei punti $(r+1)$-pli di una g_n^r[1].

Ora è facile determinare un limite superiore per l'espressione W. Infatti si consideri in generale un S_k $(k<p-2)$, al quale appartenga un gruppo di m punti di C, ove $m>k+1$. Quel gruppo imporrà solo $k+1$ condizioni ai gruppi canonici (cioè agl'iperpiani) che lo contengono. Quindi, pel teorema Riemann-Roch, la serie lineare completa (speciale) d'ordine m da esso determinata sarà di dimensione $\mu=m-k-1$. Inoltre lo stesso teorema conduce, come si sa, al fatto che per una g_m^μ speciale, se si tolgono (come qui si fa) il caso iperellittico e quello della serie canonica, è sempre $m \geq 2\mu+1$ [2]. Sarà dunque nel nostro caso $m \geq 2(m-k-1)+1$, ossia $m \leq 2k+1$. *Sulla curva canonica di genere p non possono esistere più di $2k+1$ punti giacenti in un S_k, ove $k<p-2$.*

Questa proposizione varrà anche se i punti considerati di C sono infinitamente vicini. Quindi pel punto di Weierstrass, i cui ranghi abbiamo chiamato $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$, sicchè l'$S_k$ osculatore si può riguardare come contenente $1+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_k$ punti infinitamente vicini di C, essa ci dice che, se $k<p-2$, quel numero di punti sarà $\leq 2k+1$, ossia

$$(\alpha_1-1)+(\alpha_2-1)+\cdots+(\alpha_k-1) \leq k.$$

Sommando le relazioni che si traggono da questa ponendovi $k=1, 2, \ldots, p-3$, insieme con la seguente che deriva dal fatto che l'iperpiano osculatore non può avere con C moltiplicità d'intersezione maggiore di $2p-2$

$$(\alpha_1-1)+(\alpha_2-1)+\cdots+(\alpha_{p-2}-1) \leq p-1,$$

si ha precisamente

$$W \leq \frac{(p-1)(p-2)}{2}+1;$$

ossia: *Nel numero complessivo $p(p^2-1)$ dei punti di Weierstrass di un ente algebrico (non iperellittico) del genere p nessun punto può contare per più di* $\dfrac{(p-1)(p-2)}{2}+1$.

[1] V. la citata *Introduzione*, n. 43.

[2] Cfr. loc. cit. n. 84.

Ne segue subito che: *i punti di Weierstrass fra loro distinti sono almeno*

$$\frac{2p(p^2-1)}{(p-1)(p-2)+2}=2p+6+\frac{8(p-3)}{p(p-3)+4}.$$

Ossia: *per* $p=3\,,5\,,6$ *i punti di Weierstrass fra loro distinti sono almeno* $12\,,18\,,20$; *per* $p>3$ *sono sempre in numero maggiore di* $2p+6$.

Questi risultati sono alquanto più espressivi di quelli ottenuti dal sig. Hurwitz nella Nota citata: cioè che $W<\frac{p(p-1)}{2}$, e che quindi il numero dei punti di Weierstrass distinti (se si esclude il caso iperellittico) è sempre maggiore di $2p+2$ [1]. Del resto anche Hurwitz ha avvertito che si potevano ottenere risultati più precisi mediante una più minuta discussione; la quale porterebbe ad esaminare quali valori dei ranghi $\alpha_1\,,\alpha_2\,,\ldots$ siano effettivamente possibili [2]. Volendo fare un tale esame seguendo l'indirizzo geometrico si potrebbe osservare che se ad es. il rango α_k è >1, esisterà sull'ente algebrico considerato una serie lineare, priva di punti fissi, d'ordine $1+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_k\,(\leq 2k+1)$, e dimensione $(\alpha_1-1)+(\alpha_2-1)+\cdots+(\alpha_k-1)$ [3]. L'esistenza di una tal serie sarà generalmente una particolarità per l'ente algebrico, e quando la dimensione riesca >1 permetterà di assegnare un limite superiore pel genere. Se poi due ranghi, $\alpha_k\,,\alpha_l$, sono >1, si avranno sull'ente algebrico due particolari serie lineari senza punti fissi, le quali, prese insieme, serviranno pure per ottenere una rappresentazione dell'ente da cui segua di nuovo una limitazione pel genere. E così via.

Geologia. — *I terreni terziarî superiori dei dintorni di Viterbo.* Nota del Corrispondente C. De Stefani e di L. Fantappiè.

Sui terreni terziarî dei dintorni di Viterbo già avevano scritto varî autori. Il P. Pianciani in una lettera al Procaccini Ricci aveva indicato alcuni fossili dei terreni pliocenici di Bagnaia e di Ferento [4], per verità un poco lontani da quelli che noi prendiamo in considerazione. Il Verri pure indicò alcuni fossili del pliocene di Bagnaia [5]: ed il Mercalli, durante la sua breve resi-

[1] Quest'ultima proposizione serve in quella Nota per dedurne una semplice notevole dimostrazione del fatto che sopra un ente di genere >1 non possono esistere infinite corrispondenze algebriche biunivoche.

[2] Si vedano a questo riguardo le citate ricerche del sig. Haure.

[3] Ciò in forza di osservazioni precedenti e di un teorema del sig. Noether. Cfr. ancora il n. 87 della mia *Introduzione*.

[4] V. Procaccini Ricci, *Viaggi ai vulcani spenti d'Italia. Viaggio secondo,* t. I, Firenze 1821, pag. 160.

[5] A. Verri, *I vulcani Cimini,* (Atti R. Acc. Lincei 1880).

denza in Viterbo, raccolse altri fossili nelle marne presso Viterbo, evidentemente della Mattonaia Falcioni, e ne fece studiare le foraminifere dal Mariani [1].

Finalmente il Meli rammenta pure le marne del fosso di Arcionello [2] che però egli non ha veduto da sè e che viene da lui indicato come assai più lontano dalla città che non sia. Di quest' ultimo luogo il Meli cita pure il calcare fossilifero che paragona per età e per formazione al *Macco* di Corneto e di Palo.

Avendo noi fatte insieme alcune escursioni nell' aprile del corrente anno, ed avendo uno di noi esaminato i fossili raccolti per cura dell' altro, abbiamo pensato non tardar a pubblicare gl' importanti risultati ottenuti.

A meno di un chilom. dalla città, per la via vecchia della Quercia, passando appena il fosso di Arcionello, presso una casetta colonica e prima di giungere alla cava di *Peperino* della Cooperativa degli scalpellini sotto i Cappuccini a destra della strada, in un fossetto, affiora un lembo limitatissimo di calcare, che è appunto quello indicato dal Meli come calcare a *Perna.* Questo calcare si trova pure in frammenti più o meno grossi sul suolo nell' interno del podere vicino, e sui muri a secco della strada. È un calcare giallognolo, alquanto terroso, o compatto, costituito quasi per l' intero da frammenti di fossili variati, ma specialmente di molluschi, e sopratutto, come notò il Meli, di *Pernae.* Alcuni frammenti nei muri a secco laterali alla strada appaiono formati quasi solo di *Pecten*, parte col guscio completo, parte ridotti ad impronte; nell' interno del contiguo podere poi abbondano grossissimi pezzi ripieni di *Lithothamnium* e di variati molluschi e briozoi.

Il detto calcare comparisce nel fossetto particolarmento dopo che le pioggie e le acque scorrenti lo hanno alquanto scavato, per altezza di 2 o 3 m. al più perchè non si vede il sottosuolo; credo assai probabile che esso si manifesti ancora per lungo tratto a monte, lungo il fosso di Arcionello, nelle parti più profonde di esso; ma le abbondantissime frane provenienti dalle argille e dal *peperino* superficiali lo sottraggono alla vista.

Daremo la nota comprensiva dei fossili trovativi, dopo aver parlato del lembo assai più ragguardevole che si trova nella villa Ravicini poco più d' un chilom. fuori della Porta Romana, sulla via di Vetralla.

Quivi nel recinto del podere è un colletto che si innalza di pochi metri sopra i terreni argillosi circostanti appartenenti, come vedremo or ora, al Pliocene, e che è costituito essenzialmente da calcare quasi identico a quello del fosso di Arcionello e solo forse un poco meno arenaceo. L' estensione super-

[1] E. Mariani, *La fauna a foraminiferi delle marne che affiorano in alcuni tufi vulcanici di Viterbo* (Boll. Soc. geol. it., vol. X, pag. 164 e seg., 1891.

[2] R. Meli, *Sopra alcune rocce e minerali raccolti nel viterbese.* Bull. d. Soc. geol. ital., vol. XIV, 1895, fasc. 2°, pag. 184. — Idem, *Appunti di storia naturale sul viterbese.* Roma, 1898, pag. 4 a 9.

ficiale nella quale il calcare apparisce non supera poche diecine di metri quadrati, estensione pur sempre maggiore a quella del fosso di Arcionello.

Ecco la nota dei fossili determinati finora.

Lithothamnium sp. Fosso di Arcionello. Podere Ravicini. Nel calcare del fosso di Arcionello sono frequenti ramuscoli che per la forma esteriore rispondono in tutto al *L. racemus* L., tuttora vivente; ma non ne abbiamo potuta esaminare la struttura, che certamente rivelerà trattarsi di specie diversa.

Alcune sezioni di *Lithothamnium* sono pure nei calcari della Villa Ravicini.

Briozoi. — Fosso di Arcionello. Podere Ravicini. In ambedue le località sono dei Briozoi rispondenti agli antichi generi *Lepralia* e *Membranipora*. Nell'ultima località sono visibilissime impronte di *Cupularia Canariensis* Busk.

Corallari. — Villa Ravicini. Si trovano in questa località varî nuclei e modelli di Corallari almeno apparentemente vicini o rispondenti ai generi *Trochocyatrus*, *Balanophyllia*, *Ceratotrochus*. Non vi è scarsa ed è ben conservata la *Stephanophyllia imperialis* Michelin.

Foraminifere. — Piccole sezioni appartenenti a quest'ordine, e forse principalmente di *Rotalia* si vedono nei calcari di ambedue le località.

Perna Soldanii Desh. Fosso di Arcionello, talmente abbondante da costituire una vera lumachella.

Pecten scabrellus Lck. Fosso di Arcionello e Podere Ravicini: abbastanza abbondante in impronte con le valve benissimo conservate. Si vedono spesso le parti interne di ogni valva, come pure si distinguono le relative controimpronte che brevemente descriveremo perchè le apparenze ne sono spesso così diverse da far credere che si tratti di specie differenti: in queste ultime i rilievi rispettivamente rispondenti ai solchi della parte interna segnalano le coste esterne della valva: inoltre gl'intervalli fra i detti rilievi rispondenti agl' intervalli fra le coste esterne, che nella parte interna d'ogni valva sono essi pure leggermente canaliculati, vengono segnalati nella controimpronta mediante un leggero rilievo che partendosi dal margine palleare cessa poco prima di giungere alla metà della valva. I solchi e rispettivamente i rilievi sono alquanto più marcati in un lato della valva che nell'altro. Del resto i caratteri della superficie e la poca inequilateralità delle valve sono comuni alla forma miocenica ed a quella pliocenica; solo forse nelle forme nostre mioceniche il numero delle coste è maggiore di uno o due.

Il *Pecten scabrellus* Lck., piuttosto raro nei calcari simili a questi dei dintorni di Viterbo, della Toscana, della Pescia Fiorentina ed anche dei Monti della Tolfa dove uno di noi lo trovò, è invece una delle forme più comuni nei calcari bianchi, quasi cristallini, tanto estesi nell'Appennino centrale e da molti ritenuti eocenici, p. e. in quelli delle Valli del Liri, del Sacco e dell'Aniene,

nei dintorni d' Aquila degli Abruzzi a Monte Luco, Lucoli, Rocca di Cambio, a S Marino ed altrove.

Pecten Malvinae Dubois. Specie abbastanza comune pur questa nel Podere Ravicini. Essa è una una delle più distintive del Miocene medio. Abbonda nelle marne langhiane dell' Appennino centrale Aquilano; trovasi pure a Popogna nei monti Livornesi ed è indicata dagli autori in una quantità d' altri luoghi del Miocene medio d' Italia.

P. Reussi Hörnes. Villa Ravicini.

Pectunculus pilosus L. Villa Ravicini.

Arca diluvii Lck. Villa Ravicini.

Cardita rudista Lck. Ibidem.

Cassis miolaevigata Sacco. Ibidem.

Turbo rugosus L. Ibidem.

Il Meli senza ben pronunziarsi circa all' età, paragonò questo calcare al *Macco*, donde sembra che egli lo ritenesse Pliocenico. Però i fossili sopra indicati attestano in modo non dubbio che il calcare appartiene al Miocene medio e propriamente alla plaga Elveziana: il suo carattere littorale è ad esuberanza attestato dalle *Nulliporae*, e devesi ritenere che formasse a guisa di piccole scogliere sopra ai calcari eocenici i quali si debbono trovare a piccolissima profondità nel sottosuolo.

Sia pei fossili, come per la natura litologica, il calcare corrisponde a quello pur miocenico di Fiano Romano, dei Monti della Tolfa, della Pescia fiorentina, dell' isolotto Troia ed in generale a quello della Toscana che il Fuchs chiamò Calcare di Rosignano, ed altri chiamarono Calcare di Leitha.

Argille plioceniche. — Nel luogo indicato in addietro presso il fosso di Arcionello, al calcare miocenico succedono 5 o 6 m. al più di argille finissime marnose, biancastre, in stratificazioni orizzontali abbastanza distinte, le quali si vedono però solo casualmente dopo che le acque di pioggia abbiano alquanto dilavato le materie franose superficiali. In queste argille non si trovarono finora che foraminifere. Vi si vede qualche *Miliolina*.

Salendo il poco profondo fosso di Arcionello a monte per un tratto alquanto maggiore d' un chilom. si scorgono le pareti più elevate, quasi a picco per l' altezza di pochi metri, costituite dal *peperino* che in taluni punti viene pure scavato come materiale da costruzione. Sotto il medesimo scendono pendici dolcissime nelle quali il fosso ha scavato il suo alveo.

Queste pendici sono superficialmente coperte da frane scese man mano dagli strati superiori del *peperino*; però il modo e l' andamento dei fenomeni di erosione ed il conseguente cambiamento nella pendenza del tratto di superficie sottostante ai *peperini*, provano che nel sottosuolo di tutta quella regione si estendono le argille.

Un' altra circostanza la quale comprova in modo sicuro l' esistenza di queste è la generale presenza di gemitivi e di piccole sorgive alla base dei

peperini, che infatti sono piuttosto permeabili alle acque, mentre le argille sono impermeabili.

Passiamo all' altra località del Podere Ravicini e della Mattonaia di Falcioni sulla via di Vetralla.

Quivi le argille sono assai più estese intorno al colletto formato dal calcare miocenico; ma specialmente lo sono fra la strada Romana e la ferrovia; brevi dirupi di *peperino* le circondano, specialmente a nord, ad est e a sud ed alla base di questi, al solito, vengono fuori piccole sorgive. L' altezza degli strati non si può ben determinare; nella Mattonaia Falcioni, dalla parte della ferrovia, si vedono scoperti per lo meno per 10 a 12 m. d' altezza, ma la potenza loro comprensiva è certo assai maggiore. Queste argille sono alquanto più azzurrognole di quelle del fosso di Arcionello, somigliando in questo maggiormente, anche dal punto di vista litologico, non meno che, come vedremo, da quello paleontologico, alle marne Vaticane. Vengono scavate, eventualmente con maggiore o minore attività, per farne mattoni e laterizî.

Argille si trovano sotto il *peperino* pure in Viterbo a Ponte Sodo sotto la Porta del Carmine, verso Ferento e sopra Bagnaia verso il Monte S. Valentino, dove, come si disse, le osservarono il Pianciani ed il Verri.

Riunendo i fossili della Mattonaia di Falcioni abbiamo redatto il seguente elenco.

Foraminifere. — Il Mariani (loc. cit.) indicò 34 specie oltre a 3 specie di ostracodi ed a frammenti di briozoi e di coralli.

Flabellum avicula Michelin.

Schizaster sp.

Ostrea cochlear Poli, con le sue varietà descritte dal Foresti. Comune assai come in tutte le argille consimili, anche al Vaticano.

Pecten Angelonii Mgh. = *P. histrix* Doderlein. = *P. subspinulosus* Seguenza. Raro. Il Meli lo ha già indicato nelle marne di Nettuno ed uno di noi ne ha visto qualche esemplare nelle argille Vaticane ed in quelle di Corneto, dove finora nessuno lo ha indicato. Si trova del resto nelle marne bianche plioceniche di mare profondo dell' Italia meridionale dove lo indicò il Seguenza ed è comunissimo nelle argille biancastre del Senese e dei dintorni d' Orciano, come pure nelle marne biancastre della Liguria dove lo rinvenne uno di noi qua e là e nelle marne del Ponticello di Sàvena presso Bologna; il Sacco pure lo indicò nel Pliocene di varî luoghi.

P. cristatus Bronn. Raro.

P. oblongus Phil. = *P. De Filippii* Stoppani, = *P. Comitatus* Fontannes. Comune ed assai ben conservato in esemplari di ogni età. È questa una delle specie più distintive e oseremmo dire più comuni delle marne bianche e delle argille plioceniche di mare profondo del bacino mediterraneo, quantunque per la sua estrema fragilità sia ordinariamente in frantumi e sia passata quasi sempre inosservata agli autori. Spetta al Sacco l' avere riven-

dicato la priorità della denominazione del Philippi, il quale la figurò ma non la descrisse indicandola come proveniente dai dintorni di Como e quasi certamente dalle argille di mare profondo di quella stessa località della Folla d' Induno, donde più tardi lo Stoppani la descriveva senza figurarla col nome di *P. De Filippii.*

Una delle valve è completamente liscia, l' altra, la sinistra, presenta internamente delle sottili costicine radiali che terminano prima del margine, e che si vedono specialmente negl' individui giovani.

Ritengo che sopra siffatti esemplari giovani provenienti dalle marne Vaticane, il Ponzi abbia fondato la specie *P. retiolum* da lui descritta e figurata. Certo è che nelle marne Vaticane uno di noi ha visto la presente specie, anche in esemplari perfettamente sviluppati, quantunque nessuno ve l' abbia finora indicata fuori che col nome del Ponzi. La migliore descrizione e la miglior figura son quelle che dette il Fontannes col nome di *P. Comitatus* proveniente dalla Provenza; meno buone, ma sufficienti, sono le figure e la descrizione del Sacco il quale la indica in Liguria: uno di noi la aveva già notato da tempo nelle marne bianche di via Roma in Genova, e di Borzoli presso Sestri Ponente, donde provengono esemplari perfettissimi raccolti dal prof. Razzore, come pure in quelle di Arenzano. La specie trovasi pure nel Bolognese e in Toscana, anzi nel Senese fu indicato un tempo da uno di noi col nome nuovo ma improprio di *P. Fuchsi* De Stefani. Non la conosciamo nell' Italia meridionale.

Pecten sp. n. Possediamo una valva simile alla valva destra del *P. revolutus* Michelotti del Miocene medio, cioè in simile modo rigonfia, con coste larghe, assai piatte, separate da intervalli stretti e poco profondi; però le coste nella nostra specie sono più numerose e meno regolari, alternandone talora con quelle larghe alcuna più stretta. Non trovasi nel Pliocene altra specie cui questa possa paragonarsi.

Pinna Brocchii D'Orb. Rara.

Arca diluvii Lck. Piuttosto comune qui come in quasi tutte le argille plioceniche.

Tindaria solida Seguenza. Indicata dal Seguenza nell' Italia meridionale.

T. arata Bellardi. Comune con le marne di Liguria.

Malletia transversa Ponzi. Trovasi al Vaticano e in Liguria.

Neilo Isseli Bellardi.

N. gigas Bell. Ambedue le specie si trovano in Liguria.

Yoldia Bronni Bell.

Y. Philippii Bell. Ambedue queste *Yoldiae* trovansi qua e là nel Pliocene di mare profondo.

Nucula placentina Lck. Comune nel Pliocene di mare profondo.

Meiocardia Seguenzaeana Cocconi. Trovasi pure nelle argille del Piacentino.

Syndosmia longicallis Phil. Comune.

Tellina nitida Poli. Non rara.

T. planata L. Non rara.

Cardium sp. probabilmente nuova. Unico esemplare.

Cytherea multilamella Lck.

Dentalium Delphinense Fontannes. Raro. Questa specie trovasi nelle marne Vaticane ed in quelle di Via Roma in Genova e d'altri luoghi di Liguria dove fu indicata con altri nomi. Il Sacco, se non erriamo, fu il primo tra noi a determinarla esattamente.

Conus antediluvianus Brug.

Ficula subintermedia D'Orb. Rara.

Cassidaria echinophora L. Comune.

Eudolium stephaniophorum Fontannes. Trovossi anche nelle argille di Provenza e di Liguria.

Chenopus Uttingerianus Risso. Pittosto comune.

Natica millepunctata Lck. Comune.

Xenophora testigera Bronn. Comune e di tutte le età.

Turbo fimbriatus Bronn. Piuttosto comune.

Turritella subangulata Broc.

Gonoplax formosa Rist. Così determinata dallo stesso dott. Ristori.

Squilla sp.

Vertebra di pesce osseo.

Le specie indicate sono tutte, senza eccezione, distintive dei terreni pliocenici e più propriamente delle plaghe di mare profondo, Esse sono in parte quelle medesime descritte dal Ponzi nelle marne del Vaticano e quelle stesse che il Meli ed altri notarono presso Nettuno e che uno di noi vide sotto Corneto, per non uscire dalla provincia di Roma.

Si ripetono poi in varie parti di Toscana, p. e. nelle valli dell'Ombrone maremmano e della Fine, nel Senese e nelle colline pisane, e si ritrovano lungo tutto il littorale ligure da Genova ad Arenzano, Albissola, Savona, Albenga e Ceriale. Più scarsamente son note lungo le pendici adriatiche dell' Appennino. Però sono conosciute almeno a partire dal Ponticello di Savena nel Bolognese: di qui si estendono molto verso il mezzogiorno e uno di noi le conosce in varî luoghi delle Romagne e delle Marche: solo la poca facilità di estrarne i fossili ha fatto sì che finora siano state men note. Le marne bianche a *Verticordia* delle Calabrie e di Sicilia che il Seguenza ha descritte come Astiane appartengono ad una plaga di mare alquanto più profondo. È inutile ripetere come secondo uno di noi il così detto *zancleano* inferiore del Seguenza, che rappresenterebbe una plaga di profondità ancora maggiore, appartenga al Miocene medio invece che al Pliocene.

Studiando i rapporti fra queste argille plioceniche ed i calcari miocenici precedenti giova notare come nei dintorni immediati di Viterbo man-

chino i terreni gessosi, caspici, intermedî, del Miocene superiore, che pure sono tanto estesi nei prossimi monti della Tolfa, forse nella valle del Sacco e certo in tutta Italia. È poi interessante osservare che mentre le argille, come dicevamo, si formarono in mari abbastanza profondi, i calcari miocenici invece sono eminèntemente littorali e certo non depositati a più di 20 o 30 metri di profondità, come lo attestano i *Lithothamnium*. Ciò vuol dire che dopo la deposizione dei calcari e prima di quella delle argille, la regione fu soggetta ad una depressione generale.

Argille con materiali vulcanici. — Uno dei fatti più importanti che ci siamo riserbati a descrivere da ultimo è la presenza di abbondantissime polveri vulcaniche negli strati più alti delle argille plioceniche. Sul fosso di Arcionello l'argilla sottostà immediatamente, come si disse, al *peperino*. Le circostanze sono ben diverse alla Mattonaia Falcioni. Quivi, sopra il piano delle argille da laterizi, fino al sovrastante *peperino*, succedono 6 o 7 m. di argille bianche nei cui strati si manifestano, e man mano che si sale vanno aumentando, materie vulcaniche. Queste, da quanto abbiamo potuto esaminare, serbano grandissima uniformità dagli strati più bassi ai più alti e sono quelle stesse materie che secondo gli studî del Deecke [1] e del Washington [2] formano il *peperino*; sono cioè specialmente frammenti minutissimi, irregolari, di Sanidino, di Augite, di Biotite e di Magnetite: questi frammenti sono poco alterati, e ciò si spiega con la impermeabilità dell'argilla che li racchiude. Scarsissimi, come dicevamo, negli strati inferiori, vanno aumentando superiormente, fino a che nel *peperino* predominano ad esclusione di ogni materia argillosa. Che si siano depositati contemporaneamente all'argilla e senza alcuna levigazione o separazione dovuta a differenze di peso specifico, risulta indubbiamente dall'intima commistione dei diversi materiali.

All'aspetto esteriore gli strati si presentano costituiti da un impasto argilloso, talora quasi verdognolo o grigio, con minutissime e quasi microscopiche punteggiature scure. Negli strati più bassi abbondano nell'argilla dei noccioletti pure argillosi, friabili, irregolari, bianchissimi, nei quali il materiale vulcanico è più scarso.

È da notare che in queste argille a materiale vulcanico, sempre finissime come le altre, si trovano, sebbene con grande rarità, delle ghiaie di forma elissoidale, verosimilmente di origine marina, del diametro di 6 a 7 cm. di calcari eocenici, identici a quelli di regioni non lontane.

Che le predette argille siano plioceniche come le altre, non vi ha dubbio nessuno; durante l'escursione fatta insieme, negli strati più alti abbiamo

(1) W. Deecke, *Bemerkungen zur Entstehungsgeschichte und Gesteinskunde der Monti Cimini*. N. Jahrbuch f. Min. etc. Beilageband VI 1889.

(2) Henry S. Washington, *Italian petrological Sketches*. II. Repr. from The Journal of Geology, vol. IV, N. 7, october-november 1896. Chicago.

trovato un bellissimo e completo esemplare di *Pecten oblongus* Phil., il quale necessariamente dovette vivere e morire sul posto perchè non sarebbe stato suscettibile di trasporto dal luogo nel quale cadde sullo strato argilloso ad un altro, senza rompersi completamente.

Non potremmo escludere, quantunque ci sembri poco probabile, che un graduale passaggio fra l'argilla a materiale vulcanico ed il *peperino* sia dato pure dagli strati inferiori del *peperino* stesso, i quali, almeno attorno alla Mattonaia Falcioni, sono disgregabili e terrosi: occorrerebbe vedere se questa disgregabilità derivi per avventura dall'essere tuttora presente qualche particella d'argilla.

Ad ogni modo un fatto sicurissimo risulta dalle osservazioni precedenti, ed è che le eruzioni del sistema Cimino cominciarono sul finire del Pliocene; anzi propriamente prima che terminasse la deposizione delle marne Vaticane, e che principiarono sotto il mare od almeno per opera di un vulcano che lanciava direttamente i suoi prodotti nel mare circostante. Ricordiamo a questo proposito che il Verri (loc. cit.) indicò presso Orte un banco di Trachite coperto di sabbie marine plioceniche.

Vero è che secondo una opinione comunemente ammessa, almeno fino a poco tempo addietro, le marne Vaticane, perciò anche queste di Viterbo, sarebbero appartenute alla parte inferiore del Pliocene, cioè al così detto piano *Piacentino*; quindi la prima manifestazione delle eruzioni vulcaniche Cimine dovrebbe retrotrarsi ad un periodo del Pliocene molto sollecito, cioè anteriore all'*Astigiano*. Però uno di noi dimostrò a suo tempo che le argille *Piacentine* e le sabbie *Astigiane* rappresentano solo plaghe di profondità diversa di un medesimo mare e di una medesima età; che perciò non potevano prendersi a tipo di piani geologici differenti [1].

Non intendiamo entrare nelle questioni riguardanti la esatta determinazione dell'età delle argille Vaticane e degli altri terreni pliocenici degl'immediati dintorni di Roma. Però rammenteremo come quivi le argille siano immediatamente sottostanti alle sabbie gialle del M. Mario, come queste siano state da moltissimi attribuite all'*Astiano*, ma come in base ai dati paleontologici si debbano ritenere più recenti ed appartenenti al *Postpliocene inferiore*, come d'altronde posino sopra le argille con sicura e generale trasgressione.

Per conseguenza l'idea che pure le marne o argille del Vaticano arrivino fino agli strati più recenti del Pliocene non urta contro alcuna sorta di difficoltà.

I fatti qui notati relativi alla prima comparsa delle eruzioni sottoma-

[1] C. De Stefani, *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée.* Liège 1893.

rine dei Cimini, stanno in pieno accordo con quello che lo Stoppani aveva osservato e che uno di noi riconfermò nei dintorni d'Orvieto e con quanto venne indicato da uno di noi nel pliocene della strada fra Radicofani e Proceno; queste ultime osservazioni infatti provarono che pure nel sistema Vulsinio le eruzioni cominciarono, sottomarine, negli ultimi tempi del Pliocene.

Matematica. — *Sopra alcuni complessi omaloidi di sfere.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio F. Siacci.

I complessi di sfere, dei quali mi occupo in questo lavoro, sono del 7°, 6°, 5°, 4°, 3° e 2° grado, e posseggono notevolissime proprietà. Essi prendono origine dalla considerazione di 2 gruppi di sfere G_1, G_2 in relazione proiettiva, e dal cercare nel fascio di 2 sfere corrispondenti S_1, S_2 la sfera S, ortogonale alla sfera S_3 che, in un altro gruppo G_3 proiettivo a G_1, G_2 corrisponde ad S_1, S_2. Questo problema è, in sostanza, equivalente all' altro di cercare sulla retta che unisce 2 punti corrispondenti M_1, M_2 qualunque di 2 spazî omografici a 3 dimensioni Σ_1, Σ_2 il punto coniugato al punto M_3 corrispondente di M_1, M_2 in un terzo spazio M_3 omografico a Σ_1, Σ_2, rispetto ad una quadrica a 3 dimensioni, non degenere,

$$\varphi = \Sigma a_{ik}\, x_i\, x_k = 0\,,$$

il cui spazio $\mathfrak{S}$ abbracci Σ_1, Σ_2, Σ_3. E poichè, detto P il polo di Σ_3 rispetto a φ, gli spazî polari dei punti di Σ_3 formano uno *stelloide* attorno a P, reciprocamente riferito a Σ_1, Σ_2, il medesimo problema coincide pure con quello il quale consiste, dati Σ_1, Σ_2 come sopra, ed uno stelloide (P) di spazî a 3 dimensioni in dipendenza correlativa con essi in uno spazio a 4 dimensioni $\mathfrak{S}$, nel determinare il luogo dei punti comuni alle rette che uniscono le coppie di punti corrispondenti di Σ_1, Σ_2 ed agli spazî che a tali punti corrispondono in (P); poichè, dati Σ_1, Σ_2, (P) si può sostituire (P) con lo spazio polare rispetto ad una quadrica, non degenere, arbitrariamente presa. Da ciò sorge un triplice modo di trattare il problema.

1. Trattandolo dapprima nella seconda forma, abbiamo che, supposte essere

$$x'_i = f'_i(x)\ ,\quad x''_i = f''_i(x)\,, \tag{1}$$

ove si ha successivamente

$$h_i(x) = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \cdots + h_{i5}x_5$$
$$\det|h_{ik}| \neq 0\,;\ h \equiv f'\,,f''\,;\ i = 1\,,2\,,\ldots\,,5\,,$$

e sono x_i, x_i', x_i'' coordinate di punti in $\mathfrak{S}$, le formule le quali stabiliscono le trasformazioni omografiche di $\mathfrak{S}$ in sè stesso che abbracciano le dipendenze

proiettive fra Σ_1 e Σ_3, Σ_2 e Σ_3 rispettivamente, sulla congiungente di 2 punti corrispondenti x', x'' di Σ_1, Σ_2, un punto ha per coordinate z_i espressioni della forma

(2) $$z_i \equiv \lambda x'_i + \mu x''_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5);$$

epperò, dovendo essere z ed x coniugati rispetto a φ, detta $\varphi_{xh}(h \equiv x', x'')$ la semi-forma polare del punto h rispetto a φ, bisognerà che si abbia

$$\lambda \varphi_{xx'} + \mu \varphi_{xx''} = 0,$$

ovvero, tenendo conto delle (1):

$$\lambda \varphi_{xf'} + \mu \varphi_{xf''} = 0.$$

Ne segue che si avrà, per le (2), e per $x'_i \equiv f'_i$, $x''_i \equiv f''_i$

(3) $$z_i \equiv \varphi_{xf'} \cdot f''_i - \varphi_{xf''} \cdot f'_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5).$$

In queste formule non vi è traccia di Σ_1, epperò si può supporre di prendere, per Σ_1, un' equazione arbitraria

(4) $$u_x = u_1 x_1 + u_2 x_2 + \cdots + u_5 x_5 = 0,$$

ed allora *il luogo in quistione si presenta come dato simultaneamente dalle equazioni* (3) *e* (4).

Prendendo per la (4) la $x_5 = 0$, e ponendo

$$a_{i1} x_1 + \cdots + a_{i4} x_4 = \psi_i$$
$$h_{i1} x_1 + \cdots + h_{i4} x_4 = k_i$$

con $i = 1, 2, \dots, 5$, $h \equiv f', f''$ e corrispondentemente $k \equiv g', g''$, alla considerazione simultanea delle (3), (4) può essere sostituita la considerazione delle sole formule

(3') $$z_i \equiv \psi_{g'} \cdot g''_i - \psi_{g''} \cdot g'_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5)$$

le quali dànno le coordinate di un punto del luogo domandato in funzione razionale intiera ed omogenea del 3° grado delle coordinate $x_1, \dots, x_4$ di un punto di Σ_1, e che possono essere considerate siccome *formule di rappresentazione di esso su questo* Σ_1.

2. A formule non diverse dalle precedenti si arriva trattando il problema nella 3ª forma. Possiamo infatti supporre scritte nel modo seguente le equazioni di Σ_1, Σ_2, (P):

$$\begin{aligned} \lambda_1 u_\alpha + \lambda_2 u_\beta + \lambda_3 u_\gamma + \lambda_4 u_\delta &= 0 \\ \lambda_1 u_{\alpha'} + \lambda_2 u_{\beta'} + \lambda_3 u_{\gamma'} + \lambda_4 u_{\delta'} &= 0 \\ \lambda_1 p_x + \lambda_2 q_x + \lambda_3 r_x + \lambda_4 s_x &= 0 \, , \end{aligned} \tag{5}$$

ove $h_\varepsilon = h_1\varepsilon_1 + \cdots + h_5\varepsilon_5$; con $h \equiv u$ per $\varepsilon \equiv \alpha, \ldots, \delta, \alpha', \ldots, \delta'$; e con $h \equiv p, \ldots, s$ per $\varepsilon \equiv x$, ed ove $x_1, \ldots, x_5$ sono le coordinate di un punto, $u_1, \ldots, u_5$ quelle di un iperpiano di $\mathfrak{S}$. Abbiamo allora che, sulla congiungente di 2 punti corrispondenti di Σ_1, Σ_2 un punto z_i $(i = 1, \ldots, 5)$ ha per coordinate espressioni della forma

$$z_i = \lambda(\lambda_1\alpha_i + \cdots + \lambda_4\delta_i) + \mu(\lambda_1\alpha'_i + \cdots + \lambda_4\delta'_i) \, ;$$

epperò, esso starà nell'iperpiano che a detti punti corrisponde in (P) se, posto per brevità

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda) &= \lambda_1(\lambda_1 p_\alpha + \cdots + \lambda_4 p_\delta) + \cdots + \lambda_4(\lambda_1 s_\alpha + \cdots + \lambda_4 s_\delta) \\ \varphi'(\lambda) &= \lambda_1(\lambda_1 p_{\alpha'} + \cdots + \lambda_4 p_{\delta'}) + \cdots + \lambda_4(\lambda_1 s_{\alpha'} + \cdots + \lambda_4 s_{\delta'}) \, , \end{aligned}$$

si abbia $\lambda : \mu = \varphi'(\lambda) : -\varphi(\lambda)$; quindi si avranno le formule

$$z_i \equiv (\lambda_1\alpha_i + \cdots + \lambda_4\delta_i)\,\varphi'(\lambda) - (\lambda_1\alpha'_i + \cdots + \lambda_4\delta'_i)\,\varphi(\lambda) \qquad (i = 1, 2, \ldots 5) \, , \tag{3''}$$

che combinano appunto con le (3′).

3. Per dare alle formule (3′) una forma propria del caso in cui si tratti di sfere, si può supporre di far uso di coordinate penta-sferiche, delle quali Darboux [1] ha fatta l'introduzione nell'analisi geometrica. Allora, bisognerà supporre che si abbia

$$a_{ii} = 1 \, , \; a_{ik} = 0$$

per $i, k = 1, 2, \ldots, 5$: epperò che sia pure

$$\psi_i = x_i, \, (i = 1, \ldots, 4) \, ; \; \psi_5 = 0 \, ,$$

con che si avrà

$$\psi_{g'} = g'_1 x_1 + \cdots + g'_4 x_4 \, , \quad \psi_{g''} = g''_1 x_1 + \cdots + g''_4 x_4 \, .$$

Le formule domandate sono, dunque, le seguenti:

$$z_i \equiv (g'_1 x_1 + \cdots + g'_4 x_4)\, g''_i - (g''_1 x_1 + \cdots + g''_4 x_4)\, g'_i \tag{6}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, 5)$$

[1] *Leçons sur la théorie des surfaces* etc., tomo I; et *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques.*

Nel caso attuale, seguendo l'uso comune, chiameremo *complesso* il luogo di cui si tratta, e lo indicheremo col simbolo Θ. Per cercarne il grado basterà vedere quante sfere esso contiene le quali siano ortogonali a 3 sfere arbitrariamente prese; o, il che fa lo stesso, indicando con $u_1, u_2, \ldots, u_5$ dei parametri omogenei variabili, in quanti punti 3 qualunque delle superficie del sistema

$$(7) \qquad (g_1'x_1 + \cdots + g'_4x_4)\, u_{g''} - (g''_1x_1 + \cdots + g''_4x_4)\, u_{g'} = 0$$

descritte dal punto $(x_1, \ldots, x_4)$ si tagliano, che non siano comuni a tutte. Queste superficie sono del 3° ordine, e se, come dapprima supponiamo, non è possibile per valori delle $x_1, \ldots, x_4$ rendere $g''_i \equiv g'_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$, tutte hanno a comune soltanto i punti della quartica Q_4, intersezione delle 2 quadriche:

$$(8) \qquad k \equiv k_1x_1 + \cdots + k_4x_4 = 0\,, (k \equiv g', g'')$$

Invece, se è possibile rendere $g_i'' \equiv g'_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$ per il che occorrerà l'esistenza di valori di ϱ pei quali la caratteristica della matrice

$$(9) \qquad \left|\begin{matrix} f''_{11} - \varrho f'_{11} & \cdots & f''_{14} - \varrho f'_{14} \\ f''_{21} - \varrho f'_{21} & \cdots & f''_{24} - \varrho f'_{24} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ f''_{51} - \varrho f'_{51} & \cdots & f''_{54} - \varrho f'_{54} \end{matrix}\right|$$

sia inferiore a 4, varî casi possono presentarsi. Se ϱ_1 è un valore di ϱ pel quale detta caratteristica è h, il sistema delle equazioni

$$(10) \qquad g''_i - \varrho_1 g'_i = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, 5)$$

è $3 - h$ volte indeterminato; epperò l'equazione (7) sarà soddisfatta, indipendentemente dalle u_i $(i = 1, 2, \ldots, 5)$, dalle coordinate di un punto P_1, da quelle dei punti di una retta r_1, o da quelle dei punti di un piano π, secondochè $h = 3, 2, 1$; il caso di $h = 0$ dovendo essere escluso perchè allora tutte le f''_{ik} sono proporzionali alle corrispondenti f'_{ik} $(k = 1, \ldots, 4)$.

Se si scrivono le equazioni

$$x'_i \equiv g'_i(x)\,,\ x''_i \equiv g''_i(x) \quad (i = 1, 2, \ldots, 5),$$

in grazia della scelta fatta del gruppo G_3, queste rappresentano la dipendenza proiettiva fra i gruppi G_1, G_2; epperò la quistione precedente è quella stessa che riguarda gli elementi uniti di detta dipendenza. Se, dunque, supponiamo che G_1 e G_2 non siano sovrapposti, i valori di ϱ, come ϱ_1, contati ciascuno col suo grado di multiplicità, non possono essere in numero superiore a 3; epperò i seguenti casi possono darsi: 1° o esistono 3 valori di ϱ_1 per ciascuno dei quali è $h = 3$, e questi valori possono essere tutti, o in parte,

distinti o coincidenti; 2° o esiste un valore ϱ_1 per cui $h = 3$ ed un valore ϱ_1 (equivalente a due coincidenti) pel quale $4 = 2$; 3° o esiste un valore ϱ_1 (equivalente a 3 coincidenti) pel quale $h = 1$.

Nel caso 1° le superficie cubiche del sistema (7) hanno, oltre alla quartica Q_4, in comune 1, 2, 3 punti che diremo P_1, P_2, P_3; nel caso 2° dette superficie hanno a comune, oltre Q_4, una retta r, o una retta r ed un punto P; nel caso 3° hanno poi a comune un piano, epperò si riducono ad un sistema lineare di quadriche.

In quest' ultimo caso, esistono dei numeri $\sigma_1 = 1$, σ_2, σ_3, σ_4 tali che

$$f''_{ki} - \varrho f'_{ki} = \sigma_k(f''_{1i} - \varrho f'_{1i})$$

per $k = 1, \dots, 4$ e per ogni valore di $i = 1, \dots, 4$. Da queste relazioni si ricava, moltiplicando per $x_1, \dots, x_4$ corrispondentemente ai valori $1, \dots, 4$ di i:

$$g''_k - \varrho g'_k = \sigma_k\,(g''_1 - \varrho g'_1),$$

e quindi pure con analoga operazione

$$g''_x - \varrho g'_x = \sigma_x(g''_1 - \varrho g_1').$$

Ne segue che si avrà

$$g''_i = \varrho g'_i + \sigma_i(g''_1 - \varrho g'_1)\ ,\quad g''_x = \varrho g'_x + \sigma_x(g''_1 - \varrho g'_1)\,,$$

e quindi, in sostituzione delle formule (3'), le seguenti

$$z_i \equiv (g''_1 - \varrho g'_1)\,\{\sigma_i g''_x - \sigma_x g'_i\}$$
$$(i = 1, 2, \dots, 5),$$

ovvero, più semplicemente,

(11) $$z_i \equiv \sigma_i g'_x - \sigma_x g'_i\,.$$

Il sistema lineare delle quadriche a cui si riduce il sistema (7), è dunque dato dalla equazione

(12) $$u_\sigma g'_x - u_{g'}\,\sigma_x = 0\,,$$

il piano che così viene a separarsi da tutte le superficie del sistema (7) essendo il piano di equazione $g''_1 - \varrho g_1' \equiv g''_k - \varrho g'_k = 0$.

4. Le quadriche (12) hanno a comune la conica

$$g'_x = 0\ ,\quad \sigma_x = 0,$$

dunque 3 qualunque di esse si taglieranno ulteriormente in 2 punti variabili con le quadriche stesse, e quindi, nel caso in esame, *il complesso Θ è del 2° grado.*

Cerchiamo ora in quanti punti, fuori della quartica Q_4, si tagliano 3 superficie qualunque del sistema (7). Due qualunque di esse, quelle corrispondenti ai valori $u_i^{(1)}$, $u_i^{(2)}$ dei parametri u_i ($i = 1, 2, \dots 5$) si tagliano in una

quintica Q_5 la quale è appoggiata in 8 punti a Q_4, perchè giace nell'iperboloide $[u^{(1)}, u^{(2)}]$ generato dai fasci proiettivi

$$u^{(1)}_{g'} - \lambda u^{(1)}_{g''} = 0 , \quad u^{(2)}_{g'} - \lambda u^{(2)}_{g''} = 0 , \tag{13}$$

le cui generatrici sono sue bisecanti. Dunque, Q_5 avrà ulteriormente 7 punti in comune con un'altra superficie del sistema, ed *il complesso* Θ, *sarà perciò, nel caso generale, del grado 7°, ed ove fosse* $h = 3$ *del grado 6°, 5°, 4° secondochè corrispondentemente vi sono 1, 2, 3, dei punti* P_i.

Se $h = 2$, la quintica Q_5 si scinde nella retta r, comune (come si è visto) a tutte le superficie del sistema (7) ed in una quartica Q'_4 della quale r è una bisecante perchè conta fra le generatrici dell'iperboloide $[u^{(1)}, u^{(2)}]$. Questa r è poi pure una bisecante di Q_4 perchè, nel fascio che ha per base la Q_4, vi è l'iperboloide $g''_x - \varrho_1 g'_x = 0$, il quale passa per r; epperò Q'_4 si appoggia a Q_4 in 6 punti. Ne segue che dei 12 punti comuni a Q'_4 e ad una superficie arbitraria del sistema (7) ve ne sono $6 + 2 = 8$ fuori di Q_4 e di r, cioè fuori del sistema delle linee e dei punti base di (7). Dunque, *il complesso* Θ, *nel caso in esame, è del 3°, o del 4° grado, secondochè, insieme ad* r, *si presenta, o non, il punto* P. Il caso del complesso del 4° grado, qui considerato, è distinto da quello esaminato precedentemente; epperò, se ne conclude, che vi sono 2 specie di complessi Θ del 4° grado. Corrispondentemente ai varî casi esaminati possiamo frattanto rappresentare il complesso Θ con $\Theta_n (n = 2, 7, 6, 5)$, $\Theta_4^{(1)}$, $\Theta_4^{(2)}$, Θ_3.

5. Il complesso Θ possiede delle sfere multiple. In primo luogo è da osservarsi che la sfera centrale del gruppo G_3 è *semplice* pei complessi $\Theta_4^{(1)}$, Θ_3, Θ_2, *doppia* pel complesso $\Theta_4^{(2)}$ e *multipla secondo* $n - 3$ pei rimanenti complessi.

Infatti, alle 4 equazioni $z_1 = 0, \ldots, z_4 = 0$, è possibile soddisfare con valori delle $x_1, \ldots, x_4$ che non soddisfino alla $x_5 = 0$, facendo in modo che si abbia

$$g''_1 : g'_1 = \cdots = g''_4 : g'_4 \mp g''_5 : g'_5 ;$$

cioè determinando il valore comune σ dei primi 4 di questi rapporti, in modo che sia nullo il determinante

$$|f''_{ik} - \sigma f'_{ik}| \quad (i, k = 1, \ldots, 4)$$

formato colle prime 4 orizzontali della matrice (9) senza che siano nulli gli altri determinanti di questa matrice. Segue da ciò la verità dell'asserto.

Per cercare le altre sfere multiple di Θ, si osservi che la sfera comune alla rete (al gruppo) che contiene 2 fasci (reti) corrispondenti di G_1, G_2 ed alla rete (al fascio) corrispondenti di quelli in G_3, è doppia (tripla) per Θ_n se non è $n = 2$ $(n = 3, 2)$. Dunque, esiste una congruenza doppia C per Θ_n se $n > 2$, ed un sistema ∞^1, T, di sfere triple se $n > 3$. Per ciò che

concerne gli ordini di C e T, è più facile trovarli riferendosi al terzo modo, indicato sin dal principio, di studiare il complesso. Infatti, in Σ_1, i piani che coi loro corrispondenti in Σ_2 stanno in uno stesso spazio formano una sviluppabile di 3ª classe, generale o decomposta; dunque, detta i questa classe, o quella della parte di tale sviluppabile *utile* per la questione che trattiamo, e j la multiplicità della sfera centrale di G_3 per C, o per T (ordine di multiplicità che, nel caso generale, è lo stesso per Θ) il cono dello stelloide (P) il quale proietta T sarà dell'ordine i; epperò T *dell'ordine* $i+j$. Similmente, se i' è l'ordine del sistema di rette che uniscono le coppie di punti omologhi di 2 piani corrispondenti qualunque di Σ_1, Σ_2 che stanno in uno stesso spazio, l'*ordine* di C è $i'+j$.

6. Lo studio del complesso Θ, nei varî casi, si presenta facilitato dallo studio della varietà (che riempie tutto lo spazio) dei centri delle sue sfere, in relazione alla rappresentazione di questa sulla stessa varietà lineare di punti $(x_1, \ldots, x_4)$ sulla quale è stato rappresentato il complesso. Da formule date dal Darboux (loc. cit.) deduciamo che, indicando con ξ, η, ζ le coordinate cartesiane del centro della sfera le cui coordinate pentasferiche sono $z_1, \ldots, z_5$, rispetto ad un sistema ortogonale di sfere S_i $(i=1, \ldots, 5)$ di centri (ξ_i, η_i, ζ_i) e di raggi $R_i = \varrho_i^{-1}$, fra le ξ, η, ζ e le $z_1, \ldots, z_5$ sussistono le relazioni

$$\xi : \eta : \zeta : 1 = \Sigma\varrho_i\xi_i z_i : \Sigma\varrho_i\eta_i z_i : \Sigma\varrho_i\zeta_i z_i : \Sigma\varrho_i z_i ;$$

quindi, ponendo per brevità

$$\varrho\xi_i = \xi'_i , \varrho_i\eta_i = \eta'_i , \varrho_i\zeta_i = \zeta'_i , k_\chi = \Sigma k_i\chi_i$$
$$(i=1, \ldots, 5 ;\ k \equiv g', g'',\ \chi = \xi', \eta', \zeta', \varrho)$$

le formule (6) daranno, per quella rappresentazione, le seguenti

$$(14)\qquad \left.\begin{aligned} \xi &= g'_x g''_{\xi'} - g''_x g'_{\xi'} \\ \eta &= g'_x g''_{\eta'} - g''_x g'_{\eta'} \\ \zeta &= g'_x g''_{\zeta'} - g''_x g'_{\zeta'} \end{aligned}\right\} \div g'_x g''_\varrho - g''_x g'_\varrho ,$$

che, nel caso del complesso Θ_2 diventano queste altre

$$(15)\qquad \left.\begin{aligned} \xi &= g'_x \sigma_{\xi'} - \sigma_x g'_{\xi'} \\ \eta &= g'_x \sigma_{\eta'} - \sigma_x g'_{\eta'} \\ \zeta &= g'_x \sigma_{\zeta'} - \sigma_x g'_{\zeta'} \end{aligned}\right\} \div g'_x \sigma_\varrho - \sigma_x g'_\varrho$$

Le formule (14) sono quelle di una trasformazione $(1, n)$. Le (15) quelle di una trasformazione quadratica doppia di 1ª specie.

Per far cenno di qualcuna delle conseguenze che si deducono immediatamente da queste formule, noterò, p. es., 1° che *le congruenze simmetriche del complesso sono rappresentate dalle superficie del sistema*

$$g'_x(u_1 g''_{\xi'} + u_2 g''_{\eta'} + u_3 g''_{\zeta'} + u_4 g''_\varrho) - g''_x(u_1 g'_{\xi'} + u_2 g'_{\eta'} + u_3 g'_{\zeta'} + u_4 g'_\varrho) = 0;$$

ove $u_1, \ldots, u_4$ *sono le coordinate dei piani centrali delle congruenze*; 1° che, in particolare, *la superficie la quale rappresenta i piani del complesso* Θ_n *è la superficie*

$$g'_x g''_\rho - g''_x g'_\rho = 0 \,;$$

3° che *questi piani hanno un inviluppo della classe* n; ecc. ecc.

Queste ultime equazioni, e conclusioni, sono state riferite alle (14); analoghe se ne hanno riferendosi alle (15) che sono contenute in quelle a meno di un fattore estraneo. Per quanto riguarda il luogo dei punti-sfera del complesso, si osserverà che, quadrando le (6), sommandole, ed uguagliando a zero il risultato, si ottiene l'equazione della superficie rappresentatrice.

Fisiologia. — *Il sodio e il potassio negli eritrociti del sangue durante il digiuno, nell' avvelenamento con fosforo,* ecc. Nota del dott. Fil. Bottazzi e di I. Cappelli, presentata dal Corrispondente Fano [1].

A. *Influenza del digiuno.*

(21 decembre 1895). — I. Cane giovane, già smilzato un mese avanti, del resto in ottime condizioni, del peso di gr. 20900.

Si tolgono cm³ 50 di sangue dalla giugulare. — Eritrociti del sangue venoso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 1,8716
Soda °/₀ . . . gr. 0,2896
Potassa » . . . » 0,0263

(30 decembre 1895). — Peso dell'animale: gr. 18180. Esso è in ottime condizioni. Si tolgono 30 cm³ di sangue dall' arteria femorale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,2236
Soda °/₀ . . . gr. 0,2837
Potassa » . . . » 0,0260

(9 gennaio 1896). — Peso dell'animale: gr. 15700. Si tolgono circa 30 cm³ di sangue dall' arteria femorale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,4751
Soda °/₀ . . . gr. 0,2720
Potassa » . . . » 0,0260

[1] Questa Nota fa seguito a quella pubblicata nel fascicolo precedente di questi Rendiconti. Il metodo di ricerca e d'analisi quantitativa del sodio e del potassio negli eritrociti del sangue di animali assoggettati al digiuno più o meno protratto, alla splenectomia e all' avvelenamento con fosforo, è quello già descritto nella Nota precedente.

(14 gennaio 1896). — Peso dell'animale: gr. 14500. Si prendono altri 30 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,7634
Soda %₀ . . . gr. 0,2712
Potassa » . . . » 0,0258

(21 gennaio 1896). — II. Cane da pagliaio, fortissimo, di pelo bianco e lungo, del peso di gr. 21200. Si toglie sangue dalla giugulare. — Eritrociti del sangue venoso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,8725
Soda %₀ . . . gr. 0,2910
Potassa » . . . » 0,0284

(8 febbraio 1896). Peso del cane: gr. 14400. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,9734
Soda %₀ . . . gr. 0,2713
Potassa » . . . » 0,0256

(1 aprile 1896). — III. Grosso cane giovane, del peso di gr. 23600. È a digiuno da due giorni. Si tolgono 50 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,6519
Soda %₀ . . . gr. 0,2887
Potassa » . . . » 0,0276

(3 giugno 1896). — Peso dell'animale: gr. 12700. Il cane ha digiunato 67 giorni. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,8044
Soda %₀. . . . gr. 0,2608
Potassa » . . . » 0,0262

(1 aprile 1896). — IV. Cane giovane del peso di gr. 17300. È a digiuno da due giorni. Gli si tolgono 40 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,8195
Soda %₀. . . . gr. 0,2922
Potassa » . . . » 0,0279

(29 aprile 1869). — Peso del cane: gr. 10800. L'animale si regge appena in piedi. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,7809
Soda %₀. . . . gr. 0,2703
Potassa » . . . » 0,0260

TABELLA III.

Esperimenti	Materiale secco impiegato in gr.	Soda $^0/_0$	Potassa $^0/_0$	Osservazioni	
I	1,8716	0,2896	0,0263	Peso del cane: gr. 20900	Durata del digiuno: dal 21 decembre 1895 al 14 gennaio 1896.
	2,2236	0,2837	0,0260	» » 18180	
	2,4751	0,2720	0,0260	» » 15700	
	2,7634	0,2712	0,0258	» » 14500	
II	3,8725	0,2910	0,0284	» » 21200	Durata del digiuno: dal 21 gennaio al 14 febbraio 1896.
	2,9734	0,2713	0,0256	» » 14400	
III	2,6519	0,2887	0,0276	» » 23600	Durata del digiuno: dal 1 aprile al 3 giugno 1896.
	3,8044	0,2608	0,0262	» » 12700	
IV	2,8195	0,2922	0,0279	» » 17300	Durata del digiuno: dal 1 aprile al 29 aprile 1896.
	2,7809	0,2703	0,0260	» » 10800	

Osservazioni. — Come nell' anemia, anche *nel digiuno gli eritrociti del sangue s'impoveriscono di Na e di K.* Il fatto risultante dalle analisi, ricorda la diminuzione del contenuto in *N* degli eritrociti, che si verifica anche nel digiuno protratto (¹).

B. *Influenza della splenectomia.*

(3 gennaio 1896). — I. Cane giovane del peso di gr. 11500. Si tolgono circa 40 cm³ di sangue, e poi si estirpa la milza. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 1,1980
Soda $^0/_0$. . . . gr. 0,2862
Potassa » . . . » 0,0281

(30 gennaio 1896). — L'animale è in buone condizioni. Si tolgono 40 cm³ di sangue. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,3718
Soda $^0/_0$ . . . gr. 0,2827
Potassa » . . . » 0,0284

(27 febbraio 1896). — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,4512
Soda $^0/_0$ . . . gr. 0,2863
Potassa » . . . » 0,0282

(13 gennaio 1896). — II. Piccolo cane di Pomerania, giovane, del peso di gr. 3500. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

(¹) Loc. cit. nella Nota precedente.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,5164
Soda °/₀ . . . gr. 0,2912
Potassa » . . . » 0,0283

(30 gennaio 1896). — Si tolgono 30 cm^3 di sangue dall'arteria femorale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,2725
Soda °/₀ . . . gr. 0,2840
Potassa » . . . » 0,0287

(15 marzo 1896). — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,4590
Soda °/₀ . . . gr. 0,2895
Potassa » . . . » 0,0282

Tabella IV.

Esperimenti	Materiale secco impiegato in gr.	Soda °/₀	Potassa °/₀	*Osservazioni*
I	1,1980	0,2862	0,0281	Si estirpa la milza (3, I, 1896).
	2,3718	0 2827	0,0284	(30, I, 1896).
	2,4512	0,2863	0,0282	(27, II, 1896).
II	3,5164	0,2912	0,0283	Si estirpa la milza (13, I, 1896).
	2,2725	0,2840	0,0287	(30, I, 1896).
	2,4590	0,2895	0,0282	(15, III, 1896).

Osservazioni. — La splenectomia, dunque, non ha un'influenza notevole sul contenuto in Na e K degli eritrociti del sangue. Le oscillazioni che si possono osservare stanno nei limiti degli errori analitici.

C. *Influenza dell'avvelenamento con Fosforo.*

(19 febbraio 1896). — I. Cagna adulta, del peso di gr. 16700, molto grassa. Si tolgono 60 cm^3 di sangue dalla carotide. — Eritrociti del sangue asterioso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,5082
Soda °/₀ . . . gr. 0,2766
Potassa » . . . » 0,0268

Iniezione ipodermica di 1 cm.^{3} d'una soluzione 1 °/₀ di P in olio di mandorle dolci.

(21 febbraio 1896). — Iniezione ipodermica di 1 cm^3 della soluzione di P.

(25 febbraio 1896). — Alla mattina, si trova la cagna morta. Si prende sangue (non coagulato) dalle cavità del cuore. Non ostante una prolungata centrifugazione, il sangue ha dato solo traccie di siero. Si rinunzia alla determinazione del Na e K.

(19 febbraio 1896). — II. Cagna giovanissima, magra ma sana, del peso di gr. 14400. — Eritrociti del sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,0840
Soda %₀ . . . gr. 0,2804
Potassa » . . . » 0,0279

Iniezione di 1 cm.^{3} della soluzione di P.

(21 febbraio 1896). — Iniezione ipodermica di 1 cm^3 della soluzione di P.

(25 febbraio 1896). — Si trova la cagna morta, ma ancora calda. Si prende sangue dal cuore. Il sangue non è coagulato. Centrifugato dà siero limpidissimo e incoloro. — Eritrotici di sangue asfittico (raccolto dopo la morte dell' animale).

Materiale secco impiegato . . . . gr. 3,4027.
Soda % . . . gr. 0,2712
Potassa » . . . » 0,0271

(13 marzo 1896). — III. Canino (già smilzato) in buone condizioni, del peso di gr. 3450. È quello della II^a splenectomia. Si tolgono circa 35 cm^3 di sangue. Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,4202
Soda % . . . . . . gr. 0,2827
Potassa » . . . . . . » 0,0277

Iniezione ipodermica di 1 cm^3 di soluzione di P.

(27 marzo 1896). — Iniezione ipodermica di 2 cm^3 di soluzione di P.

(28 marzo 1896). — Iniezione di 4 cm^3 della soluzione di P.

Il canino è moribondo. Si toglie sangue, mentre si fa la respirazione artificiale. Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,2408
Soda % . . . . . . gr. 0,2618
Potassa » . . . . . . » 0,0259

(13 marzo 1896). — IV. Cane grande, giovane del peso di gr. 19500. È quello del II digiuno. Si tolgono 35 cm^3 di sangue. Eritrociti di sangue arterioso normale.

Materiale secco impiegato . . . gr. 2,5088
Soda % . . . . . . gr. 0,2806
Potassa » . . . . . . » 0,0282

Iniezione di 2 cm^3 di soluzione oleosa di P 1 %.

(27 marzo 1896). — Iniezione di 2 cm^3 della soluzione di P.

(28 marzo 1896). — Iniezione di 4 cm^3 della soluzione di P.

L' animale si trova in condizioni gravi. Si prende sangue. Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato . . . gr. 3,4662
Soda % . . . . . . gr. 0,2623
Potassa » . . . . . . » 0,0250

Peso dell' animale gr. 15630.

Tabella V.

Esperimenti	Materiale secco impiegato in gr.	Soda 0/0	Potassa 0/0	Osservazioni
II	3,0840	0,2804	0,0278	Sangue arterioso. Iniezione di 1 cm^3 di soluzione oleosa 1 % di P (19, II, 1896).
	3,4027	0,2712	0,0271	Si trova la cagna morta, dopo l'iniezione di soli 2 cm^3 di soluzione di P (25, II, 1896).
III	2,4202	0,2827	0,0277	Sangue arterioso normale. Iniezione di 1 cm^3 di soluzione di P (14, III, 1896).
	2,2408	0,2618	0,0259	L'animale muore, dopo avere ricevuto, in tutto, 7 cm^3 di soluzione di P (28, III, 1896).
IV	2,5088	0,2806	0,0282	Sangue arterioso normale. Iniezione di 2 cm^3 di soluzione di P (14, III, 1896).
	3,4662	0,2623	0,0250	L'animale muore dopo avere ricevuto, in tutto, 8 cm^3 di soluzione di P (28, III, 1896).

Osservazioni. Queste ricerche, sull'influenza dell' avvelenamento con P, sono tanto più degne di considerazione in quanto che nel mio studio sul metabolismo azotato dei corpuscoli rossi [1], tale influenza sul contenuto in N di quegli elementi, non fu oggetto d' indagine.

Ora qui troviamo che *l'avvelenamento con P determina una diminuzione del Na e del K degli eritrociti*. Forse a questa va parallelamente una diminuzione del N, che altrimenti non sapremmo spiegarci la prima. E se così può supporsi, il fatto qui osservato rientra nel principio generale, che esponemmo alla fine di questa Nota.

Inesplicabile ci rimane il fatto, che i due primi animali di questa serie morissero subito dopo avere ricevuto non più di 2 cm^3 di soluzione 1 % di P, mentre gli altri ne sopportarono quantità superiori.

D. *Un caso di leucocitemia.*

(20 gennaio 1896). — Cane barbone bianco, affetto da malattia parassitaria della pelle e da grave leucocitemia, del peso di gr. 15500. Si tolgono 50 cm^3 di sangue. Eritrociti di sangue arterioso (dopo la centrifugazione si trova uno strato enorme di leucociti sopra lo strato delle emazie).

Materiale secco impiegato . . . . gr. 2,0243
Soda % . . . . . . gr. 0,2131
Potassa " . . . . . . " 0,0879

Osservazioni. Benchè isolato, questo caso merita che noi vi fissiamo l'attenzione. Probabilmente il sangue di questo animale conteneva molti eritrociti nucleati (ci duole di non avere studiato il sangue al microscopio). Ora

[1] Loc. cit.

l' analisi ci dimostra un contenuto in K maggiore e un contenuto in Na minore. Non starebbe forse ciò in appoggio dell' ipotesi, che il K più abbonda dove si trovano più sostanze nucleari?

Altre determinazioni del contenuto in Na e K degli eritrociti:

a) in casi di fistola gastrica permanente,

b) in casi di gravi lesioni del sistema nervoso centrale, fatte per altro scopo,

c) di sangue della vena portae e delle vene sopraepatiche, non dettero risultati degni di nota e costanti, onde mi astengo dal parlarne in modo particolare.

Considerazioni generali.

Abbiamo visto che gli eritrociti del sangue dei vertebrati inferiori, vale a dire gli eritrociti nucleati appartengono tutti a un solo tipo, per quanto riguarda il loro contenuto rispettivamente in Na e in K: essi sono tutti ricchi di K e contengono una piccolissima quantità di Na. Sappiamo inoltre, per le ricerche di Bunge e dei suoi discepoli, che gli eritrociti del sangue dei mammiferi sono in alcuni di questi più ricchi di K (coniglio, maiale, cavallo), in altri più ricchi di Na (cane, gatto, pecora, bue, ecc.), senza che si possa, con la semplice osservazione microscopica, constatare alcuna differenza istologica degna di nota fra gli uni e gli altri.

Ma abbiamo aggiunto che, sebbene gli eritrociti dei mammiferi siano privi di un nucleo distinto, probabilmente contengono materiali nucleinici diffusi, in maggiore o minore quantità secondo gli animali cui appartengono. E ciò potrebbe spiegare, se fosse confermato da ricerche microchimiche accurate, la differenza sopra accennata, ammettendo che siano più ricchi di K quegli eritrociti che contengono anche più materiale nucleinico. L' ipotesi ha per fondamento il fatto, che le combinazioni potassiche prevalgono sempre negli elementi cellulari nucleati.

Abbiamo poi veduto che nell'anemia sperimentale da salasso, nel digiuno protratto, nell' avvelenamento con P, gli eritrociti del cane perdono, col progredire e l' aggravarsi degli effetti di quelle condizioni sperimentali, quantità considerevoli di K e di Na.

D' altra parte sappiamo che, in simili condizioni, gli eritrociti s' impoveriscono anche di N, ossia di materiale proteico costitutivo. Non è possibile non collegare questi due fatti insieme, allo scopo di trarne le seguenti conclusioni:

1° che gli eritrociti, in parte, per quanto si voglia piccola, partecipano al metabolismo organico generale, e, nel caso speciale, alla progressiva distruzione del materiale organizzato, che si verifica nell' anemia grave, nel digiuno, ecc.;

2° che il parallelismo fra la perdita di N e la perdita di K e di Na sta a dimostrare che questi metalli alcalini normalmente fanno parte integrante della molecola proteica, con cui abbandonano l'elemento istologico in via di distruzione o di degenerazione.

Altrove abbiamo [1] diffusamente trattato la questione assai importante delle normali combinazioni salino-proteiche e delle condizioni di loro esistenza entro le cellule viventi e nei liquidi dell'organismo; onde crediamo poterci dispensare dal ripetere quanto ivi abbiamo detto.

Solo vogliamo far notare che i risultati nostri, dianzi brevemente esposti, costituiscono una prova tanto meno dubbia del principio, — che le sostanze minerali accompagnano le proteiche nel loro metabolismo, seguendone il destino, incorporandosi nella materia vivente nei processi anabolici e andando a far parte degli anaboliti; passando fra i cataboliti, durante i processi distruttivi, — in quanto che gli elementi cellulari, sui quali noi abbiamo sperimentato, sebbene dotati di metabolismo assai ridotto, sono elementi liberi, naturalmente scevri di materie interstiziali e cementanti, e purificabili dalla massima parte del liquido sieroso che li bagna.

[1] Bottazzi. « Lo Sperimentale » (Arch. di Biol.). ann. LI, fasc. 3, 1897. Vedi anche: *Arch. ital. de Biol.*, tom. XXXI, fasc. 1, 1899. *Chim. fisiologica*, vol. I, cap. 2, *passim;* cap. 5, pag. 197, ecc.; vol. II, cap. 1-4, *passim;* 1898-99.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

R. Schiff. *Intorno alla configurazione dei sei possibili Benzal-bis-acetilacetoni isomeri ed inattivi.* Presentata dal Socio Cannizzaro, con Relazione al Presidente, a nome anche del Socio Paternò, proponendone le inserzioni nei volumi delle Memorie.

ELEZIONI DI SOCI

Colle norme stabilite dallo Statuto e dal Regolamento, si procedette alle elezioni di Soci e Corrispondenti dell'Accademia. Le elezioni dettero i risultati seguenti per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali:

Furono eletti Soci nazionali:

Nella Categoria I, per la *Matematica:* Tardy Placido, Veronese Giuseppe; per la *Meccanica:* Favero Giambattista, Colombo Giuseppe, Volterra Vito.

Nella Categoria IV, per l'*Agronomia:* Targioni-Tozzetti Adolfo.

Furono eletti Corrispondenti:

Nella Categoria I, per la *Matematica:* Ricci Gregorio; per la *Meccanica:* Maggi Gian Antonio.

Nella Categoria II, per la *Fisica:* Grassi Guido, Battelli Angelo; per la *Cristallografia e Mineralogia:* D'Achiardi Antonio.

Nella Categoria IV, per la *Botanica:* Delpino Federico; per l'*Agronomia:* Borzì Antonio; per la *Patologia:* Marchiafava Ettore.

Furono inoltre eletti Soci stranieri:

Nella Categoria I, per la *Matematica:* Mittag-Leffler G., Weingarten Giulio.

Nella Categoria II, per la *Fisica:* Mascart Eleuterio, Kohlrausch Guglielmo; per la *Chimica:* Mond Ludwig, Fischer Emilio; per la *Cristallografia e Mineralogia:* Klein Carlo, Fouqué F., Zirkel Ferdinando.

Nella Categoria III, per la *Geologia e Paleontologia:* Torell Otto, De Lapparent Alberto, Lepsius R.

Nella Categoria IV, per la *Botanica:* Pfeffer Guglielmo; per la *Zoologia e Morfologia:* Haeckel Ernesto, van Beneden Edoardo; per la *Fisiologia:* Pflüger Edoardo, Hering Ewald.

L'esito delle votazioni fu proclamato dal Presidente con Circolare del 18 luglio 1899; e le elezioni dei Soci nazionali e stranieri furono sottoposte all' approvazione di S. M. il Re.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Barcellona; la Società Reale di Londra; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica di Manchester; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; il R. Museo di storia naturale di Bruxelles; la Direzione della R. Scuola navale superiore di Genova; gli Osservatorî di Arcetri e di Poulkovo; la Scuola politecnica di Delft.

Annunciarono l' invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto di studî superiori di Firenze; l'Accademia di scienze e lettere di Christiania; il R. Istituto geologico di Stockholm; la Società geologica di Sydney; gli Osservatorî di Nizza, di Oxford e di Greenwich.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 3 luglio al 6 agosto, 1899.

Alqué J. — Las nubes en el Archipiélago Filipino. Manila, 1899. 4°.

Baggi V. — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 63. Torino, 1899. 8°.

Berlese A. — Osservazioni su fenomeni che avvengono durante la ninfosi degli insetti metabolici. Firenze, 1899. 8°.

De Angelis G. e *Millosevich F.* — Cenni intorno alle raccolte geologiche dell' ultima spedizione Bóttego. Roma, 1899. 8°.

Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmals in Göttingen. Leipzig, 1899 8°.

Hibsch J. E. — Geologische Karte des böhmischen Mittelgebirges. Blatt. II. Wien, 1899. 8°.

Independent Day-Numbers for the year 1901 as used at the Royal Observatory, Cape of Good Hope. London, 1898. 8°.

Lorenz L. — Oeuvres scientifiques T. II, 1er fasc. Copenhague, 1899. 8°.

Schedling (de). — Centenaire de l' invention de la première pile électrique. S. Pétersburg, 1899. 8°.

Volante A. — Onoranze al prof. Perroncito. Ed. pel suo giubileo professorale. — Pergamena e Premio. Torino, 1899. 4°.

Zeuner G. — Vorlesungen über Theorie der Turbinen. Leipzig, 1899. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 20 *agosto* 1899.

Fisiologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria.* Nota II preventiva dei dott. D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani [1].

Nella Nota precedente [2] abbiamo descritto come si comporta il parassita malarico della febbre a tipo quartanario nelle sue varie fasi di sviluppo endoglobulare, quando si trova a contatto immediato con una soluzione di un sale di chinina. Tra i fenomeni osservati, l' emigrazione della forma parassitaria, già in via di sviluppo, dall' eritrocito, attirò specialmente la nostra attenzione, e fu da noi ritenuta come indice dell' azione specifica della chinina nella malaria. Ci eravamo proposti di continuare questa serie di ricerche; ma per assoluta mancanza di malarici quartani negli ospedali di Roma, siamo stati obbligati a rimandarle a miglior tempo; ed abbiamo invece studiato l' influenza della chinina sui parassiti della febbre terzana primaverile.

Come per la quartana dividiamo il ciclo evolutivo endoglobulare del parassita della terzana nelle seguenti fasi principali:

1) forme giovani;
2) forme adulte occupanti i $^2/_5$ dell' eritrocito;
3) forme mature che riempiono il globulo rosso quasi completamente;
4) forme in via di sporulazione.

(1) Lavoro eseguito nell' Istituto di fisiologia della R. Università di Roma.
(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1° sem. 1899.

Sulle forme giovanissime comprese nella prima fase di sviluppo, la soluzione di chinina produce un aumento nei movimenti ameboidi normali che suole presentare il parassita. Questi movimenti però dopo qualche tempo cessano, e il parassita allora assume la forma discoide. Se l' osservazione si prolunga per un' ora circa, i movimenti si possono riattivare.

Facendo invece arrivare una goccia di soluzione di chinina in un preparato di sangue dove è stata fissata una forma parassitaria adulta, si osserva che essa fuoriesce dall'eritrocito. Il fenomeno avviene con le medesime particolarità già descritte nella precedente Nota per i parassiti di febbre quartana. Giova qui notare che molti autori che si sono occupati della malaria, hanno nei loro preparati osservato forme libere pigmentate di parassiti nuotanti nel plasma. Queste forme libere, che si trovano più raramente nel sangue degli infermi di febbre quartana, non riescono nel nuovo ambiente a svilupparsi ulteriormente; e il fenomeno della loro spontanea emigrazione si ritiene dovuto o a una causa meccanica o a una precoce necrobiosi dei globuli rossi parassitiferi. Però nessuno è riuscito a sorprendere, esaminando al microscopio il sangue dei malarici, il fenomeno già descritto, se si eccettuano Bignami e Bastianelli (1), i quali descrissero di aver visto in un preparato di sangue umano malarico una forma endoglobulare fuoruscire per metà dal globulo rosso, e Celli e Sanfelice (2), Mac-Callum (3) e Marchoux (4) che hanno osservato l'emigrazione spontanea del parassita nel sangue del barbagianni, del corvo e del piccione.

Nelle forme più sviluppate di quelle fuoruscenti (3ª fase di sviluppo), per azione della chinina si nota che si contraggono assumendo una forma sferica che le fa sembrare rimpiccolite; e in quelle ancora più grandi, oltre questo fenomeno, si osserva il versamento di alcuni granuli di pigmento nel plasma.

Nei parassiti prossimi a sporulare che presentano il pigmento ammassato nella porzione centrale, e le strie di divisione sporigene poco evidenti, sotto l' azione della chinina il pigmento si dispone in un raggio più esteso, i granuli da immobili diventano mobili e le strie si fanno più marcate, lasciando così distinguere le spore. Se queste invece sono poco visibili, nelle medesime condizioni di esperienza, si vede che esse si separano fra loro, e possono singolarmente essere trasportate dalle correnti liquide del preparato.

Anche in questa seconda serie di esperienze, per evitare lo scoloramento degli eritrociti, abbiamo alla soluzione acquosa di bisolfato di chinina aggiunto poche gocce di soluzione isotonica gr. 0,90 % di cloruro sodico. Nel sangue di un ammalato si osservò costantemente che il liquido clorurato e

(1) Riforma Medica 1890.

(2) Annali d' Igiene 1891, pag. 33.

(3) Journ. of exp. Med. III, 1898.

(4) Compt. Rendus Soc. Biol. VI, 1899, pag. 199.

chinizzato non promuoveva l'emigrazione del parassita, mentre la sola soluzione acquosa di chinina era adatta non solo a produrre il fenomeno, ma lasciava anche colorati gli altri eritrociti ad eccezione sempre di quello già parassitifero.

I risultati ottenuti in questa seconda serie di ricerche non differiscono da quelli già descritti per la febbre a tipo quartanario, e ne sono nello stesso tempo una conferma. Dobbiamo però osservare che in tutti i preparati di sangue di malarici terzani, per ottenere il fenomeno della fuoruscita del parassita dall' eritrocito, occorrevano sempre soluzioni di chinina molto più deboli di quelle adoperate nell'altra serie di esperienze. *Il parassita della terzana è quindi più sensibile all'azione della chinina di quello della quartana.* Questo risultato non differisce dall' altro a cui giunse Golgi [1] con un metodo differente dal nostro. Una delle conclusioni infatti che egli dedusse dallo studio clinico riguardante l' azione della chinina sui parassiti malarici e sugli accessi febbrili che essi determinano è formulata nei seguenti termini: « i parassiti terzani nello stadio endoglobulare sono influenzati dalla chinina più facilmente dei quartani nel medesimo periodo di accrescimento endoglobulare ».

Mano mano che si completavano le ricerche sui parassiti della terzana, altre osservazioni abbiamo avuto occasione di fare. Noi notammo che una soluzione che produceva il fenomeno della fuoruscita del parassita dal globulo rosso nei preparati di sangue di un malarico, occorreva spesso diluirla o concentrarla quando si adoperava allo stesso scopo nei preparati di sangue di un altro terzanario. Da ciò era facile arguire che la resistenza del parassita alla chinina nella febbre terzana varia da malato a malato, e che tra l' agente patogeno e l'agente tossico esistono rapporti le cui leggi bisognava studiare. A tal uopo abbiamo preparato una serie di soluzioni di bisolfato di chinina (Merck) di concentrazione crescente da 1 : 12.000 a 1 : 3000 varianti l'una dall' altra nella quantità del solvente di 250 centimetri cubici. Queste soluzioni venivano una alla volta adoperate col nostro solito metodo sui preparati di sangue di uno stesso ammalato di terzana primaverile semplice.

Dalle numerose e metodiche esperienze i cui protocolli per brevità per ora non riportiamo, risultò infatti che solo una sezione della serie delle soluzioni chininiche preparate permette la fuoruscita del parassita. In questa sezione che varia da malato a malato, noi distinguiamo un *limite minimo* e un *limite massimo* che corrispondono rispettivamente il primo alla soluzione più debole e il secondo a quella di titolo più forte. Adoperando le soluzioni comprese tra il limite massimo e il limite minimo il fenomeno su ricordato si manifesta ugualmente con tutte le medesime particolarità da noi già descritte. Solo si osserva che il parassita emigra dal globulo rosso in minor

[1] Rend. del R. Ist. Lombardo, serie II, vol. XXV.

tempo con le soluzioni che più si avvicinano al limite massimo. Se invece trattiamo il parassita con soluzioni immediatamente più deboli di quella che corrisponde al limite minimo, come abbiamo detto esso non fuoriesce dal globulo rosso, presenta però delle modificazioni di forma che indicano con evidenza che anche in queste condizioni la chinina esercita una forte azione. Si nota infatti che, appena sotto il preparato s' iniziano le correnti liquide, il parassita si contrae per pochi minuti, passati i quali, si riespande ed assume la forma ovale. Dopo il parassita conserva sempre la forma ovale e non emette mai più pseudopodi. I granuli di pigmento si muovono rapidamente, ma questo movimento non arriva mai a farsi così vivace, come quando avviene la fuoruscita del parassita. Con le soluzioni ancora più diluite (1 : 30,000 circa), la fase di contrazione manca, si nota invece nella forma parassitaria una maggiore emissione di pseudopodi, e indi un accrescimento del suo volume. Se poi finalmente si adoperano soluzioni centomillesimali o la pura acqua distillata, il parassita si rigonfia, e a misura che si rende più evidente questo fenomeno, diventa immobile e molto splendente. I granuli di pigmento che all' inizio dell' esperienza si muovevano poco vivacemente, dopo qualche tempo perdono questa loro proprietà. — Viceversa il parassita si contrae istantaneamente e con grande energia assumendo, senza mai più cambiarla, la forma rotonda, quando si fanno arrivare sotto il preparato microscopico soluzioni più concentrate di quella che segna il limite massimo. Anche qui i granuli di pigmento perdono presto la loro proprietà di locomuoversi.

L' azione quindi che la chinina esercita sul parassita endoglobulare della terzana primaverile si può così brevemente riassumere:

1) *in soluzioni diluitissime lo eccita;*

2) *in soluzioni meno diluite l' eccitamento, il quale raggiunge la sua massima fase quando provoca la fuoruscita del parassita dal globulo rosso, è preceduto da una breve contrazione di esso;*

3) *in soluzioni forti o concentrate lo paralizza.*

La medesima influenza ha la chinina sui parameci e sulle amebe. Binz (1) che per il primo sin dal 1867 descrisse questa azione, notò infatti che in soluzioni deboli di chinina gl' infusorii manifestano un rinforzamento nei loro movimenti protoplasmatici, mentre con soluzioni forti si paralizzano più o meno rapidamente. La chinina quindi appartiene a quella classe di veleni paralizzanti i quali fortemente diluiti agiscono invece come eccitanti. Oltre i cambiamenti di forma, la chinina produce sul parassita endoglobulare anche alterazioni nella sua struttura. Recentemente Manneberg (2), Ziemann (3) ed altri, servendosi di speciali metodi di colorazione, dimostrarono che i parassiti di ammalati ai quali è stata da parecchie ore somministrata la chinina,

(1) Centralbl. f. die Med. Wissensch. 1867.

(2) *Die Malaria-Krankheiten.* Wien, 1899.

(3) *Ueber Malaria u. andere Blut-parasiten.* Jena, 1898.

si presentano disgregati. Noi, sotto l' osservazione microscopica anche prolungata, non siamo mai riusciti nei preparati a fresco di vedere un frazionamento del parassita endoglobulare. Solo eccezionalmente qualche volta abbiamo assistito alla fuoruscita di una sola parte di esso dal globulo rosso. Ci proponiamo però di determinare, adoperando i medesimi metodi di colorazione degli autori già citati, le alterazioni strutturali che subiscono i parassiti tenuti a contatto con le soluzioni di chinina di vario titolo, nella speranza di potere stabilire a quale di queste alterazioni corrisponde la dose di alcaloide, che noi, come vedremo, abbiamo trovata adatta a produrre la guarigione nella terzana.

Tornando ora a volgere la nostra attenzione a quella parte della serie delle soluzioni chininiche che fanno fuoruscire il parassita dal globulo rosso, aggiungeremo che negli ammalati da noi studiati, il limite massimo oscillò tra il titolo 1:3000 e 1:8000, e il limite minimo tra il titolo 1:4500 e 1:12000. Tra i due limiti nei singoli ammalati la distanza era ora molto breve, ora invece molto estesa. La ragione di questo fatto è sfuggita alle nostre ricerche, esso però non ha alcun rapporto nè con i dati anamnestici, nè con lo stato obiettivo dell' ammalato. Notammo invece costantemente che a misura che dall' inverno si progrediva verso l' estate, il titolo della soluzione che segnava il limite massimo andava sempre più rinforzandosi, e che invece negli ammalati la cui infezione era di data recente, la fuoruscita del parassita avveniva con soluzioni molto diluite. Non siamo quindi alieni dall' ammettere che col recidivare dell' infezione la resistenza del parassita all' azione della chinina aumenta. Qual grado essa raggiunga, e se si trovino parassiti per i quali il medicamento specifico riesce completamente inattivo, noi finora non sappiamo dire. Ci affrettiamo però a riferire che le forme a semiluna, che si rinvengono nel sangue di ammalati di febbre estiva, a contatto con le soluzioni di chinina, mostrano di non risentire alcuna azione.

Incoraggiati dai risultati ottenuti, ce ne siamo serviti per ricercare la dose razionale di chinina adatta a produrre la guarigione della febbre terzana primaverile. È noto che la terapia chininica è basata finora sulle regole empiriche formulate dalla clinica. Sulla dose, sul modo di somministrazione, in quale periodo del ciclo febbrile debba prescriversi la chinina agli ammalati, regnano ancora le più disparate opinioni. Tutti però ammettono che le dosi minori per guarire un' infezione malarica occorrono nei casi di terzana primaverile. Questo precetto clinico va d' accordo con le nostre ricerche le quali hanno dimostrato che il parassita della terzana è molto sensibile all' azione della chinina.

Per calcolare a quale dose di chinina circolante nel sangue corrisponde una soluzione di essa la quale provoca nel sangue di un ammalato di febbre terzana un dato cambiamento di forma del parassita, noi abbiamo tenuto conto del grado di diluizione che subisce il sangue quando

nel preparato s' iniziano le correnti liquide, giudicando che in questo caso la massa liquida viene approssimativamente raddoppiata. Dimodochè, se p. es. in un ammalato il limite massimo è segnato dalla soluzione 1:4500, ne verrà che messo in rapporto colla quantità di sangue in un uomo adulto di circa 5000 cc., la dose corrispondente al titolo suddetto sarà uguale a $1:2 \times 4500::x:5000 =$ gr. 0,55. Per mezzo di questo calcolo, possiamo così ai titoli delle soluzioni che segnano i limiti nella terzana sostituire la quantità della dose, e dire che quello massimo oscilla tra gr. 0,31 e gr. 0,83, e quello minimo tra gr. 0,21 e gr. 0,55.

Ma in ciascun ammalato la dose che porta la guarigione è compresa nei limiti o si trova al di fuori di essi? Ai malarici che si prestarono a questa ultima serie di ricerche, noi abbiamo somministrato la chinina [bisolfato di chinina Merck] per bocca, dopo l' accesso febbrile, in unica o in più dosi a brevi intervalli, e abbiamo calcolato come se tutta la chinina ingerita entrasse in circolo e agisse contemporaneamente, senza tener conto cioè delle leggi sull' assorbimento e sull' eliminazione di essa studiate da molti sperimentatori. Anche su questo argomento noi porteremo il nostro contributo, utilizzando un nuovo metodo di dosaggio quantitativo molto esatto, il quale ci metterà in grado di determinare in quale quantità una dose di chinina circola nel sangue nelle ore successive alla sua somministrazione. Per ora dalle nostre esperienze risulta: che le dosi di chinina le quali sul parassita di un ammalato di terzana riescono eccitanti, non solo non impediscono l' accesso febbrile, ma spesso lo rendono di più lunga durata e la temperatura si eleva più che non in quelli precedenti. Dosi invece che corrispondono alle soluzioni un poco più deboli di quella che segna il limite minimo, fanno ritardare l' accesso febbrile che si presenta più leggiero e di più corta durata. Con le dosi invece che *in vitro* producono la fuoruscita del parassita dal globulo rosso o la sua contrazione permanente, l' accesso febbrile non avviene. Ma poichè la resistenza del parassita, come mostrano le nostre esperienze, varia da malato a malato; noi non possiamo fissare la quantità di alcaloide che occorre per ottenere la scomparsa dei parassiti, nè d' altra parte possiamo pretendere che debbasi per la cura di ciascun ammalato seguire il metodo da noi indicato. Ciò non ostante in base alle nostre ricerche, possiamo conchiudere che le dosi di chinina adoperate comunemente debbano ritenersi esagerate, e che la dose razionale adatta a guarire un' infezione di terzana primaverile è compresa tra mezzo grammo a un grammo di bisolfato di chinina. Se poi scomparsi gli accessi febbrili, sia utile ripetere la somministrazione della chinina nei giorni successivi, noi non sappiamo per ora stabilire.

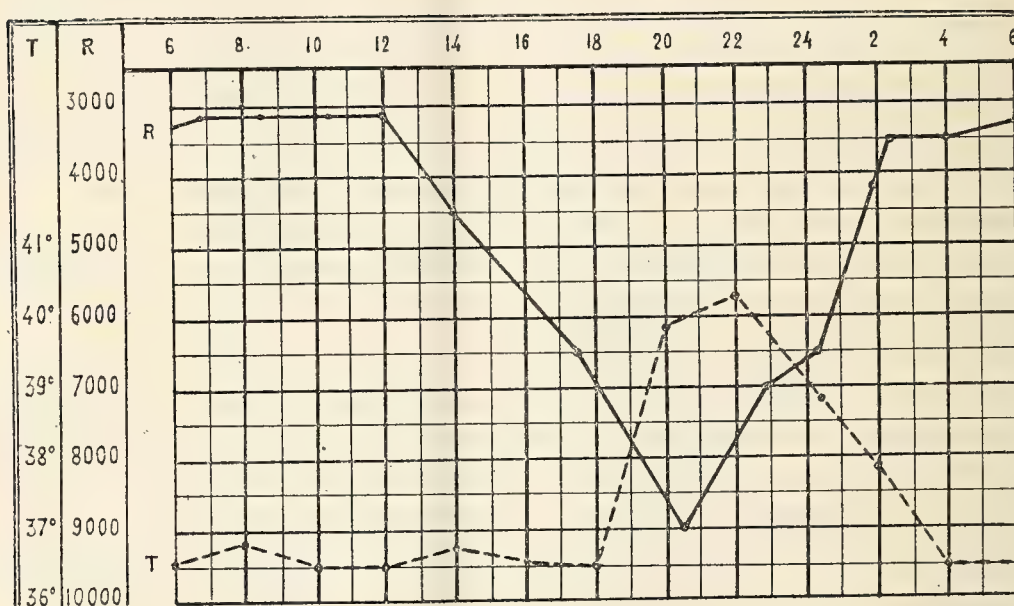
Tutte le nostre ricerche, i cui risultati abbiamo già brevemente descritti, sono state compiute su ammalati di febbre terzana primaverile semplice nel giorno di apiressia, quando cioè circolano nel sangue le forme parassitarie

endoglobulari suscettibili di fuoruscire dall' eritrocito per l' azione della chinina. L' ultimo ammalato che si prestò alle nostre esperienze era invece affetto di febbre terzana primaverile doppia. In esso le due esistenti generazioni di parassiti che si maturavano con l' intervallo di 24 ore l' una dall' altra, ci permettevano di ritrovare le forme fuoruscenti in tutti i giorni e in tutte le ore. Volendo anche in questo ammalato determinare la dose di chinina utile per troncare l' infezione, la nostra attenzione fu attirata dal fatto che poche ore prima dell' accesso febbrile quotidiano, il limite massimo corrispondente alla soluzione di titolo più forte che produceva la fuoruscita del parassita dal globulo rosso, si abbassava notevolmente, mentre nelle prime ore di apiressia dopo l' accesso febbrile si rialzava. Il fenomeno era troppo importante perchè noi ci contentassimo della semplice costatazione di esso. L' abbassamento del limite massimo evidentemente indicava che il sangue durante l' accesso febbrile aveva acquistato proprietà antiparassitarie. Prima nostra cura fu in conseguenza quella di determinare come si modificava durante il decorso delle 24 ore la resistenza del parassita all' azione della chinina, e di notare contemporaneamente l' andamento della temperatura. I risultati di queste ricerche sono riportati nel seguente specchietto, e per rendere sensibile all' occhio dell' osservatore il fatto da noi trovato, abbiamo creduto utile di aggiungere una rappresentazione diagrammatica delle colonne R e T della tabella, scrivendo nell' asse delle ascisse le ore successive del giorno a cominciare dalle sei di mattina, e nell' asse delle ordinate in forma di curve la resistenza del parassita (limite massimo) all' azione della chinina e la temperatura ascellare dell' ammalato.

L' esame della curva della temperatura mostra che nel nostro ammalato l' accesso febbrile s' iniziava dopo le ore 18, raggiungeva un massimo alle 22 e finiva alle ore 4 del mattino. Paragonando questa curva con l' altra che segna la resistenza delle forme endoglobulari all' azione della chinina, si osserva che la resistenza massima coincide con il primo periodo di apiressia. Nel secondo periodo di apiressia (sei ore prima dell' accesso febbrile) la resistenza comincia a decrescere notevolmente, e raggiunge un minimo quando la temperatura è quasi arrivata al suo acme. Dopo la resistenza comincia ad aumentare, mentre l' accesso febbrile si estingue. Ci limitiamo per ora alla descrizione esatta del fenomeno trovato, riservandoci, dopo averne ottenuta la conferma, di svolgerlo più ampiamente.

Notiamo intanto che l' abbassarsi della resistenza non coincide con l' accesso febbrile, ma con il periodo che immediatamente precede la sporulazione parassitaria. Cosicchè il fenomeno da noi descritto si potrebbe considerare come una prima prova sperimentale della teoria sostenuta principalmente da Baccelli [1], il quale spiega l' insorgere della febbre come un effetto delle sostanze pirogene che si versano nel plasma quando il parassita si segmenta.

[1] Rif. Medica 1892 e Deut. med. Woch. 1892.

Ore	(R) Resistenza del parassita all'azione della chinina. Soluzione di bisolfato di chinina 1:	(T) Temperatura	Ore	(R) Resistenza del parassita all'azione della chinina. Soluzione di bisolfato di chinina 1:	(T) Temperatura
6	—	36°.5	18	—	36°.5
7	3165	—	20	—	39.8
8	—	36.8	20.30′	9000	—
8.30′	3165	—	22	—	40.2
10	—	36.5	23	7500	—
10.30′	3165	—	0.15′	6500	38.8
12	3165	36.5	2	4200	37.8
14	4500	36.7	2.30′	3500	—
16	—	36.5	4	3500	36.5
17.30′	6500	—			

Ma poichè noi abbiamo dedotto le nuove proprietà antiparassitarie del plasma dalla minore resistenza che oppongono le forme endoglobulari all'azione della chinina, ci resta ad indagare se effetti simili subiscono le forme in segmentazione e quelle giovanissime che costituiscono la nuova generazione. I risultati di queste ricerche ci diranno se è più indicato somministrare la chinina prima dell'accesso febbrile come molti ritengono, e se in questo periodo ne occorre una minor dose che negli altri. Allora saremmo obbligati ad ammettere che il plasma durante il periodo della sporulazione acquista proprietà curative le quali da una parte spiegherebbero le numerose guarigioni spontanee delle febbri palustri, e dall'altra aumenterebbero i caratteri comuni che la malaria ha con le malattie infettive di natura batterica.

P. B.

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 3 settembre 1899.

Matematica. — *Considerazioni sulle funzioni ordinate.* Nota del Corrisp. CARLO SOMIGLIANA.

I.

1. Si abbiano due gruppi di n numeri reali, finiti qualsiansi disposti in un certo ordine

$$M_1 , M_2 , \dots M_n$$
$$m_1 , m_2 , \dots m_n$$

e ammettiamo che ogni numero m non superi il corrispondente M, quello cioè di indice uguale; si abbia quindi

$$m_i \leq M_i \qquad i = 1 , 2 , \dots n \tag{1}$$

Disponendo in ordine crescente di grandezza tanto i numeri M che i numeri m, si ottengano i due nuovi gruppi

$$M'_1 , M'_2 , \dots M'_n$$
$$m'_1 , m'_2 , \dots m'_n$$

nei quali $M'_i \leq M'_{i+1}$, $m'_i \leq m'_{i+1}$. Le condizioni (1) sono ancora soddisfatte per le coppie di numeri corrispondenti, cioè si ha

$$m'_i \leq M'_i . \tag{1'}$$

Difatti nessuna m può superare M'_n; in particolare quindi sarà

$$m'_n \leq M'_n .$$

Analogamente M'_{n-1} non è inferiore ad $n-1$ delle m e la sola delle m che può superare M'_{n-1} è m'_n; dunque avremo

$$m'_{n-1} \leq M'_{n-1}$$

ed il ragionamento può essere continuato per tutte le coppie rimanenti.

Dunque tutte le differenze $M'_i - m'_i$ sono positive o nulle, come le differenze $M_i - m_i$. Sia ε il massimo valore che queste ultime possono raggiungere; dico che nessuna delle differenze $M'_i - m'_i$ può superare ε.

Immaginiamo di ordinare i numeri M conservando come corrispondente di ciascuno di essi il numero m che gli corrisponde nei gruppi primitivi. Otterremo i due gruppi

$$M'_1, M'_2, \dots M'_n$$
$$m''_1, m''_2, \dots m''_n$$

nei quali per ipotesi sarà

$$M'_i - m''_i \leq \varepsilon .$$

Ora per ordinare i numeri m''_i basterà effettuare un certo numero di scambi a due a due, in modo che ciascuno di essi venga portato successivamente ad occupare il posto che effettivamente gli compete. Siano m''_h, m''_s due degli m'' che debbono essere scambiati fra loro; supponiamo $h < s$, e che m''_s ottenga, con questo scambio, il posto definitivo, cioè sia uguale ad m'_h, il che è sempre lecito supporre.

Avremo

$$M'_h \leq M'_s \qquad m''_h > m''_s$$

e quindi

$$M'_h - m''_h < M'_s - m''_s .$$

Perciò, posto $M'_s - m''_s = d$, potremo dire che nessuna delle due differenze $M_h - m''_h$, $M_s - m''_s$ può superare d, e sarà inoltre $d \leq \varepsilon$.

Avremo inoltre, poichè $m''_s = m'_h$,

$$M'_h - m''_s > 0 , \quad M'_s - m''_h \geq 0$$

e anche

$$M'_h - m''_s \leq M'_s - m''_s = d$$
$$M'_s - m''_h < M'_s - m''_s = d .$$

Dunque le due nuove differenze che si ottengono dopo lo scambio sono entrambe minori di d, se $M_h < M_s$, e si manterranno uguali alle primitive, quando sia $M'_h = M'_s$. Perciò avremo sempre

$$M'_i - m'_i \leq \varepsilon .$$

Supponiamo ora che i valori delle M, m variino, e cresca anche, se vuolsi, indefinitamente il loro numero n; però restino sempre verificate le condizioni (1) e quindi anche le (1'). Se allora le differenze $M_i - m_i$ tendono a zero uniformemente, cioè da un certo punto in poi si ha, per qualunque valore dell'indice i,

$$M_i - m_i < \eta$$

ove η è una quantità positiva arbitrariamente fissata e prossima a zero quanto si vuole, da quanto abbiamo dimostrato segue che le differenze $M'_i - m'_i$ formate coi termini corrispondenti dei gruppi ordinati, godono di una proprietà analoga, cioè si mantengono sempre positive, o nulle, e tendono esse pure uniformemente a zero, soddisfacendo anche alle condizioni

$$M'_i - m'_i < \eta.$$

2. Queste proprietà, affatto elementari, trovano qualche applicazione nello studio di una quistione, trattata in una Nota precedente [1], che riguarda la definizione e costruzione di funzioni rappresentanti i valori ordinati di una funzione reale di una variabile. Esse permettono di considerare le cose sotto un altro punto di vista.

In un intervallo (a, b) si abbia una funzione $f(x)$ che supporremo finita e continua. Sia data inoltre una legge di divisione dell'intervallo (a, b) in intervalli parziali $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ tale che al crescere di n questi intervalli tendano uniformemente a zero. Fissata una divisione speciale indichiamo con $M_1, M_2, \ldots M_n$ i valori massimi che $f(x)$ assume rispettivamente in $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$, e con $m_1, m_2, \ldots m_n$ i minimi.

Indichiamo poi con $\Psi_n(x)$ una funzione la quale negli intervalli $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ assuma rispettivamente i valori del gruppo ordinato dei massimi, cioè M'_1, $M'_2, \ldots M'_n$ e che nei punti di separazione di due intervalli successivi δ_i, δ_{i+1} assuma il valor medio $\frac{1}{2}(M'_i + M'_{i+1})$. La funzione $\Psi_n(x)$ sarà così definita per qualunque valore di x, compreso fra a e b.

Similmente indichiamo con $\psi_n(x)$ una funzione costruita in modo analogo col gruppo ordinato dei minimi $m'_1, m'_2, \ldots m'_n$.

Essendo n finito potremo sempre avere anche una rappresentazione geometrica semplicissima di queste due funzioni, mediante n segmenti di retta paralleli all'asse delle ascisse ed $n-1$ punti sulle ordinate dei punti di separazione di due intervalli consecutivi.

Ora noi abbiamo visto che, essendo $M_i - m_i \geq 0$, deve essere anche $M'_i - m'_i \geq 0$ per qualunque valore dell'indice i, e quindi anche

$$\tfrac{1}{2}(m'_i + m'_{i-1}) \leq \tfrac{1}{2}(M'_i + M'_{i+1}).$$

[1] *Sulle funzioni reali di una variabile,* vol. VIII, 1° sem., pag. 4-12. Nell'esempio segnato (β) in questa Nota, per l'esattezza delle formole, deve porsi $a=0$, quantunque ciò non sia essenziale per la quistione.

Dunque per qualunque valore di x compreso nell' intervallo (a, b) avremo

$$\psi_n(x) \leq \Psi_n(x).$$

Inoltre per una proprietà nota delle funzioni continue, le differenze $M_i - m_i$ al crescere di n tendono uniformemente a zero. Lo stesso quindi avverrà delle differenze $M'_i - m'_i$ e potremo perciò concludere che, dato un numero η piccolo ad arbitrio e positivo, sarà sempre possibile trovare per n un valore abbastanza grande perchè si abbia, per qualunque x,

$$\Psi_n(x) - \psi_n(x) < \eta$$

e questa relazione si conservi al crescere di n.

Perciò possiamo scrivere anche

$$\lim_{n=\infty} [\Psi_n(x) - \psi_n(x)] = 0 .$$

Di qui segue che, se le successive funzioni $\Psi_n(x)$, al crescere di n, tendono ad una funzione limite determinata, cioè esiste una funzione $\psi(x)$ tale che la differenza $\Psi_n(x) - \psi(x)$, qualunque sia x, si possa ridurre piccola ad arbitrio, alla stessa funzione $\psi(x)$ tendono anche le funzioni $\psi_n(x)$.

Così pure se invece di considerare i valori massimi o minimi, consideriamo n valori di $f(x)$ scelti in modo qualsiasi negli intervalli $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ e, ordinando questi valori, costruiamo poi la funzione analoga alla $\Psi_n(x)$, o $\psi_n(x)$, anche questa nuova funzione, nella ipotesi fatta, tenderà alla stessa funzione $\psi(x)$. Questa funzione dunque, se esiste, *è indipendente dalla scelta dei valori di* $f(x)$, *negli intervalli* $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$.

3. Supponiamo che la legge di divisione dell' intervallo dato, sia tale per cui si passi da una divisione alla successiva suddividendo ciascuno degli intervalli della prima in uno stesso numero di parti, senza per altro fissare che questo numero debba essere lo stesso per tutti i passaggi da una divisione all' altra. In tal caso la funzione limite $\psi(x)$ esiste sempre.

Consideriamo una divisione speciale $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ e supponiamo, per fissare le idee, che nella divisione successiva ogni intervallo δ_i venga spezzato in *tre* parti. Se $\delta'_i, \delta''_i, \delta'''_i$ sono queste parti, sarà

$$\delta'_i + \delta''_i + \delta'''_i = \delta_i .$$

Dei tre massimi corrispondenti di $f(x)$, uno almeno sarà uguale ad M_i, gli altri due non potranno superare M_i. Così dei tre minimi, uno sarà uguale ad m_i e gli altri non potranno essere minori. Potremo quindi indicare con M_i, N_i, P_i i tre massimi e supporre

$$M_i \geq N_i \geq P_i . \tag{2}$$

Ordinando i numeri M, N, P in senso crescente, otterremo tre gruppi ordinati

$$M'_1 , M'_2 , \dots M'_n$$
$$N'_1 , N'_2 , \dots N'_n$$
$$P'_1 , P'_2 , \dots P'_n$$

che complessivamente rappresentano tutti i massimi di $f(x)$ corrispondenti alla suddivisione in $3n$ intervalli. Ora, per la proprietà dimostrata in principio al n. 1, dalla (1') segue

$$M'_i \geq N'_i \geq P'_i$$

e quindi fra i $3n$ massimi ve ne sono almeno $3i$ i quali non superano M'_i. Perciò allorquando questi massimi vengono distribuiti ordinatamente nei $3n$ intervalli per costruire $\Psi_{3n}(x)$, i valori che competeranno agli intervalli $\delta'_i , \delta''_i , \delta'''_i$, i quali occupano rispettivamente i posti d'ordine $3i - 2$, $3i - 1$, $3i$, non possono superare M'_i.

Da ciò segue che per qualsiasi valore di x, anche coincidente con uno qualunque dei punti di divisione dell'intervallo, si ha sempre

$$\Psi_{3n}(x) \leq \Psi_n(x) .$$

È chiaro che il ragionamento precedente è generale e sussiste ancora quando invece di suddividere tutti gli intervalli δ_i in tre parti, vengono suddivisi in un numero r qualsiasi di parti. Si avrà in questo caso per qualunque valore di x

$$\Psi_{rn}(x) \leq \Psi_n(x) .$$

In modo analogo si potrebbe dimostrare che per le funzioni $\psi_{rn}(x)$, $\psi_n(x)$ si ha invece

$$\psi_{rn}(x) \geq \psi_n(x)$$

qualunque sia x.

Da ciò segue che se, fissato un valore speciale di x nell'intervallo dato, consideriamo le due successioni di valori $\psi^{(1)} , \psi^{(2)} , \psi^{(3)} , \dots$ e $\Psi^{(1)} , \Psi^{(2)} , \Psi^{(3)} , \dots$ che ad esso competono per la legge fissata di divisione dell'intervallo, queste due successioni soddisferanno alle condizioni

$$\psi^{(1)} \leq \psi^{(2)} \leq \psi^{(3)} \leq \dots$$
$$\Psi^{(1)} \geq \Psi^{(2)} \geq \Psi^{(3)} \leq \dots$$

mentre le differenze

$$\Psi^{(1)} - \psi^{(1)} , \quad \Psi^{(2)} - \psi^{(2)} , \quad \Psi^{(3)} - \psi^{(3)} , \dots$$

non sono mai negative ed impiccoliscono indefinitamente. Per un noto assioma potremo quindi concludere che esiste *uno* ed *un solo* valore a cui tendono entrambe le successioni considerate. Questo valore sarà quello della funzione $\psi(x)$ nel punto x.

L'esistenza di una funzione limite $\psi(x)$ per qualsiasi procedimento di divisione dell'intervallo, che soddisfaccia alle condizioni stabilite, resta così dimostrata, *ammettendo per la funzione $f(x)$ la sola condizione che sia finita e continua.*

Non possiamo però concludere da quanto precede che questa funzione limite debba essere sempre la stessa quando varia, anche nel cerchio delle condizioni stabilite, la legge di divisione dell'intervallo. Anzi non sarebbe difficile mostrare con qualche esempio che la funzione $\psi(x)$ varia effettivamente colla legge di divisione. Perciò mediante il procedimento studiato non è possibile definire *una* funzione ordinata di un'altra $f(x)$ a meno di aggiungere qualche condizione relativa alla legge di divisione. Questa conclusione giustifica la definizione che ho stabilita nella Nota già citata per la funzione ordinata $Of(x)$, partendo da quel procedimento di passaggio al limite che ho indicato con

$$\lim_{n=\infty} \varphi_n(x)$$

Tale procedimento, quando la legge di divisione dell' intervallo è tale per cui tutti gli intervalli parziali risultano uguali fra loro, non differisce da quello che serve a definire $\psi(x)$; e allora, se esiste la $Of(x)$, la $\psi(x)$ corrispondente coincide con essa (1).

(1) Un esempio semplice, che prova la dipendenza di $\psi(x)$ dalla legge di divisione, è il seguente.

Nell'intervallo (0,2) sia $f(x)$ rappresentata dai due segmenti di retta che uniscono gli estremi dell'intervallo col punto alla distanza 1 sulla perpendicolare innalzata dal punto $x=1$; ossia si abbia

$$\text{nell'intervallo } (0,1) \quad f(x) = x$$
$$\text{» } \quad (1,2) \quad f(x) = 2 - x$$

Avremo

$$Of(x) = \frac{x}{2}$$

Dividasi ora l'intervallo (0,2) in quattro intervalli mediante i punti $x = \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$. Il gruppo ordinato dei valori m' corrispondenti a questi intervalli è:

$$0\,,\ 0\,,\ \frac{3}{4}\,,\ \frac{3}{4}$$

Quindi nel tratto da $x=1$ ad $x=\frac{3}{2}$ (escluso l'estremo inferiore) si ha

$$\psi_4(x) = \frac{3}{4}$$

mentre nello stesso tratto $Of(x)$ raggiunge il valore $\frac{3}{4}$ soltanto all'estremo superiore. Esclusi questi estremi, avremo quindi

$$\psi_4(x) > Of(x)$$

Ora, qualunque siano le ulteriori suddivisioni, i valori di $\psi(x)$, pel tratto considerato, non possono essere inferiori a quelli di $\psi_4(x)$. È quindi impossibile che in esso $\psi(x)$ coincida con $Of(x)$.

II.

Nella stessa Nota viene definita una certa funzione $\Gamma(x)$ mediante le relazioni

$$\Gamma(a+l_A)=\Gamma(b-L_A)=f(x_A)$$

ove l_A ed L_A rappresentano la somma di tutti gli intervalli nei quali $f(x)$, supposta continua, è minore, o maggiore, rispettivamente del valore A che essa assume nei punti x_A.

Circa la possibilità della determinazione di queste due grandezze l_A ed L_A, quando il gruppo dei punti x_A è infinito, conviene aggiungere qualche considerazione, poichè, come mi ha fatto osservare il prof. Volterra, (il quale si è già occupato di una quistione analoga a proposito del metodo di Neumann per la risoluzione del problema di Dirichlet, V. *Rend. del Circolo matematico di Palermo*) le espressioni usate al § 2 di quella Nota non sono sufficientemente chiare e precise, quando si conservi alla parola „*gruppo*„ il significato generale, comunemente usato, nè si pongano altre limitazioni per la funzione $f(x)$.

La quistione, come facilmente si vede, si riduce a questo: dato un gruppo infinito di punti contenuti in un segmento finito, quando è che possiamo estendere a tale gruppo la proprietà, di cui gode un gruppo finito, di *dividere* il segmento dato in segmenti, la cui somma è uguale al segmento stesso?

Ora mostrerò che ogni qual volta il gruppo è di 1° genere, cioè ha un numero finito n di gruppi derivati, e contiene i punti di questi gruppi [1], il concetto della divisibilità del segmento mediante il gruppo può essere applicato.

Indicando con $G^{(1)}, G^{(2)}, \ldots G^{(n)}$ i successivi gruppi derivati del gruppo dato G, mediante i punti del gruppo $G^{(n)}$, potremo dividere il segmento dato δ in un numero finito m di segmenti $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_m$.

I punti del gruppo $G^{(n-1)}$ cadranno allora in generale in numero infinito entro ciascuno dei segmenti δ_i, ma i punti limiti del gruppo stesso non potranno trovarsi che agli estremi dei segmenti δ_i. Perciò indicando con δ_{i,i_1} il segmento compreso fra due punti qualsiansi consecutivi di $G^{(n-1)}$ compresi nell'interno di δ_i e con δ_{i,i_1-1} δ_{i,i_1+1} i due segmenti determinati dai due punti successivi a sinistra ed a destra, potremo rappresentare δ_i con una somma semplicemente infinita

$$\delta_i=\sum_{i_1=-\infty}^{i_1=+\infty}\delta_{i,i_1}$$

[1] Per questo basta che contenga il primo gruppo derivato, come avviene sempre nel nostro caso poichè si suppone $f(x)$ continua. — V. Borel, *Leçons sur la théorie des fonctions*. Paris 1898, pag. 38.

che potrà anche estendersi all' infinito da una sola parte, od anche essere finita. Avremo così

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \sum_{i_1=-\infty}^{i_1=+\infty} \delta_{i,i_1} .$$

Analogamente i punti limiti del gruppo $G^{(n-2)}$ non possono trovarsi che nei punti estremi dei segmenti δ_{i,i_1} ; dunque, mediante i punti di questo gruppo uno qualsiasi di questi segmenti potrà rappresentarsi con una serie semplicemente infinita di segmenti

$$\delta_{i,i_1} = \sum_{i_2=-\infty}^{i_2=+\infty} \delta_{i,i_1,i_2} ,$$

e si avrà così

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \sum_{i_1=-\infty}^{i_1=+\infty} \sum_{i_2=-\infty}^{i_2=+\infty} \delta_{i,i_1,i_2} .$$

In tal modo possiamo continuare fino alla introduzione dei segmenti determinati dai punti dei gruppi $G^{(1)}$ e G, dopo di che si avrà

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \sum_{i_1=-\infty}^{i_1=+\infty} \sum_{i_2=-\infty}^{i_2=+\infty} \cdots \sum_{i_n=-\infty}^{i_n=+\infty} \delta_{i,i_1,i_2,\ldots i_n} .$$

In base a questa formola potremo ancora dire che il gruppo G *divide* il segmento dato in infiniti segmenti, la cui somma riproduce il segmento stesso ([1]).

Per la costruzione della funzione $\Gamma(x)$ secondo la via indicata converrebbe quindi aggiungere, rispetto alla funzione $f(x)$, la condizione che i gruppi dei punti nei quali essa prende uno stesso valore, siano di 1° genere.

Il prof. Volterra si è occupato anche delle due seguenti quistioni: 1° come possa essere estesa la definizione della funzione $\Gamma(x)$ quando la $f(x)$ è completamente arbitraria; 2° trovare una espressione analitica della stessa $\Gamma(x)$; ed io sono assai lieto di poter riportare da alcune lettere a me dirette le sue interessanti considerazioni.

Per chiarezza noto che egli chiama *funzione ordinata* la funzione $\Gamma(x)$.

« Torino, 29 gennaio 1899.

. . . .

« Sia data una funzione $f(x)$ finita e continua nell' intervallo $(0, l)$, la quale ha un numero finito di oscillazioni e non ha tratti di invariabilità. Rappresentiamola con una curva e tiriamo una parallela all' asse x che ne disti y.

([1]) Un teorema che ha relazione colla proprietà qui considerata, si trova nella Memoria di Cantor, *Sur les ensembles infinis et linéaires des points*, III, Acta math. 2.

La curva verrà decomposta in *valli* e *monti*; facciamo la somma delle *basi* delle valli (ossia delle loro proiezioni sull' asse x). La curva ordinata ha per ordinata y e per ascissa la somma delle basi delle valli (o anche l meno la somma delle basi dei monti). Corrispondentemente alla curva viene costruita la *funzione ordinata*. Chiamiamo ora $F(x)$ la funzione che per ogni valore di x è uguale al più piccolo dei due valori $f(x)$ o y, essendo y il valore costante già considerato, e scriviamo l' equazione della curva ordinata sotto la forma

$$x = \Psi(y)$$

« Una considerazione geometrica semplicissima ci fa vedere che si ha

$$(a) \qquad \int_0^l F(x)\,dx = \int_0^y (l - \Psi(y))\,dy$$

. . . .

« Supponiamo ora che $f(x)$ sia una funzione qualunque finita, continua o discontinua.

« Si divida l' intervallo $(0, l)$ in cui è definita $f(x)$ in n parti $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$ e si consideri la somma degli intervalli in cui $f(x)$ è sempre minore di y, e si chiami con a; quindi si facciano diminuire indefinitamente questi tratti. Allora a tenderà verso un limite ψ che è indipendente dal modo con cui questi tratti vanno a zero. Ciò si dimostra con un ragionamento che per brevità sopprimo. Nello stesso modo sia b la somma degli intervalli δ_i nei quali $f(x)$ è sempre maggiore di y. Avremo che b tenderà coll' impiccolire degli intervalli in un modo qualunque verso un limite χ. Ed evidentemente in generale non si avrà $\psi + \chi = l$. Se la funzione è discontinua si vede facilmente come ciò può accadere. Basta considerare una funzione $f(x)$ che sia nulla nei punti razionali ed 1 nei punti irrazionali. Ma anche se $f(x)$ è continua si vede che ciò può accadere. Basta ricorrere all' esempio del gruppo di punti non rinchiudibile che ho dato nella mia Nota del 1880, *Sulle funzioni punteggiate discontinue*.

« Noi possiamo ora considerare le due funzioni $\psi(y)$ e $\psi_1(y) = l - \chi(y)$ ed otteniamo due funzioni che in generale *saranno distinte fra loro* e che potranno considerarsi come proprie a definire due funzioni ordinate. Esse evidentemente sono sempre crescenti e quindi si può concepire un modo di avere delle funzioni inverse. Queste funzioni possono essere discontinue in infiniti punti. Però essendo sempre crescenti sono integrabili e quindi hanno infiniti punti di continuità in ogni intervallo.

« Ci si può chiedere quali proprietà avranno i loro integrali i quali possono essere diversi fra loro. A questo ci può guidare la relazione (a) precedentemente trovata. Perciò supponiamo che il rettangolo costruito sugli assi x ed y coi lati l ed M (essendo M il limite superiore della funzione $f(x)$)

venga diviso in n^2 rettangoli simili, dividendo ogni lato in n parti uguali. Consideriamo la funzione $F(x)$ che per ogni valore di x è uguale al più piccolo dei due valori $f(x)$ o y (essendo y un numero scelto fra 0 ed M). Questa funzione non sarà in generale integrabile (poichè supponiamo $f(x)$ comunque continua o discontinua) ma potremo di essa avere gli integrali *superiore* ed *inferiore* (vedi la mia Nota del 1881, *Sui principii del calcolo integrale*). Per ottenere in particolare quest' ultimo basterà prendere in ognuna delle colonne di rettangoli costruite (per es. nella colonna di rettangolo di base h) tutti i rettangoli, di cui i punti hanno le ordinate minori del minimo di $F(x)$ nell' intervallo h. Sommiamo tutti i rettangoli così scelti e poi facciamo crescere n indefinitamente. Il limite della somma esisterà e sarà l' integrale inferiore λ di $F(x)$ in tutto l' intervallo $(0, l)$. Questo modo di calcolare λ, confrontato al modo di costruire $\psi(y)$ e $\psi_1(y)$ ci mostra che

$$\int_0^y (l - \psi(y))\,dy \quad \text{e} \quad \int_0^y (l - \psi_1(y))\,dy$$

non possono essere inferiori a λ. Nello stesso modo si può trovare che i due integrali non possono superare l' integrale superiore $\varLambda$ di $F(x)$ nell' intervallo $(0, l)$. Perciò *i due detti integrali sono compresi fra* λ *e* $\varLambda$.

« Supponiamo che $f(x)$ sia integrabile; allora λ e $\varLambda$ debbono coincidere per ogni possibile valore di y (giacchè anche $F(x)$ sarà integrabile); per conseguenza

$$\int_0^y (l - \psi(y))\,dy = \int_0^y (l - \psi_1(y))\,dy$$

ossia le due funzioni $\psi(y)$ e $\psi_1(y)$ hanno integrali uguali in ogni intervallo e perciò in infiniti punti dell' intervallo sono uguali fra loro.

« Riassumendo mi sembra che potrebbe dirsi: *Ad ogni funzione* $f(x)$ *corrispondono due funzioni ordinate* $\psi(y)$, $\psi_1(y)$. *Anche se* $f(x)$ *è continua le due funzioni possono essere diverse fra loro, però basta che* $f(x)$ *sia integrabile, perchè le due funzioni differiscano fra loro per una funzione di integrale nullo e quindi siano uguali fra loro in infiniti punti di ogni intervallo.*

. . . .

« affmo V. Volterra ».

Torino, 10 giugno 1899.

. . . .

« In una recente Nota [1] il Dott. Straneo si occupa della ricerca di una espressione analitica della funzione ordinata. A me sembra che l' espressione analitica più naturale della funzione ordinata venga sempre dal conside-

[1] Rendiconti, Vol. VIII, 1° sem. pag. 438-442.

rare la somma delle basi delle valli; ed infatti sia $\Theta(y, x)$ una funzione che goda delle seguenti proprietà

$$\Theta(y, x) = \begin{cases} 0 & \text{per } y < x \\ 1 & \text{per } y > x \end{cases}$$

« Non vi è nessuna difficoltà a costruirla analiticamente (il valore per $y = x$ può essere qualunque). Allora la somma delle basi delle valli corrispondenti all' ordinata y sarà

$$\int_0^l \Theta(y, f(\eta))\, d\eta$$

onde l' equazione della curva ordinata sarà

$$x = \int_0^l \Theta(y, f(\eta))\, d\eta . \tag{A}$$

« Se prendiamo, per esempio, (Riemann, Partielle Diff. § 14)

$$\Theta(y, x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}[(y - x)\xi]}{\xi} d\xi$$

otterremo

$$x = \frac{l}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^l d\eta \int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}[(y - f(\eta))\xi]}{\xi} d\xi \tag{B}$$

« O sotto la forma (A) o sotto la forma (B) abbiamo quindi l' equazione della curva ordinata in tutti i casi almeno, in cui la funzione da ordinarsi $f(x)$ è continua, senza tratti d' invariabilità e con un numero finito di oscillazioni.

. . . .

« affmo V. Volterra ».

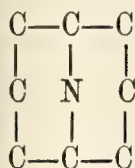
Chimica. — *Studî intorno alla struttura degli alcaloidi del melagrano* [1]. Nota di A. Piccinini, presentata dal Socio Ciamician.

In una Nota inserita nei Rendiconti di questa Accademia nell' aprile scorso [2], discutendo i risultati di una serie di esperienze dimostranti in modo sicuro che la parte resistente all' ossidazione nella molecola della *metilgranatonina*, altro non è che un nucleo piperidinico, ebbi occasione di far notare che la estrema somiglianza di proprietà degli alcaloidi della serie

[1] Lavoro eseguito nell' Istituto di Chimica generale della R. Università di Bologna. Agosto 1899.

[2] V. questi Rendiconti, vol. VIII, 1° sem , pag. 392.

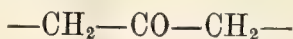
tropanica e granatanica avrebbe potuto schematicamente rappresentarsi con maggior fedeltà, ammettendo che nelle basi del melagrano esista un nucleo rappresentabile collo schema seguente:

```
C—C—C
|  |  |
C  N  C
|  |  |
C—C—C
```

Le ricerche che ho eseguito in questi ultimi mesi e che sto per riferire, hanno dato risultati che stanno in perfetto accordo con quest' ultima formola, mentre si scostano notevolmente da tutto quanto poteva prevedersi coll' aiuto dell' antica. Nello stesso tempo mi sono occupato dello studio di un caso di isomeria che viene a restringere ancor più i legami di analogia cogli alcaloidi tropanici e ad accrescere il numero ancora relativamente limitato dei fenomeni noti di isomeria nella serie piperidinica.

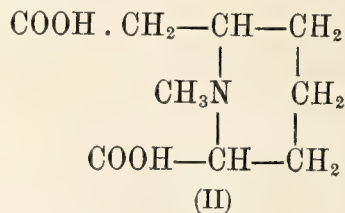
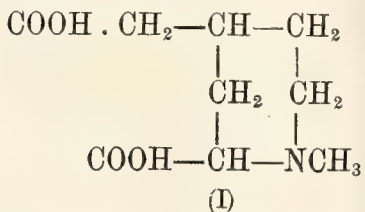
I.

Acido suberico normale dal metilgranatico.

Dalle ricerche di G. Ciamician e P. Silber [1], risulta che tanto dalla *metilgranatonina* come dall' alcool corrispondente (*metilgranatolina*), si produce per ossidazione uno stesso acido bicarbossilico, l' *acido metilgranatico* od *omotropinico*, il quale proviene dalla apertura del cosidetto *ponte*

$$—CH_2—CO—CH_2—$$

che funge da sostituente del nucleo piperidinico in tutti questi alcaloidi, per ossidazione del carbonile e di uno dei gruppi metilenici vicini in carbossili.

L' acido metilgranatico contiene adunque lo stesso numero di atomi di carbonio che l' alcaloide da cui deriva; per di più in esso è contenuto pure intatto il nucleo piperidinico metilato all' azoto, come risulta dalle ricerche recentemente pubblicate [2]. Esso perciò dovrà essere rappresentato con lo schema I, se la struttura degli alcaloidi del melagrano corrisponde alla formola che è stata in vigore fino ad oggi, ovvero collo schema II se la struttura delle basi in questione corrisponde realmente a quella indicata in principio di questa Nota:

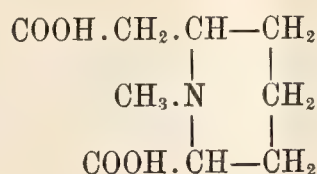
```
COOH . CH₂—CH—CH₂            COOH . CH₂—CH—CH₂
            |   |                         |    |
           CH₂ CH₂                     CH₃N   CH₂
            |   |                         |    |
     COOH—CH—NCH₃               COOH—CH—CH₂
          (I)                         (II)
```

[1] Gazz. chim. XXVI, II, 141.

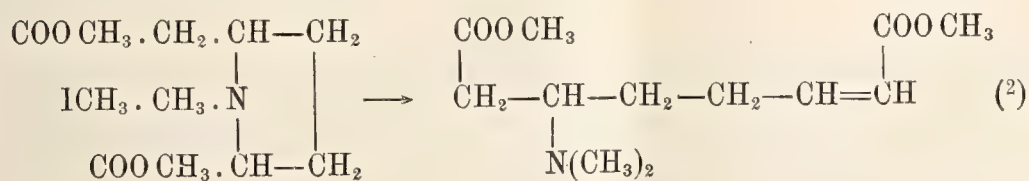
[2] V. questi Rendiconti, vol. VIII, 1° sem., pag. 392.

Il problema si riduceva adunque ormai a stabilire se l'acido metilgranatico deriva dalla metilpiperidina per sostituzione nelle posizioni α-γ ovvero α-α'.

Oggi questa questione è risolta in favore della seconda ipotesi, per mezzo di quello stesso metodo di ricerca che condusse il Willstätter (1) alla esatta definizione della struttura dell'acido tropinico. Infatti, eliminando l'azoto dall'acido granatico col metodo dell'Hofmann e riducendo il prodotto finale della reazione, ottenni l'acido *suberico normale*; questo fatto dimostra che nell'acido granatico deve esistere un aggruppamento capace di dar origine ad una catena normale di otto atomi di carbonio.

A questa condizione ed all'altra non meno importante di rappresentare l'acido metilgranatico come derivato della *n*-metilpiperidina, risponde soltanto lo schema nuovamente proposto che qui trascrivo:

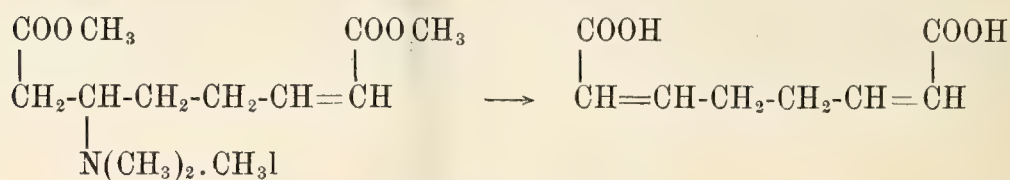
$$\begin{array}{rcl}
COOH.CH_2.CH & - & CH_2 \\
| & & | \\
CH_3.N & & CH_2 \\
| & & | \\
COOH.CH & - & CH_2
\end{array}$$

L'assieme delle reazioni che conducono dall'acido granatico al suberico, non è per nulla complicato e ricorda in ogni sua fase l'analogo processo conducente dall'acido *tropinico* al *pimelico normale.* Ho sottoposto il *jodometilato dell'etere dimetilico dell'acido metilgranatico* all'azione del carbonato potassico in soluzione acquosa calda; in queste condizioni il jodometilato stesso, che è un corpo cristallino, incoloro, fondente a 167°, subisce una scissione intramolecolare, per cui il nucleo piperidinico si apre dando origine all'etere dimetilico di un acido alifatico non saturo, amidato, che si può chiamare *acido dimetilgranatenico*; il processo può esser rappresentato nel seguente modo:

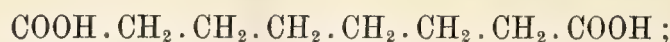
$$\begin{array}{rcl}
COOCH_3.CH_2.CH & - & CH_2 \\
| & & | \\
ICH_3.CH_3.N & & | \\
| & & | \\
COOCH_3.CH & - & CH_2
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{l}
COOCH_3 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad COOCH_3 \\
| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\
CH_2-CH-CH_2-CH_2-CH=CH \\
\qquad\;\; | \\
\qquad N(CH_3)_2
\end{array}
\qquad (2)$$

L'etere del nuovo acido amidato è liquido e dotato di carattere debolmente basico; i suoi sali sono però di difficile separazione. L'etere stesso, in soluzione solforica, scolora immediatamente il permanganato potassico, come è richiesto dalla sua struttura non satura. Si combina col joduro di

(1) Berl. Ber. *28,* 3271; *31,* 1534.

(2) È a notarsi che in questa formola le posizioni dell'azoto e del doppio legame sono arbitrarie, non essendo noto il punto in cui avviene il distacco dell'azoto.

metile dando un jodometilato fondente a 143-144°. Riscaldando quest' ultimo corpo con una soluzione concentratissima di soda caustica, si ottiene l'eliminazione completa dell' azoto sotto forma di trimetilamina, mentre va separandosi il sale sodico di un acido bibasico non saturo, che isolato, si presenta in sottili aghetti incolori fondenti intorno a 228°. A questo acido, per le relazioni di omologia che lo legano col *piperilendicarbonico* (1) ottenuto dal Willstätter, operando identicamente sul jodometilato dell' acido metiltropinico, credo conveniente attribuire il nome di acido *omopiperilendicarbonico*; la sua formazione può essere espressa dallo schema seguente, in cui resta di arbitrario soltanto la posizione dei doppî legami:

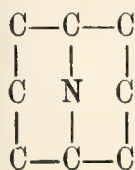
```
COO CH3                    COO CH3       COOH                 COOH
|                          |             |                    |
CH2-CH-CH2-CH2-CH=CH            ⟶        CH=CH-CH2-CH2-CH=CH
    |
    N(CH3)2.CH3I
```

L' esistenza dei due doppî legami e della catena normale di otto atomi in questo acido è provata dal fatto che nell' idrogenazione esso assume quattro atomi di idrogeno e si trasforma nell' *acido suberico normale*

$$COOH.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.COOH\,;$$

questa riduzione fu effettuata per mezzo dell' amalgama di sodio al 4 %, in soluzione alcalina caustica e alla temperatura dell'ebollizione. L'acido separato si addimostra, dopo le opportune purificazioni, perfettamente stabile al permanganato potassico in soluzione alcalina; il suo punto di fusione coincide perfettamente con quello dell' acido suberico normale appositamente preparato puro pel confronto, cadendo tra 141-142°. All' analisi diede i seguenti numeri:

In 100 parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_8H_{14}O_4$
C	55.19	55.15
H	8.45	8.10

Resta così dimostrato che l' acido metilgranatico contiene la catena normale di otto atomi di carbonio; risalendo quindi dall' acido stesso agli alcaloidi da cui si ottiene senza alcuna perdita di carbonio, conviene ammettere che in essi la catena di otto termini formi un anello ininterrotto; in altre parole, questi alcaloidi debbono ritenersi come derivati azotati del *cicloottano* con una struttura rispondente allo schema seguente:

```
C—C—C
|  |  |
C  N  C
|  |  |
C—C—C
```

(1) Berl. Ber. *28*, 3271.

Dirò ancora che la derivazione dell' acido suberico dal metilgranatico è pure un valido argomento per escludere senz' altro tutte le ipotesi che si potrebbero fare intorno alla struttura delle basi granataniche nell' intento di chiarire l' analogia del loro comportamento cogli alcaloidi tropanici in base a relazioni di semplice omologia, giacchè in questo caso non si potrebbe più comprendere la formazione di una catena normale di otto termini.

Rimane così nuovamente e pienamente confermata l' ipotesi espressa da G. Ciamician e P. Silber fin dalle prime ricerche eseguite in questo campo, e cioè che gli alcaloidi del melagrano sieno veri e proprî omologhi nucleari dei tropanici; questo fatto risulta evidente, quando si ricordi che le recenti ricerche di R. Willstätter hanno dimostrato che questi ultimi corpi derivano da un nucleo rappresentabile collo schema seguente:

```
C—C—C
|  |  |
C  N  |
|  |  |
C—C—C
```

II.

Riduzione dell' ossima della metilgranatonina.

Nella classe degli alcaloidi granatanici non si era finora osservato nessun caso di isomeria analogo a quelli riscontrati nella serie tropanica, in cui, come è noto, tanto le basi a funzione alcoolica, quanto quelle rispettive a funzione aminica esistono in due forme isomere (1). Ora esaminando il comportamento dell' ossima della metilgranatonina con diversi riducenti, operando come il Willstätter fece coll' ossima del tropinone, ho potuto constatare la formazione di due amine isomere perfettamente paragonabili alla tropilamina e ψ-tropilamina trovate dall' autore sopracitato, e che io chiamerò quindi metilgranatilamina e ψ-metilgranatilamina.

La *metilgranatilamina* ottiensi riducendo l' *ossima* della metilgranatonina sciolta in alcool, con amalgama di sodio ed acido acetico. È una sostanza liquida dotata di forte carattere basico; esposta all' aria si trasforma rapidamente in *carbamato* solido, cristallino. Bolle tra 235-240° a pressione ordinaria, con lieve scomposizione verso la fine della distillazione. È difficilmente trasportabile dal vapor d'acqua. Dà un *cloroaurato* fondente a 226° e un *cloroplatinato* fondente a 260°-261° con scomposizione. Il suo *picrato* cristallizzato dall'alcool fonde scomponendosi a 239°-240°. Sciogliendo la base in alcool metilico ed aggiungendo la quantità calcolata di *isotio-*

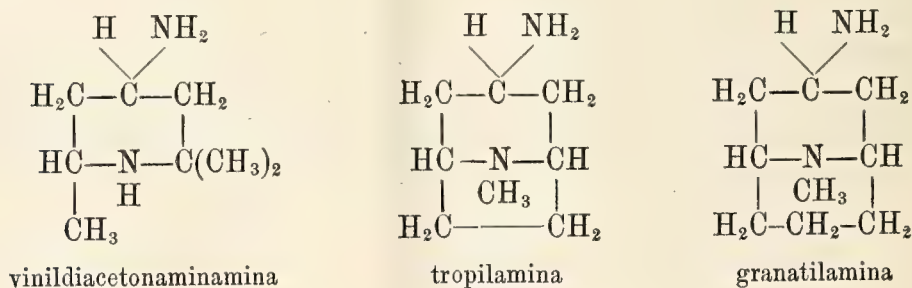
(1) Berl. Ber. *31*, 1202.

cianato di fenile, si produce un riscaldamento energico e depositasi quindi la *metilgranatilfeniltiourea* in prismetti compatti che purificati coll' etere acetico fondono a 132-133° con lieve rammollimento.

La *ψ-metilgranatilamina* si produce riducendo l' ossima con alcool amilico e sodio. È anch' essa una base oleosa, energica, che all' aria si trasforma tosto in carbamato. Bolle alla pressione ordinaria tra 232-236°; anche nei sali non manifesta grande diversità dalla base isomera; così il *cloroaurato* fonde a 231-232° con lieve scomposizione; il *cloroplatinato* si scompone pure a 265° e il picrato a 239-240° fonde con alterazione profonda. La *ψ-metilgranatilfeniltiourea*, cristallizzata dall' etere acetico, fonde invece a 176°. La base ora descritta può ottenersi anche facendo bollire per sei ore la sua isomera con una soluzione di amilato sodico nell' alcool amilico, od anche riscaldando la metilgranatilamina stessa con una soluzione di soda caustica molto concentrata. Essa deve quindi ritenersi come la forma stabile della metilgranatilamina.

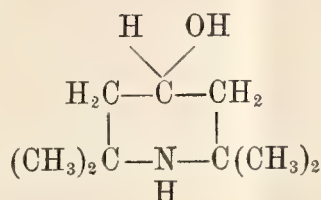
Le due basi isomere presentano adunque proprietà molto somiglianti sia allo stato libero che salificato. La differenza tra di esse non si rivela in modo evidente che nelle loro combinazioni coll' isotiocianato di fenile. Questo comportamento ricorda maravigliosamente quello delle tropilamine, tanto più che anche nella riduzione dell' ossima della granatilamina si verifica il fatto già osservato dal Willstätter, che per mezzo dell' alcool amilico e sodio, si ottiene la forma stabile, contrariamente a quanto è stato stabilito dall' Harries per l' ossima della vinildiacetonamina [1]. D' altra parte però il parallelismo delle proprietà degli isomeri di tutte tre le serie ora accennate è così completo che induce a crederlo proveniente da una causa unica; se si considera infatti che tanto le tropilamine, quanto le granatilamine e le amine dell' Harries, contengono tutte come parte fondamentale della molecola il nucleo piperidinico con o senza metile all' azoto, apparisce giustificata l' ipotesi che l' isomeria sia da attribuirsi alle posizioni diverse che possono assumere rispetto al piano dell' anello piperidinico il gruppo NH_2 e l' altro sostituente che provoca l' asimmetria di uno o di ambedue gli atomi α-α' del nucleo piperidinico stesso:

```
    H   NH2               H   NH2              H   NH2
     \ /                   \ /                  \ /
H2C—C—CH2             H2C—C—CH2            H2C—C—CH2
  |     |               |     |              |     |
 HC—N—C(CH3)2          HC—N—CH              HC—N—CH
  |  H                  | CH3 |              | CH3 |
 CH3                   H2C———CH2            H2C-CH2-CH2
```

vinildiacetonaminamina — tropilamina — granatilamina

[1] G. Harries, Berl. Ber. XXIX, pag. 521; Lieb. Ann. *294*, pag. 336.

Nel caso delle granatilamine e tropilamine il sostituente legato agli atomi α-α' è il ponte, rispettivamente di tre e due atomi di carbonio; nelle amine dell'Harries invece, vi è il gruppo metilico, il quale distrugge la simmetria della molecola rispetto al piano piperidinico.

Questo modo di spiegare l'isomeria osservata trova un appoggio nel fatto che la *triacetonalcamina*:

$$\begin{array}{ccccc} & & H \quad OH & & \\ & & \diagdown\diagup & & \\ & H_2C & — C — & CH_2 & \\ & | & & | & \\ (CH_3)_2C & — & N & — & C(CH_3)_2 \\ & & H & & \end{array}$$

non esiste che in una forma sola.

Resterebbe ora da stabilire quale degli isomeri rappresenti la forma *cis* e quale la *trans*; rimanendo nel campo degli alcaloidi del melagrano, dirò che i fatti noti non mi permettono ancora di decidere con certezza la questione, che potrà forse essere risolta con studî ulteriori.

Per ultimo dirò che le considerazioni sopra esposte sono estensibili anche ai derivati che invece del gruppo aminico contengono l'ossidrile e aggiungerò che, quantunque composti di questo genere non manchino nel gruppo granatanico, pure finora non si è osservata alcuna isomeria in essi, probabilmente pel fatto che non si sono potuti ottenere che per riduzione dei corrispondenti chetoni. Ora è noto che con questo metodo anche nella serie tropanica non si giunge che alle basi alcooliche della forma stabile. Perciò si può affermare che gli alcool granatanici noti, altro non sono che gli omologhi delle corrispondenti forme stabili della serie tropanica. Le modificazioni labili si potranno avere forse dalle corrispondenti amine.

Chimica fisica. — *Sulla reciproca solubilità dei liquidi.* Nota Iª di GIUSEPPE BRUNI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Parte teorica.

Il fatto che certi liquidi, come l'acqua e l'etere, possano sciogliersi reciprocamente solo in determinati rapporti, e che le loro miscele possano quindi dividersi in due strati, è noto da moltissimo tempo. Tali fenomeni attirarono ripetutamente l'attenzione dei cultori della chimica fisica, e vennero quindi fatti oggetto di numerose ricerche. Fra queste ricorderò, oltre alle più antiche di Frankenheim [1] ed Abaschen [2], quelle di Guthrie [3], Schreine-

[1] Lehre v. Kohätion. Breslau, pag. 199 (1835).
[2] Bull. Soc. imp. natur. Moscou, XXX, 271 (1857).
[3] Phil. Mag. (5) XVIII, 29, 499, 503 (1884).

makers (¹), Klobbie (²), Spring e Romanow (³) che studiarono alcuni casi speciali; e sopratutto i lavori più diffusi e d'indole generale di W. Alexejew (⁴) e di V. Rothmund (⁵). In quest'ultimo lavoro trovasi oltre ad una vasta discussione della teoria di tali processi, anche un riassunto storico e bibliografico assai completo delle ricerche precedenti.

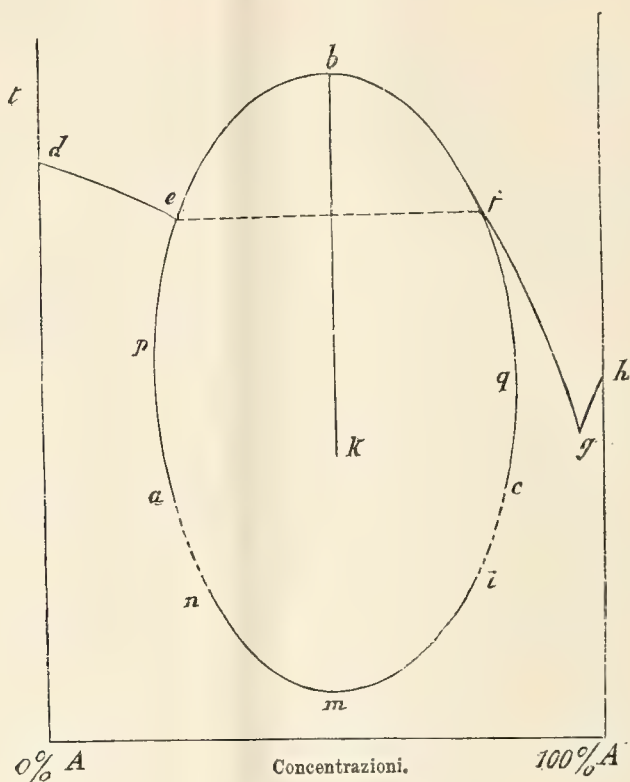



Fig. 1.

Questi lavori hanno condotto alla conclusione che la proprietà di tali miscele liquide di dividersi in due strati in ciascuno dei quali predomina uno dei due componenti non si mantiene in generale a tutte le temperature; ma che in certe determinate condizioni di temperatura tale divisione in due strati non avviene più. Sotto tale rispetto le coppie di liquidi finora sperimentate possono dividersi in due categorie: Il maggior numero di queste coppie al disopra di una data temperatura presentano una completa miscibilità, ed al disotto di quella possono dar luogo ad una divisione in due strati. Se si usa il solito sistema di rappresentazione grafica — portando

(¹) Zeitschr. f. physik. Ch., XXIII, 417 (1897).
(²) Zeitschr. f. physik. Ch., XXIV, 618 (1897).
(³) Zeitschr. f. Anorg. Ch., XIII, 29 (1897).
(⁴) Journ. f. pr. Ch. XXV, 518 (1882); Wied. Ann. XXVIII, 305 (1886).
(⁵) Zeitschr. f. physik. Ch., XXVI, 433 (1898).

sull' asse delle ascisse le concentrazioni riferite a 100 parti di miscela e su quello delle ordinate le temperature — i fenomeni ora esposti sono rappresentati schematicamente dalla curva *a b c* (fig. 1). I tratti *ab* e *bc* rappresentano p. es. le curve di solubilità del metiletilchetone nell' acqua, e dell' acqua nel metiletilchetone (Rothmund); queste due curve coincidono nel punto di *b* che è un punto di massimo. L' analogia del punto *b* in cui vengono a confondersi due fasi liquide, col punto critico in cui vengono a confondersi una fase liquida ed una fase gassosa, venne posta in rilievo pel primo da Orme Masson (1). Tale punto si chiama perciò *punto critico di soluzione*. Rothmund (l. c.) studiò quali delle leggi che regolano lo stato critico siano applicabili ai fenomeni sopradescritti; egli trovò che nelle miscele finora studiate si verifica con una notevole approssimazione la *legge del diametro retto;* cioè: il diametro (fig. 1, retta *bk*) delle corde parallele all' asse delle concentrazioni è una retta che passa pel punto critico. Non si verifica invece la *legge degli stati corrispondenti.*

Oltre alle coppie di liquidi della categoria suaccennata, ne esistono altre le quali presentano pure un punto critico, ma questo anzichè essere un punto di massimo è un punto di minimo. I due componenti di queste coppie, p. es. acqua e trietilammina, sono miscibili in tutti i rapporti al disotto di una certa temperatura; al disopra di questa invece, ha luogo la divisione in strati. La curva *l m n* (fig. 1) rappresenta l' andamento della miscibilità nelle miscele di questa categoria. Per esse Rothmund trovò che non si verifica la legge del diametro retto.

La scoperta di questa seconda categoria di miscele a punto critico inferiore indusse il van 't Hoff (2), a supporre che in questi casi debba, a temperature più elevate di quelle alle quali venne finora sperimentato, esistere un secondo punto critico al disopra del quale si avrebbe di nuovo la miscibilità completa dei due componenti. La curva di miscibilità sarebbe in questo caso una curva chiusa come è rappresentata dalla fig. 1 riunendo i segmenti *a b c*, *l m n* colle linee punteggiate. L' esistenza di una curva di tale forma può ammettersi per considerazioni puramente teoriche. Infatti dalla teoria di van der Waals sulla continuità degli stati liquido e gassoso, deve dedursi che in prossimità del punto critico tutti i liquidi debbano esser fra di loro completamente miscibili. Inoltre per alcune coppie di liquidi si sono realizzate sperimentalmente curve che sembrano accostarsi ad una curva chiusa (p. es. per le miscele di metiletilchetone, dietilchetone, alcool isobutilico, alcool amilico e β-collidina con acqua). Degna di nota fra queste è la curva di miscibilità delle miscele di acqua e di metiletilchetone studiata da Rothmund. Essa è rappresentata schematicamente dalla curva *a b c* della stessa fig. 1,

(1) Zeitschr. f. physik. Ch., VII, 500.
(2) *Vorlesungen ü. physik. u. theor. Chemie,* Heft. I, pag. 41.

e più esattamente dalla curva esterna della fig. 3. Come si vede dalla figura schematica si hanno infatti in questa curva nei punti *p* e *q*, rispettivamente un minimo ed un massimo di solubilità. Così le miscele di questi liquidi comprese fra le concentrazioni corrispondenti ai punti *a* e *p* e quelle comprese tra le concentrazioni corrispondenti a *c* e *q*, possono dar luogo alla formazione di due strati solo in un certo intervallo di temperatura, al disopra ed al disotto del quale restano forzatamente omogenee. Una curva con andamento simile, ma con punto critico inferiore presentano le miscele di acqua e β-collidina.

Una curva di miscibilità completamente chiusa, non potè però fino ad ora essere sperimentalmente realizzata ed il riuscirvi presenterebbe certamente un notevole interesse. A ciò si oppongono però difficoltà sperimentali di vario genere. Per le miscele a punto critico superiore esse sono dovute sopratutto al fatto che si dovrebbe discendere a temperature troppo basse, alle quali i due rami della curva di miscibilità, incontrando la curva di congelamento o di solubilità allo stato solido, non potrebbero esistere che in uno stato di equilibrio instabile o metastabile. Per le miscele a punto critico inferiore, formate tutte da ammine grasse, o da basi piridiniche con acqua, la difficoltà consiste nelle troppo alte temperature a cui si dovrebbe arrivare, ed alle quali i tubi che si adoperano nelle esperienze sono facilmente intaccati e si rompono.

Assai più facile appariva il realizzare una curva chiusa di miscibilità con sistemi di tre corpi, ed io diressi la mia attenzione su questi sistemi. In questo lavoro vengono quindi descritte le ricerche da me fatte sugli equilibrî nelle miscele di acqua e di metiletilchetone in cui fosse presente sempre alcool etilico nella proporzione di 1,5 per cento parti della quantità totale di miscela.

Anche sui sistemi ternarî vennero eseguite numerose ricerche da Duclaux [1], Traube e Neuberg [2], Pfeiffer, [3], Baucroft [4], Crismer [5], Linebarger [6], e più recentemente ed in modo assai completo da Schreinemakers [7] e da Snell [8]. Però in tal caso i fenomeni sono teoricamente assai più complicati. Ciò risulta già subito dalla teoria delle fasi di Gibbs, poichè i sistemi ternarî a due fasi liquide, avendo rispetto ai sistemi binarî

(1) Ann. chim. phys. (5) VIII, 264 (1867).
(2) Zeitschr. f. physik. Ch., I, 509 (1887).
(3) Zeitschr. f. physik. Ch., IX, 444 (1892).
(4) Journ. of phys. Chem., I, 34 (1896).
(5) Bull. Acad. Roy. Belg., XXX, 97 (1895).
(6) Amer. Chem. Journ., XIV, 380 (1892).
(7) Zeitschr. f. physik. Ch., XXIII, 417 (1897); XXVI, 237; XXVII, 95 (1898).
(8) Journ. of physik. Chem., II, 457 (1898).

per lo stesso numero di fasi un componente di più, posseggono un grado superiore di varianza.

Facciamo uso come sistema grafico del noto diagramma triangolare (fig. 2) in cui le concentrazioni dei 3 componenti sono rappresentate dalle distanze dai 3 lati di un triangolo equilatero, e le temperature si portano su un asse perpendicolare al piano del triangolo. Se come nel caso da me scelto si aggiunge a due componenti reciprocamente solubili un terzo che sia con entrambi completamente miscibile, si genera una superficie di misci-

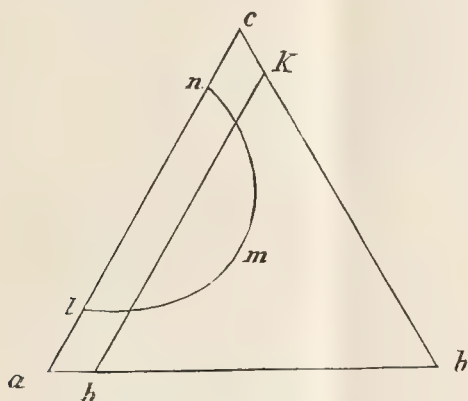



Fig. 2.

bilità che Snell (l. c.) chiama *superficie dinerica* e di cui la curva lmn (fig. 2) rappresenta la proiezione sul triangolo di base. Determinando le temperature di miscibilità di miscele di acqua e metiletilchetone che contenevano sempre 1,5 °/₀ d'alcool etilico, io ho quindi determinato una sezione della superficie dinerica secondo un piano hk parallelo ad uno dei piani coordinati.

Come io avevo preveduto, tale intersezione è una curva chiusa quale è rappresentata dalla fig. 3. In questa è riportata per confronto la curva di equilibrio delle miscele di acqua e metiletilchetone senza aggiunta di alcool studiate da Rothmund. Le miscele di acqua e metiletilchetone che contengono 1,5 p. cento d'alcool possono quindi dividersi in due strati solo fra due determinate temperature: $+16^\circ$ e $+148^\circ$. Al disotto ed al disopra rispettivamente di queste due temperature esse restano omogenee qualunque sia la loro composizione. Nella curva da me determinata vi sono quindi due punti critici uno superiore ed uno inferiore. Come però fece osservare Schreinemakers (l. c.) questi due punti critici non sono il punto di massimo ed il punto di minimo rispetto alle temperature [1]. Infatti la curva abc della fig. 1, oltre all'avere il significato fin qui datole di curva lungo la quale diventano omogenee od eterogenee le miscele di due componenti, può anche

[1] Cfr. Duhem, *Mécan. chim.*, t. IV, pag. 176.

considerarsi derivata in altro modo, prendendo cioè i due componenti in un dato rapporto, e determinando il variare della composizione dei due strati in equilibrio col variare della temperatura. Fin che si tratti di miscele binarie, le due curve derivate nei due modi ora descritti manifestamente coincidono; nelle miscele ternarie però tale coincidenza non si verifica più.

Concentrazioni: metiletilchetone 0[0.

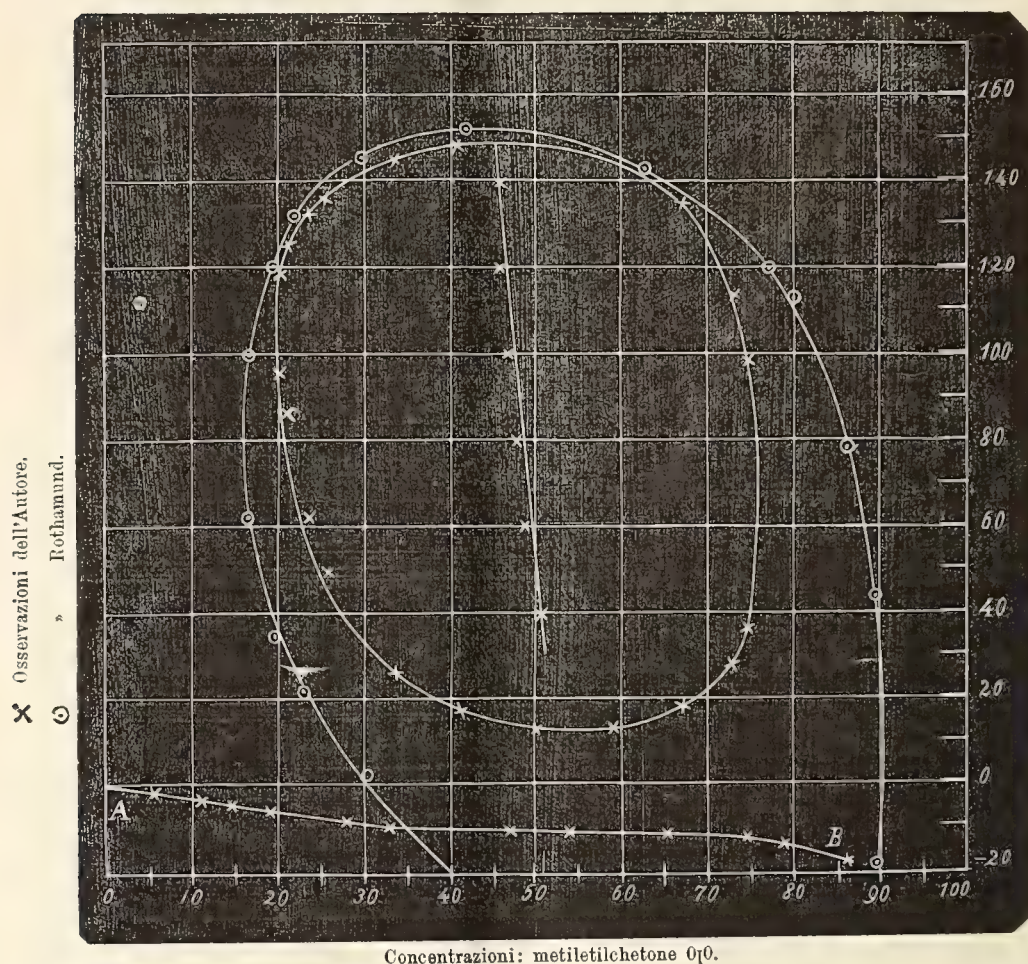



Fig. 3.

Operando nel secondo modo si viene a generare una seconda superficie che si dice la *superficie critica.* Queste due superficie, la critica e la dinerica, si tagliano secondo una curva, ed è questa curva che segna *il luogo dei punti critici sulla superficie dinerica.* I due punti critici sulla curva da me determinata sarebbero quindi dati dall'intersezione di questa curva colla curva sezione della superficie critica sullo stesso piano. Tali punti non sono affatto necessariamente il punto di massimo e quello di minimo. Pel punto critico superiore però, visto che il tratto superiore della curva si scosta assai poco da quello delle miscele binarie, si può ritenere che esso sarà assai poco lontano dal punto di massimo.

Come si vede dalla fig. 3, per la parte superiore della curva da me determinata si verifica con notevole esattezza la *regola del diametro retto*, verificata da Rothmund in tutte le miscele a punto critico superiore: cioè il diametro delle corde parallele all'asse delle concentrazioni è rettilineo. Però nella parte inferiore della curva questa regola non si verifica più.

Vediamo ora in quale rapporto starà la curva di miscibilità allo stato liquido ora determinata, con la curva di solubilità allo stato solido. Tali rapporti per le miscele binarie a punto critico superiore sono rappresentate dalla fig. 1. La curva di solubilità consta di 3 rami: i rami de ed fg lungo i quali si deposita uno dei due componenti. I punti e ed f in cui questi tagliano la curva di solubilità allo stato liquido sono alla stessa temperatura [1]. Infine si ha il ramo gh lungo il quale si deposita l'altro componente. Nel punto crioidratico g coesistono entrambi i componenti come fasi solide. Data la forma della curva di solubilità allo stato liquido realizzata nel caso da me studiato, era prevedibile che essa non avrebbe incontrato affatto la curva di solubilità (o di congelamento) allo stato solido. Io ho infatti realizzato sperimentalmente un largo tratto di questa curva, osservando le temperature di congelamento delle miscele di acqua e metiletilchetone contenenti 1,5 p. c. d'alcool etilico. Dalle esperienze risulta verificata la previsione suespressa, che cioè la curva di solubilità (o congelamento) allo stato solido non incontra in alcun punto la curva di miscibilità allo stato liquido. Anche tale nuova curva si trova tracciata nella fig. 3. Il fatto ora realizzato è pure un risultato sperimentale nuovo. Si erano infatti realizzati alcuni casi in cui le due curve non si incontravano [2]; ma in tali casi la curva di miscibilità allo stato liquido si trovava in stato d'equilibrio instabile. Nel caso presente si tratta di curve rappresentanti equilibrî stabili. Casi simili si realizzeranno prevedibilmente in tutti i casi di miscele binarie a punto critico inferiore.

Parte sperimentale.

Il metiletilchetone impiegato proveniva dalla fabbrica di E. Merck. Fu rettificato e bolliva costante a 80°,5-81° sotto la pressione di 761^{mm}.

Il metodo da me seguito fu il seguente: Volendo operare sempre su miscele che contenessero 1,5 parti d'alcool etilico su 100 di miscela, aggiunsi alcool etilico assoluto in questa proporzione tanto all'acqua, quanto al chetone da impiegare. Pel resto operai esattamente nel modo indicato da Rothmund, introducendo quantità date dei due liquidi così preparati in tubetti di vetro robusto chiusi ad una estremità, i quali venivano ripesati e quindi

(1) Rothmund, Zeitschr. f. physic. Ch., XXVI, 483; Duhem, *Mécan. chim.*, t. IV, pag. 176.

(2) Alexejew (l. c.); Roozeboom, Rec. trav. chim. Pays-Bas, VIII, 2 (1889). Cfr. Rothmund, l. c., pag. 487.

saldati all' altra estremità. Osservavo tanto il punto in cui il liquido diveniva omogeneo, come quello in cui ricominciava ad intorbidarsi e prendevo la media delle due temperature. Mi servii di un termometro normale di Geissler graduato da — 40° a + 60° e diviso in $^1/_5$° con certificato della Physic. techn. Reichsanstatt, e di un termometro a scala mobile diviso in $^1/_{10}$° che regolavo col primo.

I limiti inferiori di miscibilità poterono venire osservati con una notevole approssimazione. Per queste osservazioni i tubi si trovavano immersi in un recipiente a doppia parete ripieno d' acqua in cui si producevano il raffreddamento od il riscaldamento coll' aggiunta di acqua fredda o calda. Pei limiti superiori di miscibilità (che osservavo scaldando i tubi in un bagno d' olio), come già osservò Rothmund, non possono farsi letture di grande esattezza. Nei dati relativi a questi mi limito quindi a indicare i gradi od al più i mezzi gradi. Nella tabella che segue sono esposti i risultati ottenuti. Le concentrazioni — pel modo scelto di rappresentazione grafica dei fenomeni — sono calcolate dividendo il peso del chetone contenuto nella miscela per la somma dei pesi dell' acqua e del chetone. Nella tabella trovasi indicato con t' la temperatura dell' intorbidamento del liquido, con t'' quella in cui il liquido torna limpido, e con t la media delle due temperature.

Concentrazione	Temperatura inferiore di miscibilità			Temperatura superiore di miscibilità		
	t′	t″	t	t′	t″	t
19,53	nessun intorbidamento					
20,00	96,0	95,0	95,5	118	120	119
21,08	86,5	85,5	86,0	124	126	125
23,41	62,5	61,5	62,0	132	132	132
25,41	49,4	49,0	49,2	134	137	135,5
33,48	26,1	25,7	25,9	144	146	145
40,78	16,6	16,4	16.5	148	148	148
50,23	16.6	16,4	16,5	non fu determinato		
59,07	19,6	19,4	19,5	id.		
67,12	22,1	22,1	22,1	134	135	134,5
73,17	28,2	27,8	28,0	113	115	114
75,25	36,0	35,8	35,9	98,9	99,7	99,3
77,32	nessun intorbidamento					

Come fu sopra accennato, vennero anche determinate le temperature di congelamento delle miscele di acqua e metiletilchetone contenenti 1,5 p. c.

d' alcool col risultato indicato nella tabella seguente. La curva relativa è indicata con A B nella fig. 3.

Concentrazione	Temper. di congelamento	Concentrazione	Temper. di congelamento
0,000	— 0°,4	47,46	10,°5
5,715	2, 1	54,05	10, 9
11,43	3, 8	66,22	11, 5
14,48	4, 7	74,61	13, 3
19,06	6, 4	79,13	14, 0
27,91	8, 3	87,18	17, 5
35,15	9 ,4	90,07	non gela a — 20, 5

Mi propongo di continuare queste ricerche sia per completare lo studio degli equilibrî nel sistema ternario: acqua, metiletilchetone, alcool etilico, sia per estenderle ad altri sistemi ternarî e possibilmente binarî.

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Socio straniero Roberto Guglielmo Bunsen, avvenuta il 15 agosto 1899; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 2 luglio 1875.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la Società Reale delle scienze di Upsala; le Società di scienze naturali di Emden e di Amburgo; la Società geologica di Sydney; la Direzione della R. Scuola navale di Genova; il Museo Britannico di Londra; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 7 agosto al 3 settembre 1899.

Arcidiacono S. — Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti nel semestre luglio-dicembre 1898. Modena, 1899. 8°.

Id. — Sul terremoto del 3 maggio 1899. Catania, 1899. 8°.

Astronomische Mittheilungen gegründet von D. R. Wolf. N. LXXXX herausgegeben von A. Wolfer. Zürich, 1899. 8°.

Baccarini P. — I caratteri e la storia della Flora Mediterranea. Catania, 1899. 8°.

Baccarini P. e *Buscemi G.* — Sui nettarii foliari della Olmediella Cesatiana Baill. Catania, 1898. 8°.

Id. e *Cannarella P.* — Primo contributo alla struttura e alla biologia del Cynomorium coccineum. Catania, 1899. 4°.

Baggi V. — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 64. Torino, 1899. 8°.

Berlese A. — Osservazioni circa proposte per allontanare i parassiti delle piante mercè iniezioni interorganiche. Firenze, 1899. 8°.

Canestrini G. e *Kramer P.* — Demodicidae und Sarcoptidae. Berlin, 1899. 8°.

Caruso G. — La barbabietola da zucchero nell' amministrazione diretta e nella colonìa parziaria. Firenze, 1899. 8°.

D'Achiardi G. — Minerali dei marmi di Carrara. Pisa, 1899. 8°.

Eredia F. — Temperature di Catania e dell' Etna ottenute col metodo delle differenze. Catania, 1899. 8°.

Fiorini M. — Sfere terrestri e celesti di autore italiano oppure fatte o conservate in Italia. Roma, 1899. 8°.

Hjelt E. e *Aschan O.* — Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder organische Chemie. 5. Theil. (Bd. VII d. Rascoe-Schorlommer's ausführliches Lehrbuch d. Chemie von J. W. Brühl.). Braunschweig, 1899. 8°.

Mascari A. — Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari, osservate al R. Osservatorio astro-fisico di Catania nel 1898. Catania, 1899. 4°.

Id. — Sulle protuberanze solari, osservate al R. Osservatorio di Catania nell' anno 1898. Catania, 1899. 4°.

Motta-Coco A. e *Drago S.* — Contributo allo studio delle cause predisponenti alla peneumonite crupale. Torino, 1899. 8°.

Id. id. — Reperto ematologico in un caso di scorbuto. Contributo alla genesi della coagulazione del sangue. Catania, 1899. 8°.

Nuove relazioni intorno ai lavori della R. Stazione di entomologia agraria di Firenze, per cura della Direzione. Serie prima, n. 1. Firenze, 1899. 8°.

Passerini N. — Esperienze sugli usi agricoli e domestici della Formaldeide, sua azione sopra alcuni fermenti viventi. Firenze, 1899. 8°.

Id. — Sulla presenza di fermenti zimici ossidanti nelle piante fanerogame. Firenze, 1899. 8°.

Reina V. — Determinazioni di latitudine e di azimut eseguite nel 1898 nei punti Monte Mario, Monte Cavo, Fiumicino. Firenze, 1899. 4°.

Riccò A., *Zona T.* e *Saija G.* — Calcolo preliminare della differenza di longitudine tra Catania e Palermo e determinazione delle anomalie di gravità in Catania. Catania, 1899. 4°.

Sars G. O. — An account of the Crustacea of Norway. Vol. II Isopoda. Part. XIII, XIV Cryptoniscidae, Appendix. Bergen, 1899. 8°.

Tommasina Th. — Sur la nature et la cause du phénomène des Cohéreurs. Paris, 1899. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 17 settembre 1899.

Matematica. — *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie d'area minima.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

In diverse Note pubblicate in questi Rendiconti [1] e più completamente in una Memoria che si sta ora stampando nel tomo III, serie 3ª, degli Annali di matematica [2], mi sono occupato dei nuovi teoremi del sig. Guichard relativi alla deformazione delle quadriche di rotazione ed ho sviluppato le importanti conseguenze che ne derivano per la teoria delle superficie a curvatura costante.

Anche per le superficie d'area minima, come in più punti della Memoria ho rilevato, si può costruire una teoria perfettamente analoga. E quantunque in questo caso, conoscendosi già in termini finiti tutte le superficie d'area minima, le conseguenze dei teoremi di Guichard non offrano certamente tutto l'interesse inerente al caso delle superficie a curvatura costante, ove costituiscono dei veri e proprî metodi d'integrazione, pure esse meritano ancora, dal punto di vista geometrico, uno studio accurato. Particolarmente interessanti sono le relazioni della accennata teoria colle belle ricerche esposte dal sig. Thybaut nella Memoria: *Sur la déformation du paraboloïde et sur quelques problèmes qui s'y rattachent* [3]. L'elemento più importante di queste

(1) Sedute del 19 febbraio, 5 marzo, 23 aprile e 21 maggio 1899.

(2) *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante.* Le citazioni che si riferiscono a questa Memoria saranno contrassegnate con (M).

(3) Annales de l'École normale supérieure, 3ème, série t. XIV, 1897.

ricerche consiste in quelle singolari congruenze, scoperte da Thybaut, nelle quali le due falde della superficie focale sono superficie d' area minima, corrispondendosi le linee assintotiche sulle due falde. Queste speciali congruenze W [1] si diranno *congruenze di Thybaut.* La presente Nota ha per principale oggetto di far conoscere il legame che esiste fra i teoremi di Guichard relativi alla deformazione del paraboloide di rotazione e le congruenze di Thybaut. Si vedrà che ove si consideri una deformata qualsiasi S_0 del paraboloide di rotazione e le due congruenze di raggi che il teorema di Guichard associa alla S_0 e che sono rispettivamente normali a due superficie $S, \overline{S}$ d' area minima, prendendo delle $S, \overline{S}$ le due superficie d' area minima coniugate in applicabilità, secondo Bonnet, queste, convenientemente collocate nello spazio, saranno appunto le due falde focali di una congruenza di Thybaut. Inversamente tutte le congruenze di Thybaut derivano con questa costruzione dalle deformate del paraboloide.

§ 1.

Corrispondenza dei sistemi ortogonali di S *ai sistemi coniugati di* S_0.

Riprendiamo tutte le notazioni della Memoria e ricordiamo che, essendo S_0 una superficie applicabile sopra una delle cinque ultime superficie fondamentali ed S la superficie a curvatura costante normale ai raggi di una delle due congruenze associate a S_0, secondo i teoremi di Guichard, abbiamo dimostrato (cf. (M) § 10) che i sistemi coniugati di S_0 corrispondono ai sistemi coniugati di S. Questa proprietà scompare nel caso in cui la S_0 sia applicabile sul paraboloide di rotazione e la S sia la superficie d' area minima normale ai raggi di una delle due congruenze associate. In sua vece ne subentra un' altra, egualmente notevole, data dal teorema:

Ad ogni sistema coniugato della superficie S_0 *corrisponde sulla superficie d' area minima* S *un sistema ortogonale* [2].

Per dimostrarlo converrà provare che sussistono nel caso attuale le proporzioni (cf. (M) § 3):

$$\frac{T^2E' + 2Te + E_0 \operatorname{sen}^2\sigma}{D_0} = \frac{T^2F' + 2Tf}{D'_0} = \frac{T^2G' + 2Tg + G_0}{D''_0}.$$

Queste si risolvono, nel caso speciale nostro, nell' unica equazione

$$T^2(3 \cot\sigma\, \sigma'^2 - \sigma'') - 2T\sigma' \cos\sigma + \operatorname{sen}\sigma \cos\sigma = 0,$$

la quale è identicamente soddisfatta a causa delle formole ((M) § 3):

$$\sigma'' = 3 \cot\sigma \,.\, \sigma'^2 \ , \quad 2T\sigma' = \operatorname{sen}\sigma \,.$$

[1] *Lezioni,* cap. XII.

[2] La medesima proprietà sussiste anche se la S_0 è applicabile sull' ellissoide allungato o sull' iperboloide a due falde di rotazione e la S è la superficie *a curvatura media costante* normale ai raggi della congruenza associata.

Se consideriamo poi la seconda superficie d'area minima $\overline{S}$ normale ai raggi della congruenza riflessa, e simmetrica di S rispetto alla superficie riflettente S_0, segue dal teorema superiore che sopra $S, \overline{S}$ si corrispondono i sistemi ortogonali, cioè:

Le due superficie ad area minima $S, \overline{S}$ *normali rispettivamente alle due congruenze associate di una deformata* S_0 *del paraboloide di rotazione, si corrispondono con conservazione degli angoli.*

La medesima cosa risulta anche dal teorema al § 9 (M), secondo il quale sopra $S, \overline{S}$ si corrispondono i sistemi coniugati, in particolare quindi le linee di lunghezza nulla ed i sistemi ortogonali.

§ 2.

Le equazioni fondamentali della trasformazione.

Secondo le considerazioni fondamentali del § 11 (M), occupiamoci ora della inversione del teorema di Guichard relativo alle deformate del paraboloide di rotazione. Supponiamo adunque data una qualunque superficie d'area minima S e cerchiamo se è sempre possibile riportare sulle sue normali, a partire dal piede M, un tale segmento $MM_0 = T$ (variabile da punto a punto), in guisa che il luogo degli estremi M_0 sia una superficie S_0 applicabile sul paraboloide di rotazione e la congruenza delle normali di S sia una delle due congruenze associate alla S_0. Basterà a tale scopo tradurre in calcolo le due proprietà seguenti, che necessariamente dovranno aver luogo:

1° L'angolo σ d'inclinazione del segmento $MM_0 = T$ sopra S_0 deve essere legato alla lunghezza T del segmento della formola ((M) § 4)

$$(\alpha) \qquad \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \sigma} = 2kT,$$

essendo k una costante che si può supporre positiva e che eguaglia il parametro del paraboloide di rotazione.

2° Alle linee di curvatura di S deve corrispondere un sistema coniugato sopra S_0.

Riferiamo la superficie d'area minima S alle sue linee di curvatura u, v e sia (*Lezioni*, cap. XIV)

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2)$$

il quadrato del suo elemento lineare, i raggi principali di curvatura r_1, r_2 avendo le espressioni:

$$r_1 = -e^{2\theta}, \quad r_2 = e^{2\theta};$$

la funzione θ di u, v sarà una soluzione dell'equazione di Liouville:

$$(1) \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial v^2} = e^{-2\theta}.$$

Colle notazioni del § 1 (M), avremo le formole fondamentali:

$$
(2)\quad\begin{cases}
\dfrac{\partial x}{\partial u}=e^{\theta}X_1\,,\ \dfrac{\partial X_1}{\partial u}=-\dfrac{\partial\theta}{\partial v}X_2-e^{-\theta}X_3\,,\ \dfrac{\partial X_2}{\partial u}=\dfrac{\partial\theta}{\partial v}X_1\,,\ \dfrac{\partial X_3}{\partial u}=e^{-\theta}X_1\\[2mm]
\dfrac{\partial x}{\partial v}=e^{\theta}X_2\,,\ \dfrac{\partial X_1}{\partial v}=\dfrac{\partial\theta}{\partial u}X_2\,,\ \dfrac{\partial X_2}{\partial v}=-\dfrac{\partial\theta}{\partial u}X_1+e^{-\theta}X_3\,,\ \dfrac{\partial X_3}{\partial v}=-e^{-\theta}X_2.
\end{cases}
$$

Indicando con x_0, y_0, z_0 le coordinate dell' estremo M_0 del segmento $MM_0 = T$ staccato sulla normale di S, avremo

$$x_0 = x + TX_3\,,\ y_0 = y + TY_3\,,\ z_0 = z + TZ_3\,,$$

da cui derivando deduciamo per le (2):

$$
(3)\quad\begin{cases}
\dfrac{\partial x_0}{\partial u}=(e^{\theta}+Te^{-\theta})X_1+\dfrac{\partial T}{\partial u}X_3\\[2mm]
\dfrac{\partial x_0}{\partial v}=(e^{\theta}-Te^{-\theta})X_2+\dfrac{\partial T}{\partial v}X_3\,.
\end{cases}
$$

Indicando con X_0, Y_0, Z_0 i coseni di direzione della normale in M_0 alla superficie S_0 luogo di M_0, abbiamo dalle (3):

$$\varrho X_0=(e^{\theta}-Te^{-\theta})\frac{\partial T}{\partial u}X_1+(e^{\theta}+Te^{-\theta})\frac{\partial T}{\partial v}X_2-(e^{\theta}-Te^{-\theta})(e^{\theta}+Te^{-\theta})X_3$$

e formole analoghe per $\varrho Y_0, \varrho Z_0$, posto per brevità

$$\varrho^2=(e^{\theta}-Te^{-\theta})^2\left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2+(e^{\theta}+Te^{-\theta})^2\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2+(e^{\theta}+Te^{-\theta})^2(e^{\theta}-Te^{-\theta})^2\,.$$

Ne segue per l' angolo σ la formola

$$\operatorname{sen}\sigma = X_0X_3+Y_0Y_3+Z_0Z_3=-\frac{(e^{\theta}+Te^{-\theta})(e^{\theta}-Te^{-\theta})}{\varrho}$$

e dalla (α) deduciamo quindi intanto per la funzione incognita T una prima equazione a derivate parziali (del 1° ordine) a cui deve soddisfare e cioè:

$$
\text{(I)}\qquad \frac{1}{(e^{\theta}+Te^{-\theta})^2}\left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2+\frac{1}{(e^{\theta}-Te^{-\theta})^2}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2+1=2kT\,.
$$

Esprimendo ora in secondo luogo che sulla S_0 il sistema u, v deve essere coniugato, ciò che porta l' annullarsi del determinante

$$
\begin{vmatrix}
\dfrac{\partial^2 x_0}{\partial u\,\partial v} & \dfrac{\partial^2 y_0}{\partial u\,\partial v} & \dfrac{\partial^2 z_0}{\partial u\,\partial v}\\[2mm]
\dfrac{\partial x_0}{\partial u} & \dfrac{\partial y_0}{\partial u} & \dfrac{\partial z_0}{\partial u}\\[2mm]
\dfrac{\partial x_0}{\partial v} & \dfrac{\partial y_0}{\partial v} & \dfrac{\partial z_0}{\partial v}
\end{vmatrix},
$$

e sostituendo in questo determinante i valori (3) e quelli che ne seguono per una nuova derivazione, ne deduciamo che T deve anche soddisfare l'equazione del 2° ordine:

$$(\mathrm{II})\quad \frac{\partial^2 T}{\partial u \partial v}=\left(\frac{e^{-\theta}}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}-\frac{e^{-\theta}}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\right)\frac{\partial T}{\partial u}\frac{\partial T}{\partial v}+\frac{e^{\theta}-Te^{-\theta}}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial \theta}{\partial v}\frac{\partial T}{\partial u}+\frac{e^{\theta}+Te^{-\theta}}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial \theta}{\partial u}\frac{\partial T}{\partial v}.$$

Queste equazioni (I), (II) sono le equazioni fondamentali della trasformazione; esse costituiscono un sistema illimitatamente integrabile, sicchè la soluzione più generale del sistema contiene due costanti arbitrarie.

§ 3.

Illimitata integrabilità del sistema (I) (II).

Derivando la (I) rapporto ad u e v e combinando le equazioni risultanti colla (II) deduciamo il sistema completo seguente di equazioni del 2° ordine [1]:

$$(\mathrm{III})\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right)=k(e^{\theta}+Te^{-\theta})-\frac{\partial \theta}{\partial v}\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}-\frac{e^{-\theta}}{(e^{\theta}-Te^{-\theta})^2}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2\\
&\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right)=\frac{\partial \theta}{\partial u}\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}-e^{-\theta}\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\\
&\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right)=\frac{\partial \theta}{\partial v}\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}+e^{-\theta}\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\\
&\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right)=k(e^{\theta}-Te^{-\theta})-\frac{\partial \theta}{\partial u}\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}+\frac{e^{-\theta}}{(e^{\theta}+Te^{-\theta})^2}\left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2,
\end{aligned}\right.$$

dove per comodità di calcolo abbiamo scritto due volte, sotto forme diverse, l'equazione media (II).

Se deriviamo la prima delle (III) rapporto a v, la seconda rapporto ad u e sottragghiamo osservando la (I), troviamo identicamente soddisfatta la condizione d'integrabilità:

$$\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\left(\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right)=\frac{\partial^2}{\partial v \partial u}\left(\frac{1}{e^{\theta}+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right).$$

Analogamente si verifica per l'altra

$$\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\left(\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right)=\frac{\partial^2}{\partial v \partial u}\left(\frac{1}{e^{\theta}-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right),$$

procedendo nel medesimo modo colle due ultime (III).

[1] Come al § 12 (M) si lascia da parte il caso ovvio in cui si avesse $\frac{\partial T}{\partial u}=0$ o $\frac{\partial T}{\partial v}=0$. Allora la S_0 sarebbe una delle deformate di rotazione del paraboloide e la S sarebbe il catenoide.

Segue di qui che il sistema (I), (III) è illimitatamente integrabile e si può quindi assegnare ad arbitrio per un sistema iniziale $(u_0\, v_0)$ di valori delle variabili u, v i valori di

$$T, \frac{\partial T}{\partial u}, \frac{\partial T}{\partial v},$$

purchè soddisfino la (I). Che se poi non fissiamo a priori il valore della costante k (parametro del paraboloide) si potranno assumere affatto ad arbitrio i valori iniziali di

$$T, \frac{\partial T}{\partial u}, \frac{\partial T}{\partial v}$$

e il parametro k del paraboloide risulterà in conseguenza fissato dalla (I).

§ 4.

Verifiche relative alla superficie riflettente S_0.

Scelta per T una soluzione qualsiasi del sistema (I), (III), consideriamo la superficie S_0 luogo degli estremi M_0 dei segmenti T staccati sulle normali di S e dimostriamo: 1° che la S_0 sarà applicabile sul paraboloide di rotazione di parametro k; 2° che la congruenza delle normali di S sarà una delle due associate alla S_0 secondo il teorema di Guichard.

Se indichiamo con

$$ds_0^2 = E_0\, du^2 + 2F_0\, du dv + G_0\, dv^2$$

il quadrato dell'elemento lineare di S_0, dalle (3) troviamo:

$$(4)\; E_0 = (e^\theta + Te^{-\theta})^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2, \quad F_0 = \frac{\partial T}{\partial u}\frac{\partial T}{\partial v}, \quad G_0 = (e^\theta - Te^{-\theta})^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2,$$

indi per la (I)

$$E_0 G_0 - F_0^2 = 2kT(e^\theta + Te^{-\theta})^2 (e^\theta - Te^{-\theta})^2$$

Calcolando mediante la formola di Bonnet [1] la curvatura geodetica $\frac{1}{\rho_T}$ che hanno sulla S_0 le linee $T = \text{cost}^{\text{te}}$, abbiamo quindi:

$$\frac{1}{\rho_T} = \frac{-1}{\sqrt{2kT}\,.\,(e^\theta + Te^{-\theta})(e^\theta - Te^{-\theta})}$$
$$\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{1}{\sqrt{2kT-1}}\frac{e^\theta - Te^{-\theta}}{e^\theta + Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right] + \frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{1}{\sqrt{2kT-1}}\frac{e^\theta + Te^{-\theta}}{e^\theta - Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right]\right\}.$$

Ma dalle (III) risulta subito la formola

$$\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{e^\theta - Te^{-\theta}}{e^\theta + Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}\right] + \frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{e^\theta + Te^{-\theta}}{e^\theta - Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}\right] = 2k(e^\theta + Te^{-\theta})(e^\theta - Te^{-\theta})$$

[1] *Lezioni*, pag. 145.

ed osservando la (I), la precedente ci dà:

$$\frac{1}{\varrho_T}=\frac{-k}{\sqrt{2kT(2kT-1)}}. \tag{6}$$

Queste linee $T = \text{cost}^{te}$ sono dunque a curvatura geodetica costante ed ora dimostreremo di più che esse sono geodeticamente parallele. E infatti l'equazione differenziale

$$\left(E_0 \frac{\partial T}{\partial v} - F_0 \frac{\partial T}{\partial u}\right) du + \left(F_0 \frac{\partial T}{\partial v} - G_0 \frac{\partial T}{\partial u}\right) dv = 0$$

delle loro traiettorie ortogonali si scrive:

$$(e^\theta + Te^{-\theta})^2 \frac{\partial T}{\partial v} du - (e^\theta - Te^{-\theta})^2 \frac{\partial T}{\partial u} dv = 0 . \tag{7}$$

Per la curvatura geodetica $\frac{1}{\varrho_g}$ di queste linee abbiamo quindi dalla seconda formola di Bonnet ([1])

$$\frac{1}{\varrho_g} = 0 .$$

Dunque le linee integrali della (7) sono geodetiche ed indicando con w il loro arco, contato da una traiettoria ortogonale fissa, avremo da una nota formola ([2])

$$w = \int \sqrt{\frac{2kT}{2kT-1}}\, dT .$$

La nostra superficie S_0 è dunque applicabile sopra una superficie di rotazione e se indichiamo con

$$ds_0^2 = dw^2 + r^2\, dv_1^2 \quad (r = f(w))$$

la forma normale del suo elemento lineare, avremo dalla (6)

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{dw} = \frac{k}{\sqrt{2kT(2kT-1)}},$$

ovvero

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{dT} = \frac{k}{2kT-1},$$

da cui integrando

$$r = c\sqrt{2kT-1},$$

indicando c una costante. Ne deduciamo

$$ds_0^2 = \frac{2kT}{2kT-1}\, dT^2 + c^2(2kT-1)\, dv_1 ,$$

([1]) *Lezioni*, pag. 146.

([2]) *Lezioni*, pag. 163

od anche

$$ds_0^2 = \frac{1}{k^2c^2}\left(1+\frac{r^2}{c^2}\right)dr^2 + r^2\,dv_1^2 .$$

Prendendo per la costante arbitraria c il valore $c=\frac{1}{k}$, abbiamo appunto l'elemento lineare del paraboloide di rotazione di parametro k.

Così è dimostrata la nostra prima asserzione. Per provare anche la seconda, osserviamo intanto che le linee $T = \text{cost}^{te}$ sopra S_0, cioè le deformate dei paralleli del paraboloide, sono normali ai segmenti MM_0, poichè lungo una tale linea i segmenti costanti MM_0 descrivono una superficie rigata sulla quale la linea luogo dell'estremo M taglia ad angolo retto le generatrici. Per l'angolo σ d'inclinazione del segmento MM_0 sulla S'_0 si ha poi

$$\operatorname{sen}\sigma = X_0X_3 + Y_0Y_3 + Z_0Z_3 ,$$

indi dalla (I)

$$\frac{1}{\operatorname{sen}^2\sigma} = 2kT$$

e però

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{1}{\sqrt{2kT-1}} = \frac{1}{kr} .$$

Questa formola ci dimostra appunto (cf. (M) § 4) che le normali di S formano una delle due congruenze associate a S_0.

§ 5.

Le equazioni simultanee (III) *cangiate in un sistema lineare ed omogeneo.*

Come per le equazioni di trasformazione delle superficie a curvatura costante ((M) cap. IV), così anche nel caso attuale giova cangiare le equazioni fondamentali di trasformazione (III) in un sistema lineare ed omogeneo, ciò che si ottiene procedendo nel modo seguente:

In forza delle (I), (III), l'espressione differenziale

$$\frac{e^\theta}{T(e^\theta + Te^{-\theta})}\frac{\partial T}{\partial u}du + \frac{e^\theta}{e^\theta - Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}dv$$

è il differenziale esatto di una funzione di u, v che indicheremo con $\log\Phi$, talchè avremo:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial u} = \frac{e^\theta\Phi}{T}\frac{1}{e^\theta + Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial v} = \frac{e^\theta\Phi}{T}\frac{1}{e^\theta - Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v} .$$

Se introduciamo inoltre una seconda funzione incognita W, ponendo

$$\frac{\Phi}{T} = W ,$$

dalle (III) otteniamo per le due funzioni incognite Φ, W il seguente sistema *lineare ed omogeneo*:

$$
(A)\quad \begin{cases}
\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} = \dfrac{\partial\theta}{\partial u}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u} - \dfrac{\partial\theta}{\partial v}\dfrac{\partial\Phi}{\partial v} - k\Phi + (ke^{2\theta}+1)\,W \\
\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial u\,\partial v} = \dfrac{\partial\theta}{\partial v}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u} + \dfrac{\partial\theta}{\partial u}\dfrac{\partial\Phi}{\partial v} \\
\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial v^2} = -\dfrac{\partial\theta}{\partial u}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u} + \dfrac{\partial\theta}{\partial v}\dfrac{\partial\Phi}{\partial v} + k\Phi + (ke^{2\theta}-1)\,W
\end{cases}
$$

$$
(B)\qquad \frac{\partial W}{\partial u} = -e^{-2\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial u},\quad \frac{\partial W}{\partial v} = e^{-2\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial v}.
$$

In forza della equazione (1) cui soddisfa θ, questo sistema (A), (B) è illimitatamente integrabile, come agevolmente si verifica. Per una coppia (Φ, W) di soluzioni si possono quindi fissare ad arbitrio i valori iniziali di

$$
W\,,\ \Phi\,,\ \frac{\partial\Phi}{\partial u}\,,\ \frac{\partial\Phi}{\partial v}\,,
$$

e la soluzione stessa ne risulterà pienamente determinata.

Osserviamo poi che se Φ, W soddisfano le (A), (B), inversamente la funzione

$$
T = \frac{\Phi}{W}
$$

verrà a soddisfare le equazioni (III).

Ricordiamo però che T deve inoltre soddisfare la (I), la quale per le attuali funzioni incognite Φ, W si traduce nella equazione

$$
(C)\qquad e^{-2\theta}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial v}\right)^2\right] - 2k\Phi W + W^2 = 0.
$$

Ora se per una coppia qualsiasi Φ, W di soluzioni del sistema (A), (B) indichiamo per un momento con Δ il primo membro della (C), troviamo subito che, in forza delle (A), (B) stesse, si ha:

$$
\frac{\partial\Delta}{\partial u} = 0\quad \frac{\partial\Delta}{\partial v} = 0\,,
$$

cioè $\Delta = \text{cost}^{\text{te}}$. *Basta dunque che i valori iniziali di* W, Φ, $\dfrac{\partial\Phi}{\partial u}$ $\dfrac{\partial\Phi}{\partial v}$ *soddisfino la* (C) *e questa risulterà verificata per tutti i valori di* $u\,,v$ *e conseguentemente la funzione* $T = \dfrac{\Phi}{W}$ *soddisferà le equazioni di trasformazione* (I) (III).

Così resta nuovamente dimostrata la illimitata integrabilità del sistema (I), (III).

Scritte le equazioni di trasformazione delle superficie S ad area minima sotto la forma (A), (B), (C), facilmente si generalizzano a coordinate curvilinee qualsiasi u, v a cui la superficie minima S si supponga riferita. Indicando con

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$$
$$D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2$$

le due forme quadratiche fondamentali di S, il detto sistema si scrive:

$$(\mathrm{A}^\star)\quad\left\{\begin{aligned}
\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} &= \begin{Bmatrix}11\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \begin{Bmatrix}11\\2\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial v} + kEW + (k\Phi - W)D\\
\frac{\partial^2\Phi}{\partial u\partial v} &= \begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial v} + kFW + (k\Phi - W)D'\\
\frac{\partial^2\Phi}{\partial v^2} &= \begin{Bmatrix}22\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \begin{Bmatrix}22\\2\end{Bmatrix}\frac{\partial\Phi}{\partial v} + kGW + (k\Phi - W)D''
\end{aligned}\right.$$

$$(\mathrm{B}^\star)\quad\left\{\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial u} &= \frac{GD - FD'}{EG - F^2}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \frac{ED' - FD}{EG - F^2}\frac{\partial\Phi}{\partial v}\\
\frac{\partial W}{\partial v} &= \frac{GD' - FD''}{EG - F^2}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \frac{ED'' - FD'}{EG - F^2}\frac{\partial\Phi}{\partial v}
\end{aligned}\right.$$

$$(\mathrm{C}^\star)\qquad \Delta_1\Phi + W^2 - 2k\Phi W = 0\,,$$

i simboli di Christoffel ed il parametro differenziale $\Delta_1\,\Phi$ essendo calcolati rispetto alla prima forma quadratica fondamentale

$$E du^2 + 2F du dv + G dv^2\,.$$

§ 6.

La superficie trasformata $\overline{S}$ *ad area minima.*

Se le normali della superficie minima S si riflettono sulla deformata S_0 del paraboloide di rotazione, i raggi riflessi sono alla loro volta, come sappiamo, normali ad una seconda superficie minima $\overline{S}$, simmetrica di S rispetto a S_0. Sia $\overline{M}$ il punto della trasformata $\overline{S}$ corrispondente al punto M della primitiva. Per calcolare le coordinate $\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{z}$ di $\overline{M}$ basterà osservare che il segmento $M\overline{M}$ è normale nel suo punto medio al piano tangente di S_0 in M_0 e si troverà subito (cfr. (M) § 15):

$$\overline{x} = x - \frac{1}{k}\left(\frac{1}{e^\theta + Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}X_1 + \frac{1}{e^\theta - Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}X_2 - X_3\right)$$

colle analoghe per $\overline{y}$, $\overline{z}$. Siccome poi i coseni $\overline{X}_3$, $\overline{Y}_3$, $\overline{Z}_3$ di direzione della normale alla $\overline{S}$ sono proporzionali alle differenze

$$\overline{x} - x_0\,,\ \overline{y} - y_0\,,\ \overline{z} - z_0\,,$$

avremo

$$\overline{X}_3=\frac{1}{kT}\left\{\frac{1}{e^\theta+Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial u}X_1+\frac{1}{e^\theta-Te^{-\theta}}\frac{\partial T}{\partial v}X_2+(kT-1)X_3\right\}$$

e analogamente per $\overline{Y}_3$, $\overline{Z}_3$.

Se introduciamo ora in luogo di T le due funzioni Φ, W, otteniamo per definire la superficie trasformata $\overline{S}$ d'area minima le formole:

$$\overline{x}=x+\frac{1}{k}\left(X_3-\frac{e^{-\theta}}{W}\frac{\partial\Phi}{\partial u}X_1-\frac{e^{-\theta}}{W}\frac{\partial\Phi}{\partial v}X_2\right) \tag{8}$$

$$\overline{X}_3=\frac{e^{-\theta}}{k\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial u}X_1+\frac{e^{-\theta}}{k\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial v}X_2+\left(1-\frac{W}{k\Phi}\right)X_3. \tag{9}$$

Con queste formole possiamo facilmente procedere alla verifica di tutte le proprietà della trasformazione. In primo luogo dalle (8) derivando e facendo uso delle (A), (B) deduciamo le formole:

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial\overline{x}}{\partial u}&=\frac{e^{-\theta}}{W}\left\{\left[\Phi-\frac{e^{-2\theta}}{kW}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2\right]X_1-\frac{e^{-2\theta}}{kW}\frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\Phi}{\partial v}X_2+\frac{c^{-\theta}}{k}\frac{\partial\Phi}{\partial u}X_3\right\}\\ \frac{\partial\overline{x}}{\partial v}&=\frac{e^{-\theta}}{W}\left\{\frac{e^{-2\theta}}{kW}\frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\Phi}{\partial v}X_1-\left[\Phi-\frac{e^{-2\theta}}{kW}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial v}\right)^2\right]X_2-\frac{e^{-\theta}}{k}\frac{\partial\Phi}{\partial v}X_3\right\},\end{aligned}\right.$$

dalle quali pel quadrato dell'elemento lineare $d\overline{s}$ della $\overline{S}$ troviamo

$$d\overline{s}^2=\frac{\Phi^2e^{-2\theta}}{W^2}(du^2+dv^2)$$

e questa ci dimostra intanto che la $\overline{S}$ è rappresentata in modo conforme sulla S. Di più se deriviamo anche le (9) rispetto ad u, v, troviamo

$$\frac{\partial\overline{X}_3}{\partial u}=\frac{W^2e^{2\theta}}{\Phi^2}\frac{\partial\overline{x}}{\partial u},\quad \frac{\partial\overline{X}_3}{\partial v}=-\frac{W^2e^{2\theta}}{\Phi^2}\frac{\partial\overline{x}}{\partial v}, \tag{10}$$

onde segue che sulla $\overline{S}$ le linee u, v sono le linee di curvatura ed i raggi principali di curvatura di $\overline{S}$ sono

$$\overline{r}_2=T^2e^{-2\theta},\quad r_1=-T^2e^{-2\theta} \tag{11}$$

e però la $\overline{S}$ stessa è una superficie d'area minima, ciò che completa le nostre verifiche.

§ 7.

Relazione colle congruenze di Thybaut.

Ogni superficie ad area minima S ne definisce, a meno di una traslazione nello spazio, una seconda Σ, la *coniugata in applicabilità* [1] secondo Bonnet, che corrisponde alla S, 1° per parallelismo delle normali, 2° per ortogonalità di elementi, 3° per eguaglianza di elemento lineare. Essendo nel

[1] *Lezioni*, pag. 346.

caso nostro la S riferita ad un sistema ortogonale isotermo u, v, con parametri isometrici, le coordinate ξ, η, ζ del punto della coniugata Σ che corrisponde al punto (x, y, z) di S sono definite, a meno di costanti additive, dalle formole:

$$
(12) \qquad \left\{ \begin{array}{lll}
\dfrac{\partial \xi}{\partial u} = \dfrac{\partial x}{\partial v}, & \dfrac{\partial \eta}{\partial u} = \dfrac{\partial y}{\partial v}, & \dfrac{\partial \zeta}{\partial u} = \dfrac{\partial z}{\partial v} \\[2ex]
\dfrac{\partial \xi}{\partial v} = -\dfrac{\partial x}{\partial u}, & \dfrac{\partial \eta}{\partial v} = -\dfrac{\partial y}{\partial u}, & \dfrac{\partial \zeta}{\partial v} = -\dfrac{\partial z}{\partial u}.
\end{array} \right.
$$

Indichiamo similmente con $\overline{\Sigma}$ la coniugata in applicabilità della $\overline{S}$ ed avremo le formole analoghe:

$$
(12^*) \qquad \left\{ \begin{array}{lll}
\dfrac{\partial \overline{\xi}}{\partial u} = \dfrac{\partial \overline{x}}{\partial v}, & \dfrac{\partial \overline{\eta}}{\partial u} = \dfrac{\partial \overline{y}}{\partial v}, & \dfrac{\partial \overline{\zeta}}{\partial u} = \dfrac{\partial \overline{z}}{\partial v}. \\[2ex]
\dfrac{\partial \overline{\xi}}{\partial v} = -\dfrac{\partial \overline{x}}{\partial u}, & \dfrac{\partial \overline{\eta}}{\partial v} = -\dfrac{\partial \overline{y}}{\partial u}, & \dfrac{\partial \overline{\zeta}}{\partial v} = \dfrac{\partial \overline{z}}{\partial u}.
\end{array} \right.
$$

Ora dimostriamo che prendendo convenientemente le costanti additive in ξ, η, ζ; $\overline{\xi}, \overline{\eta}, \overline{\zeta}$, potremo far sì che le due superficie d'area minima Σ, $\overline{\Sigma}$ risultino le falde focali della congruenza di raggi che ne uniscono i punti corrispondenti. Bisognerà per ciò che il raggio variabile di questa congruenza riesca tangente tanto alla Σ quanto alla $\overline{\Sigma}$ cioè abbia la direzione normale alle due direzioni

$$(X_3, Y_3, Z_3), (\overline{X}_3, \overline{Y}_3, \overline{Z}_3);$$

i suoi coseni di direzione dovranno dunque riuscire proporzionali alle differenze:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v} X_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial u} X_2, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial v} Y_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial u} Y_2, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial v} Z_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial u} Z_2.$$

Basterà dunque dimostrare che prese ξ, η, ζ in modo da soddisfare le (12), si potrà determinare una conveniente funzione Λ di u, v in guisa che ponendo

$$
\left\{ \begin{array}{l}
\overline{\xi} = \xi + \Lambda\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} X_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} X_2\right) \\[2ex]
\overline{\eta} = \eta + \Lambda\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} Y_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} Y_2\right) \\[2ex]
\overline{\zeta} = \zeta + \Lambda\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} Z_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} Z_2\right),
\end{array} \right.
$$

questi valori di $\overline{\xi}, \overline{\eta}, \overline{\zeta}$ soddisfino le (12). Dalle nostre formole precedenti facilmente si deduce che è necessario per ciò e basta assumere

$$\Lambda = \frac{e^{-\theta}}{k W}.$$

Dunque le formole:

$$(13)\qquad \begin{cases} \overline{\xi} = \xi + \dfrac{e^{-\theta}}{kW}\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} X_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} X_2\right) \\ \overline{\eta} = \eta + \dfrac{e^{-\theta}}{kW}\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} Y_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} Y_2\right) \\ \overline{\zeta} = \zeta + \dfrac{e^{-\theta}}{kW}\left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} Z_1 - \dfrac{\partial \Phi}{\partial u} Z_2\right) \end{cases}$$

definiscono la superficie $\overline{\Sigma}$ coniugata in applicabilità della trasformata $\overline{S}$ e dimostrano che le due superficie minime Σ, $\overline{\Sigma}$ sono le due falde focali di una medesima congruenza. Poichè inoltre sopra Σ, $\overline{\Sigma}$ si corrispondono le assintotiche, è questa una congruenza di Thybaut.

Abbiamo dunque il teorema:

Se per una deformata qualsiasi S_0 *del paraboloide di rotazione si costruiscono le due congruenze associate, secondo il teorema di Guichard, normali rispettivamente a due superficie d'area minima* S, $\overline{S}$, *le coniugate in applicabilità di queste* Σ, $\overline{\Sigma}$, *convenientemente collocate nello spazio, costituiscono le due falde focali di una congruenza di Thybaut.*

Partendo dalle formole di Weierstrass per le superficie d'area minima, il sig. Thybaut, ha determinato direttamente tutte le congruenze W, le cui falde focali sono superficie d'area minima (l. c., n. 12-14). Dai risultati di Thybaut segue facilmente la proposizione inversa:

Ogni congruenza W *le cui falde focali siano superficie d'area minima, deriva, colla costruzione precedente, da una deformata del paraboloide di rotazione*

§ 8.

Le deformazioni infinitesime delle due falde focali di una congruenza di Thybaut.

Indichiamo ora rapidamente come dalle nostre formole seguano le altre principali proprietà delle congruenze di Thybaut. Ciascuna falda focale di una tale congruenza W è suscettibile di una deformazione infinitesima nella quale ogni punto si sposta parallelamente alla normale nel punto corrispondente all'altra falda [1]. Così le componenti dello spostamento che subisce un punto (ξ, η, ζ) di Σ sono proporzionali a

$$\overline{X}_3\,,\ \overline{Y}_3\,,\ \overline{Z}_3$$

e dalle nostre formole si trova subito che questo fattore di proporzionalità è precisamente la funzione Φ, talchè le formole

$$x' = \Phi \overline{X}_3\,,\ y' = \Phi \overline{Y}_3\,,\ z' = \Phi \overline{Z}_3$$

[1] *Lezioni*, pag. 300.

danno le coordinate di un punto mobile sulla superficie S′ corrispondente alla Σ per ortogonalità di elementi. In secondo luogo la funzione *caratteristica* di Weingarten ([1]) per la detta deformazione è l'altra funzione W. Vediamo adunque che il significato geometrico delle nostre funzioni ausiliarie Φ, W è il seguente:

1° La funzione Φ è proporzionale all'ampiezza dello spostamento che subisce ogni punto della superficie d'area minima Σ nella deformazione infinitesima considerata.

2° La W è la funzione caratteristica della deformazione, cioè la componente secondo la normale della rotazione subìta da ogni elemento superficiale.

È notevole che passando alla seconda falda focale $\overline{\Sigma}$ della congruenza di Thybaut si scambiano fra loro Φ, W mutandosi nello stesso tempo nelle loro inverse, cioè: *Nella deformazione infinitesima della seconda falda $\overline{\Sigma}$ della congruenza di Thybaut l'ampiezza dollo spostamento è proporzionale a $\frac{1}{W}$ e la funzione caratteristica è $=\frac{1}{\Phi}$.*

Si consideri ora la superficie Σ_1 *associata* a Σ nella deformazione infinitesima ([2]) cioè la superficie inviluppo del piano

$$x_1 X_3 + y_1 Y_3 + z_1 Z_3 = W.$$

Per le coordinate x_1, y_1, z_1 del punto di contatto troviamo

$$x_1 = W X_3 - e^{-\theta} \frac{\partial \Phi}{\partial u} V_1 - e^{-\theta} \frac{\partial \Phi}{\partial v} X_2 \tag{14}$$

e analogamente per y_1, z_1. Di qui derivando segue

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial u} &= \quad k(e^{-\theta}\Phi - e^{\theta} W) X_1 \\ \frac{\partial x_1}{\partial v} &= -k(e^{-\theta}\Phi + e^{\theta} W) X_2 \end{aligned}\right.$$

e poichè si ha

$$\frac{\partial X_3}{\partial u} = e^{-\theta} X_1, \quad \frac{\partial X_3}{\partial v} = -e^{-\theta} X_2,$$

vediamo che sulla Σ_1 le linee u, v sono le linee di curvatura e i raggi principali di curvatura $\varrho_1\, \varrho_2$ della Σ_1 sono dati da

$$\left\{\begin{aligned} \varrho_1 &= k(\Phi + e^{2\theta} W) \\ \varrho_2 &= k(\Phi - e^{2\theta} W). \end{aligned}\right. \tag{15}$$

([1]) *Lezioni*, pag. 275.
([2]) *Lezioni*, pag. 279.

Se, colle notazioni di Weingarten, indichiamo con p la distanza dell' origine dal piano tangente di Σ_1 e con $2q$ il quadrato della distanza dell' origine dal punto di contatto, abbiamo

$$p = W$$
$$2q = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = 2k\Phi W.$$

Ma dalla (15) sommando deduciamo

$$\varrho_1 + \varrho_2 = 2k\Phi = \frac{2q}{p},$$

onde concludiamo: *Le superficie associate ad una falda di una congruenza di Thybaut, nella relativa deformazione infinitesima, soddisfano alla equazione di Weingarten*

$$(\beta) \qquad \varrho_1 + \varrho_2 = \frac{2q}{p}.$$

Viceversa risulta dalle ricerche di Thybaut che ogni superficie i cui raggi principali di curvatura verificano questa relazione (β) ha a comune con una superficie d' area minima l' immagine sferica delle linee di curvatura ed è associata alla sua coniugata in applicabilità. In fine le due superficie della classe (β) associate alle due falde di una congruenza di Thybaut derivano l' una dall' altra con una inversione per raggi vettori reciproci rispetto all' origine.

Zoologia medica. — *Ancora sulla malaria.* Nota preliminare del Socio B. Grassi.

Riassumo brevemente alcune osservazioni, che mi sembrano degne di particolare nota.

Parassiti malarici. I. — Nelle precedenti comunicazioni notasi una lacuna riguardo a quanto succede dei gameti nel lume dell' intestino medio dell' anofele, nelle prime 40 ore circa (a 30° C. circa) dopo che esso ha succhiato il sangue infetto. Recentemente avendo potuto, grazie alla gentilezza del prof. Gualdi, disporre di malati in buone condizioni, ho potuto colmare questa lacuna.

Si verifica precisamente quanto Dionisi ed io avevamo supposto per argomento d' analogia.

D' estate da 12 a 24 ore circa dopo che l' anofele si è nutrito, si rilevano nel suo contenuto intestinale i zigoti. Essi assumono forme svariate, ricordanti più o meno i miracidi, le redie, le sporocisti e le cercarie dei Trematodi ecc.

Il pigmento (alludo specialmente al zigote derivato dalle semilune) invece di trovarsi nella posizione solita della semiluna, sta accumulato a gran prefe-

renza nell' estremità posteriore, talvolta anche sparso per il corpo, sopratutto posteriormente, come nel vermicolo dell' *Halteridium*, al quale rassomiglia molto.

Esso misura da 14 a 18 μ.

Il zigote migra tra le cellule epiteliali dell' intestino medio, tra le quali appunto si trova dopo 40 ore.

II. Alcuni sporozoi malarici sviluppandosi nell'anofele, invece che venire a sporgere esternamente dall' intestino medio, sporgono dentro il lume dell' intestino stesso.

III. Ho potuto precisare meglio lo sviluppo delle cosidette spore brune, che sono in realtà forme d' involuzione (Grassi, Bignami e Bastianelli).

Nella capsula scoppiata dello sporozoo possono rimanere degli sporozoiti e dei residui di segmentazione. Attorno agli uni e agli altri si forma una capsula bruna. Si hanno così le due sorta di cosidette spore brune: le une a forma più o meno spiccata di serpentello, derivata appunto dagli sporozoiti; le altre più o meno tondeggianti e di dimensioni molto varie, derivate invece dai residui di segmentazione. Il verificarsi la formazione della capsula non soltanto allorno allo sporozoito, ma anche attorno al residuo di segmentazione, dimostra in modo assoluto che il processo è involutivo e non già fisiologico, e che non si tratta di funghi parassiti, come recentemente suppose Ross.

IV. Non potendo fare una descrizione particolareggiata dei parassiti malarici nel corpo dell' anofele senza il sussidio delle figure, mi limiterò a dichiarare che anche in essi si riscontra il nucleo molto simile a quello descritto da me e da Feletti fin dal 1890 nei parassiti malarici dentro il corpo dell' uomo.

Anofeli. — I. Nei terreni che si presentano acquitrinosi (umidi, cioè, senza che si raccolga acqua alla superficie) non ho trovato mai larve e ninfe di anofele.

II. Riguardo alle distanze a cui può spingersi l'anofele, sono notevoli i fatti di Sezze, Sermoneta e Norma. A Sezze e a Sermoneta abbondano gli anofeli maschi e femmine nelle case più basse e guardanti le paludi Pontine. A Norma invece sono rarissimi tanto che io vi ho trovato soltanto due femmine.

Studiando le condizioni locali di Sermoneta (altezza m. 257) si acquista la convinzione che gli anofeli nascono nelle acque paludose immediatamente sottostanti (molte larve si trovano anche nell' acqua solfurea (alt. 16 m.) al piede di Sermoneta).

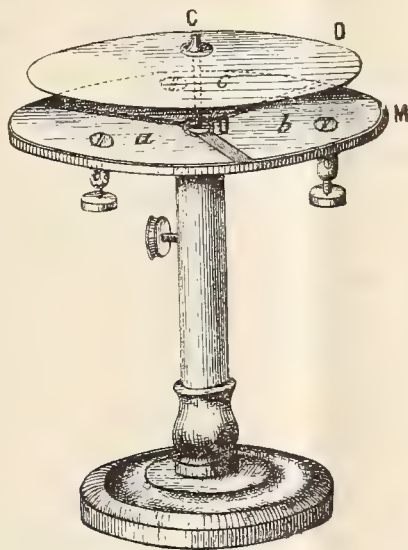
Gli anofeli che si trovano a Norma (alt. 343 m.) nascono a Ninfa (alt. 24 m.),

Anche gli anofeli di Sezze (alt. 319 m.) nascono probabilmente in molta parte nell' acqua paludosa al piede di questa città, la quale però possiede anche un focolaio di anofeli per proprio conto (Le Fontane alt. 230 m.).

III. In non poche località malariche il numero degli anofeli è relativamente tanto poco considerevole da poter far ritenere facile il guardarsene.

IV. La puntura di un solo anofele si è dimostrata sufficiente per infettare un uomo. Dopo la puntura, le ghiandole salivari erano intieramente liberate dagli sporozoiti, che però non dovevano essere molto numerosi, giudicando dal numero delle capsule svuotate che si riscontravano sulla parete intestinale e da molti altri anofeli in uguali condizioni.

Fisica. — *Rotazioni elettrostatiche prodotte per mezzo di differenze di potenziale alternative* (1). Nota di Riccardo Arnò, presentata dal Socio Blaserna.

Il fenomeno, da me posto in evidenza, della rotazione di un cilindro dielettrico in un campo elettrico rotante (2) ed i risultati delle mie ricerche sulla dissipazione di energia, che avviene nel dielettrico sottoposto all'azione del

detto campo (3), dimostrano l'esistenza di un ritardo con cui la polarizzazione del dielettrico segue la rotazione del campo stesso.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica della Ditta Pirelli & C. in Milano. Al comm. Pirelli ed all' ing. Iona, direttore del Laboratorio, i ringraziamenti del cuore riconoscente.

(2) Rendiconti, fascicolo del 16 ottobre 1892.

(3) Rendiconti, fascicolo del 30 aprile e 12 novembre 1893, 18 marzo, 17 giugno e 18 novembre 1894, 12 aprile 1896.

Le difficoltà che, per effettuare tali ricerche, si presentano nella costruzione dei cilindri dielettrici — in ispecie trattandosi di alcuni determinati corpi, come ad esempio è la mica — mi condussero a pensare se non sarebbe stato possibile di ottenere effetti simili a quelli ricavati con le mie antecedenti esperienze, operando, invece che su cilindri, sopra semplici dischi di materia dielettrica.

La presente Nota ha per oggetto l'esposizione di un nuovo esperimento, che io ebbi occasione di escogitare e di eseguire nell'intento di risolvere una tale questione.

Sia M un disco metallico suddiviso in tre settori *a*, *b*, *c*; e sia D un disco di materia dielettrica, capace di rotare intorno al suo centro C, situato sull'asse dell'apparecchio ed a breve distanza dal centro O del disco metallico M.

Se i tre settori *a*, *b*, *c*, vengono rispettivamente posti in comunicazione coi tre conduttori di un sistema trifase, il disco D prende a rotare in un determinato senso intorno al proprio asse: purchè la differenza di potenziale fra due qualunque dei tre conduttori abbia o superi un determinato valore, dipendente dalle distanze fra i settori *a*, *b*, *c*, e dalla distanza O C fra i centri dei due dischi M, D. E se, mentre il disco sta girando in quel determinato senso, vengono invertite le comunicazioni di due qualunque dei settori *a*, *b*, *c*, coi due conduttori corrispondenti, la rotazione rapidamente si estingue e poscia si inverte.

L'esperienza fu eseguita operando sopra un disco di carta paraffinata dello spessore di un mm., e del diametro di 82 mm., mentre il diametro del disco M era di 120 mm., la distanza dei tre settori *a*, *b*, *c*, l'uno dall'altro, di 11 mm., e la distanza OC, fra i centri dei due dischi, di 9 mm.

In tali condizioni, e con una differenza di potenziale, fra conduttore e conduttore, del valore efficace di 3000 volt, il numero di giri fatti dal disco al 1′ era tale che il computo ne riusciva assolutamente impossibile.

Fisica terrestre. — *Su fenomeni magmastatici verificatisi nei mesi di luglio-agosto 1899, al Vesuvio.* Nota di R. V. Matteucci, presentata dal Corrispondente Bassani.

In una mia precedente Nota [1] parlai del cratere di sprofondamento e del sistema di crepacci connessi con l'efflusso lavico laterale che si stabilì il 3 luglio 1895 e che tuttora continua al Vesuvio.

Dissi come quel giorno 3 luglio, sul fianco W. N. W. del gran cono, si fossero aperte 11 bocche, di cui, la più bassa, a m. 925 s. l. del mare, e come due giorni dopo, il 5 luglio, se ne fosse determinata una dodicesima

[1] R. V. Matteucci, *L'apparato dinamico dell'eruzione vesuviana del 3 luglio 1895.* Rend. d. R. Accad. d. Scienze Fis. e Mat. di Napoli, aprile 1897.

a m. 750. Discutendo allora il modo d'aprirsi lateralmente dei vulcani, ammisi il principio che le fenditure, semplici o in sistema, che danno luogo ad efflussi lavici eccentrici od a serie di crateri di esplosione, si stabiliscono nella massa del monte in uno stesso istante per tutta la loro lunghezza e profondità; e che, se le manifestazioni esterne si presentano con un regolare progresso cronologico dal vertice alla base del cono vulcanico, ciò avviene in relazione alla interna compagine di questo ed alla statica dei magma fluidi.

L'efflusso lavico, cominciato il 5 luglio dalla detta dodicesima bocca (m. 750 s. l. del mare), e pel quale si formò una cupola di 95 metri d'altezza, cessò quando, dopo 19 mesi, il 31 gennaio 1897, principiò a sgorgare il magma da una tredicesima bocca, *40 metri più elevata della precedente* e 250 più prossima all'asse vulcanico, ossia a m. 790 s. l. del mare; o, per essere più precisi, e per risalire dalle cause agli effetti, principiò lo sgorgo lavico dalla bocca più elevata allorchè cessò l'efflusso da quella più bassa.

Questo mi sembrò un fatto interessante, non rientrando nella nota legge secondo cui gli squarci si verificano cronologicamente dall'alto al basso; giacchè tale principio è rigorosamente giusto solo pel momento dello scoppio di un'eruzione laterale, e non è affatto applicabile allorchè un efflusso lavico o manifestazioni esplosive hanno già trovato definitivamente la loro via di sfogo per le più inoltrate e basse lesioni.

Il magma che aveva avuto un continuato alimento dalla 12ª bocca, fino ad ammassarsi e a salire per 95 metri al disopra di essa, e formare la sommità della nuova cupola, trovò alfine in tale penetrazione, dopo 19 mesi, un impedimento maggiore di quello che gli si offriva cambiando strada e prendendo quella di un'altra fenditura 40 metri più elevata. Questa la spiegazione più attendibile del fenomeno avvenuto il 31 gennaio 1897; ed io, considerato 1° che la fuoriuscita della lava continuava abbondantemente per la 13ª bocca, 2° la speciale e nota attitudine dei coni vulcanici ad aprirsi solo in alto quando in basso oppongono una considerevole resistenza alla rottura, 3° che il fianco W. N. W. del gran cono vesuviano, oltrechè da numerose e profonde fratture, è indebolito dall'azione dei gas, fra cui principalmente dell'acido fluoridrico [1], ammisi che codesto fenomeno potesse rinnovarsi in seguito [2].

[1] Fin dal momento in cui il magma ha trovato una uscita per le fenditure W. N. W. del gran cono, l'attività vulcanica si divise fra l'ampio cratere terminale di demolizione (apparato centrale) e le dette fenditure (apparato laterale). Al cratere terminale rimase costantemente un'attività stromboliana più o meno pronunziata; quanto alle fenditure laterali, essendo esse percorse, nella parte profonda, da un'abbondante lava, la loro regione elevata divenne, fin da principio, la sede di vistose fumarole alimentate dai gas e vapori sprigionantisi dalla lava sottofluente.

[2] R. V. Matteucci, *L'apparato dinamico* etc.; Id., *Relazione sulla escursione al Vesuvio fatta dalla Società Geologica Italiana il 19 febbraio 1898*. Boll. d. Soc. Geol. Ital. Vol. XVI, 1898; Id., *Sul sollevamento endogeno di una cupola lavica al Vesuvio*. Rendiconto della R. Accad. d. Sc. Fis. e Mat. di Napoli, fasc. 6-7, 1898.

Il fenomeno si è infatti rinnovato la notte 3-4 agosto corrente. Appena avutone sentore, la mattina del 4, mi recai sul luogo per prender conoscenza delle manifestazioni esterne a cui questo nuovo importante fenomeno di magmastatica aveva dato luogo.

Come ho già avuto occasione di render noto [1], devesi qui innanzitutto rammentare che dal bacino magmatico del Vesuvio, in quattro anni di fase effusiva, sono sgorgati oltre 125 milioni di mc. di lava che hanno formato una cupola ad ampia base e di 165 metri di altezza [2], la quale oggi sbarra l' ingresso all'Atrio del Cavallo dal lato occidentale, e il cui punto più elevato, trovandosi su una verticale che passa per la preesistente curva orizzontale m. 725, è a metri 890 sul livello del mare.

Fino ai primi di luglio di quest' anno la profondità del cratere di demolizione era rimasta su per giù stazionaria, come al principio dell' eruzione laterale, di 200 metri. Ma, da allora in poi, in coincidenza con ripetute forti diminuzioni subite dall' efflusso lavico, il fondo craterico si è andato man mano innalzando a spese di materiale esplosivo; talmentechè la notte 1-2 agosto il cratere non misurava più che 100 metri di profondità. Esso era in piena attività stromboliana; la parte centrale del suo fondo era occupata da una vasca lavica di una diecina di metri di diametro con energici movimenti sussultorî di un effetto veramente grandioso.

Così durarono le cose per alcun poco; e nelle prime ore della sera del 3 si avvertirono un arresto quasi completo nell' efflusso lavico laterale e, per contrapposto, una fortissima attività al cratere terminale. Quando, la stessa sera, alle ore 22.30, fu avvertito un vivo bagliore da chi guardava il gran cono dal paese di S. Sebastiano, ed alle ore 2.30 del giorno seguente fu notata una nuova lava effluente dal medesimo punto, non si può dire che tutto ciò non sia stato preannunziato dallo stesso vulcano.

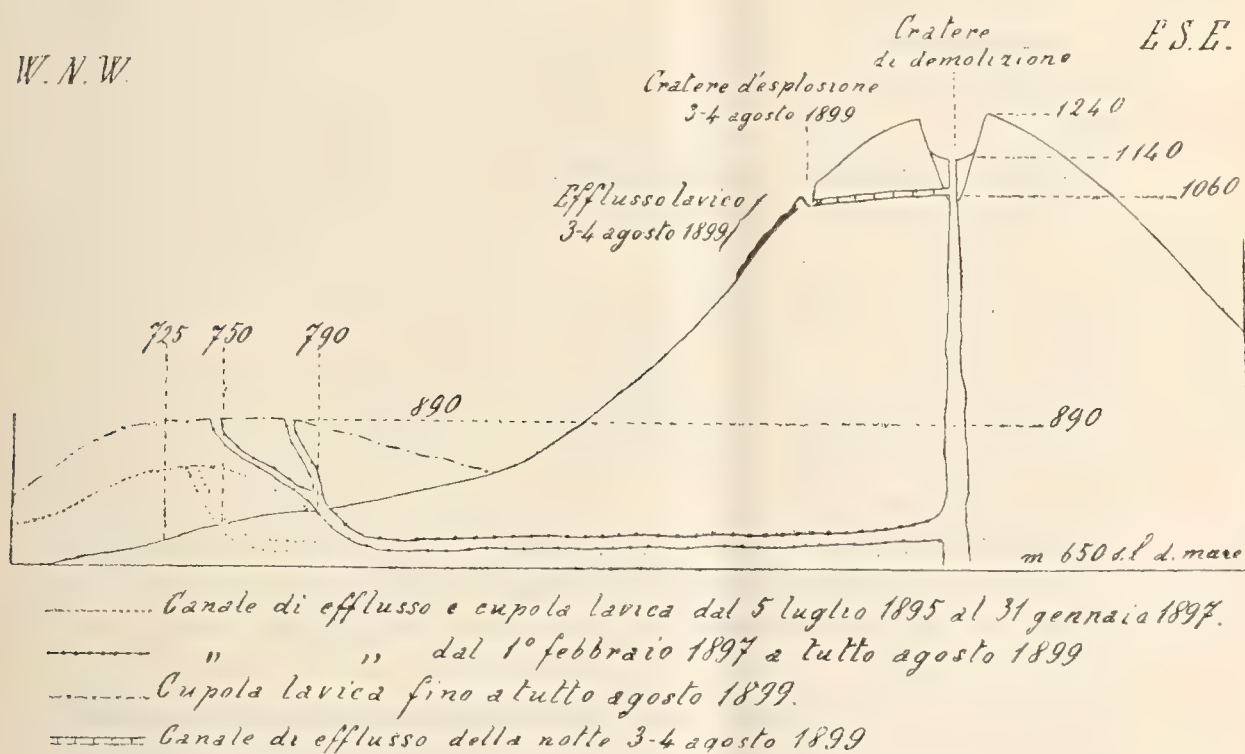
Il fenomeno verificatosi nella notte 3-4 agosto di quest' anno è assai simile, se non perfettamente uguale, a quello del 31 gennaio 1897, di cui si è tenuto parola. Già l' arresto quasi completo dell' efflusso lavico laterale ci indica che il magma trovava ora, come allora, una grande resistenza nell' attraversare la nuova cupola per tutta la sua altezza, e ci dice pure che la tendenza del dinamismo era quella di concentrarsi nel cratere ter-

[1] R. V. Matteucci, *Sur les particularités de l'éruption du Vésuve.* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, T. CXXIX, séance du 3 juillet 1899; Id., *Cenno sulle attuali manifestazioni del Vesuvio* (fine giugno 1899). Rend. d. R. Accad. d. Sc. Fis. e Mat. di Napoli, fasc. 6-7, 1899; Id. *Sullo stato attuale del Vesuvio (3 luglio 1899) e sul sollevamento endogeno della nuova cupola lavica avvenuto nei mesi di febbraio-marzo 1898.* Boll. d. Soc. Sismologica Italiana, vol. V, 1899-1900, n. 2.

[2] Alla fine di giugno u. s. l'altezza di questa cupola era di 163 metri; dipoi avvennero altri piccoli trabocchi alla sua sommità, pei quali crebbe altri 2 metri. Debbo queste misure altimetriche alla cortesia del mio egregio amico Ing. E. Treiber, ispettore della Funicolare vesuviana.

minale. In seguito dunque all'enorme opposizione alla penetrazione offerta dalla grande cupola lavica, il magma si ritirò in gran parte nel condotto principale, dove ascese per 100 metri al disopra del livello a cui si trovava in precedenza; e ben si comprende come esso, sollecitato dal proprio peso, abbia esercitato una forte pressione sulle pareti del cratere le quali, al solito, cedettero nel settore meno resistente, e cioè in quello di W. N. W., in esatta corrispondenza delle più larghe fenditure stabilitesi il 3 luglio 1895, a m. 1060 s. l. del mare.

Sezione schematica del cono vesuviano con la nuova cupola lavica e canali laterali di efflusso.

Canale di efflusso e cupola lavica dal 5 luglio 1895 al 31 gennaio 1897.
" " dal 1° febbraio 1897 a tutto agosto 1899
Cupola lavica fino a tutto agosto 1899.
Canale di efflusso della notte 3-4 agosto 1899

Quivi fu che la notte dal 3 al 4 agosto corrente si formò un cratere di esplosione, dalla cui slabbratura in basso uscì una corrente di lava fluidissima che impastò e coinvolse una quantità di scorie preesistenti e si precipitò giù pel fianco del cono per un centinaio di metri. Quando io, il giorno 4, giunsi sul luogo, trovai che la detta corrente era ancora caldissima, ma completamente rappresa. Nel fondo del nuovo piccolo cratere si trovava però del magma incandescente che compariva sotto un crepaccio di una potente colata antica (spezzata già in parte, e fatta saltare in aria dall'urto esplosivo del 3 luglio 1895) la quale ne impediva l'uscita. Da quel crepaccio la lava lasciava

sfuggire vapori sotto forte pressione e accompagnati di quando in quando, tutto quel giorno e tutta la notte seguente, da violenti getti di piccole scorie e da leggeri tremiti istantanei del suolo.

Il magma era in evidente comunicazione diretta col camino centrale; e, appena quivi se ne è arrestato l' efflusso, ne è aumentato di nuovo lo sgorgo attraverso la nota cupola, e se ne è abbassato il livello, nel cratere, di una quarantina di metri. Splendido esempio di dicco in via di formazione!

Ecco alcuni dati approssimativi a maggiore intelligenza delle condizioni statiche del magma durante lo svolgimento del descritto fenomeno (vedi l' annessa figura):

Altezza del Vesuvio	m. 1240	s. l. d. mare	
Profondità del cratere	" 100		
Fondo craterico al quale arrivava la colonna lavica allorchè avvennero l' esplosione e l' efflusso lavico (notte 3-4 agosto 1899)	" 1140	"	"
Altitudine del cratere d' esplosione	" 1060	"	"
Altezza della cupola lavica, dalla cui sommità sgorgava la lava	" 163		
Il piede della verticale abbassata dalla cima della cupola, incontrando la preesistente curva orizzontale 725, la sommità della cupola trovavasi a m. 725 + 165 =	" 890	"	"
Dislivello tra il fondo craterico e il cratere d' esplosione del 3-4 agosto, m. 1140 — 1060 = . . .	" 80		
Dislivello fra il cratere d' esplosione e la cima della cupola lavica, m. 1060 — 890 = ...	" 170		
Dislivello tra il fondo craterico e la sommità della cupola lavica, m. 1140 — 890 = ...	" 250		

Ammettendo che il magma abbia libertà di movimento, come un liquido qualunque entro vasi comunicanti, ed abbia ovunque una uniforme densità, vediamo a quali pressioni esso è assoggettato rispettivamente alle due altitudini di 1060 ed 890 metri s. l. del mare, posta a m. 1140 la superficie del magma nel condotto centrale. Si tratta cioè di sapere quale gravitazione esercitano colonne di lava fluida rispettivamente dell' altezza di 80 e di 250 metri.

Assegnando alla colonna lavica un diametro medio di 10 metri — come io ora l' ho stimato ad occhio nel fondo del cratere — ed al magma fluido una densità approssimativa di 2,50, si avrà che una colonna lavica di 10 m. di diametro e di 80 m. di altezza gravita per circa 15000 tonnellate, ed una dello stesso diametro e di 250 m. di altezza, gravita per circa 49000 tonnellate.

Per la statica del magma nell' odierno camino vesuviano, 15 mila e 49 mila tonnellate sono dunque le pressioni a cui soggiaceva la materia fusa

rispettivamente a 1060 e ad 890 metri s. l. del mare; pressioni che, a quelle due diverse altitudini, si equivalevano e potevano l'una o l'altra, indifferentemente, rompere l'equilibrio sussistente fra la colonna lavica ed il fianco del cono. Ma simili condizioni si verificano in circostanze tutt'affatto eccezionali come quella attuale, giacchè nella grande maggioranza dei casi, allorchè il cono del Vesuvio viene fratturato per tutta la sua altezza, come avvenne ad esempio negli anni 1834, 1850, 1855, 1858, 1872, 1891 e 1895, allora la gravitazione del magma erompente deve essere su per giù, e certo non molto minore, di 100000 tonnellate [1]. Ciò significa chiaramente che se la lava, a parità di condizioni, deviando dal condotto centrale, ha potuto far breccia contro il fianco del cono all'altitudine di 1060 metri, la resistenza che essa ha trovato a m. 890 dev'essere stata assai maggiore di quella localizzata a m. 1060; e non solo maggiore in senso assoluto, ma anche relativamente alla pressione che, a quell'altezza, i fianchi del gran cono possono sopportare. Giacchè la notte 3-4 agosto il magma, che era in precedenza salito di molto nel cratere terminale, malgrado che, per la sua fuoriuscita, a m. 890 di altitudine, preesistesse già una comunicazione aperta, dovette trovare realmente quivi una resistenza superiore alla spinta esercitata dal suo proprio peso, per irrompere a m. 1060.

A qual causa deve ascriversi la tendenza spiegata dal fianco W. N. W. del gran cono vesuviano di lasciarsi penetrare da nuovi corsi lavici elevati, dal momento che in una regione più bassa esisteva un cunicolo laterale, funzionante da emissario, in diretta comunicazione col condotto centrale?

Astraendo da tante cause secondarie, come il parziale rapprendimento della lava nei cunicoli laterali, la variabile resistenza d'attrito, l'intensità dell'attività che certo si trasmette assai più facilmente pel condotto centrale, verticale, che per quelli laterali che sono più o meno inclinati od orizzontali, la variabile densità del magma fluido, etc., resta sempre fermo il fatto che nelle eruzioni eccentriche lo sgorgo della lava ubbidisce principalmente alle leggi che governano l'equilibrio dei liquidi nei vasi comunicanti, restando solo subordinatamente modificato da altri fattori, che certo sempre vi entrano in giuoco, e fra cui, in prima linea, l'energia del dinamismo e la proporzione degli aeriformi contenuti assorbiti nel magma originario [2], nonchè la

[1] Le maggiori fenditure che permettono i poderosi efflussi lavici al Vesuvio implicano sempre tutto il fianco del gran cono, protendendosi spesso anche oltre il suo piede. Dalle lesioni più elevate a quelle più basse si nota perciò sempre un dislivello di circa 500 metri. Il peso di una colonna lavica del diametro di 10 metri e dell'altezza di $^1/_2$ km è 97500 tonnellate.

[2] Il dislivello, come pure l'indipendenza di movimento presentato saltuariamente forse da tutti i vulcani e, permanentemente, da alcuni di essi, deve attribuirsi con ogni probabilità alla diversa proporzione di gas contenuti nel magma, per cui questo viene a variare di densità. Certo, uno dei più vistosi esempî di tali dislivelli ci è offerto dall'Isola Harvaii dove, fra il cratere terminale del Mauna Loa e la Caldaia di Kilauea corrono circa 3000 metri di dislivello.

forza dei gas contenuti nel camino; giacchè, come ben dice De Lapparent, « une succession d'explosions intérieures, se renouvelant pendant plusieurs jours et même pendant plusieurs semaines, ne peut manquer de produire l'effet d'une puissante mine, c'est-à-dire de déchirer le terrain environnant en ouvrant un passage à la coulée » (1).

Come si vede, per quanto si cerchi di semplificare la causa per cui la massa fusa, contenuta nell'interno focolare, viene spinta fuori, essa è abbastanza complessa; ed oltre alle cause meccaniche (come i restringimenti della crosta terrestre), esercitano grandi influenze anche le cause fisiche (come gli eventuali sbilanci di temperatura) e le cause chimiche (come i differenziamenti magmatici).

Comunque sia, la lava sale nel camino vulcanico fino ad una certa altezza, e fino anche a traboccare all'esterno, superando l'orlo craterico o squarciando appena il cono eruttivo terminale. Ma se, per la sua propria pressione statica, vince la resistenza offerta dai fianchi del cono, allora, come è noto, si formano fenditure laterali per le quali essa si trova una uscita; e l'altitndine a cui esce la lava all'esterno, oltrechè variare anche per lo stesso vulcano, è in intima relazione con l'architettura interna del monte vulcanico, e quindi anche, talvolta, con l'incontro e la riapertura di fenditure preesistenti.

Dello sforzo esercitato dalla colonna lavica sui fianchi di un vulcano, possiamo farci appena una limitata idea riflettendo al peso di essa per es. all'Etna dove presentemente arriva poco al disotto di 250 metri dall'orlo craterico, e quindi a circa 3000 m. sul livello del mare; al Cotopaxi, dove il magma incandescente spesso raggiunge i 6000 m. d'altezza; ed all'isola Hawaii dove quell'immensa vasca lavica che occupa gran parte del cratere Mokua-Weo-Weo, lascia traboccare talvolta la lava dall'orlo craterico (oltre 4150 m. s. liv. del mare).

Ma ogni vulcano offre le sue condizioni statiche speciali, che però variano assai a seconda della maggiore o minore coerenza dei materiali attraverso cui la lava, sollecitata più che altro dal proprio peso, apre delle fessure e vi si inietta.

Tornando ai fenomeni di magmastatica avvenuti testè al Vesuvio, troviamo già nelle suesposte riflessioni tutti gli elementi necessarî alla loro interpretazione.

Durante il mese che precedette l'esplosione e la piccola eruzione lavica a m. 1060, l'intensità dell'attività del nostro vulcano non variò di grado; chè, se vi sono state delle diminuzioni nell'emissione lavica, esse corrisposero sempre ad altrettanti aumenti del dinamismo al cratere (2) e viceversa.

(1) A. De Lapparent — *Traîté de Géologie*. Paris, 1893, pag. 384.

(2) Solo dalla sera del giorno 18 fino alla mattina del 19 luglio vi fu una calma perfetta al cratere terminale che corrispose ad un arresto quasi totale nell'efflusso laterale. Assai degna di nota è la coincidenza di codesta eccezionalissima tranquillità vesuviana col terremoto di Roma e collo scuotersi dell'Etna dal suo riposo di 7 anni.

L' innalzamento del magma nel cratere non è quindi da ascriversi gran fatto alla maggiore facilità di propagazione dell' interna attività lungo il camino verticale.

Quando il magma, come nel caso presente, lascia sfuggire una grande quantità di aeriformi durante la sua penetrazione pel canale di flusso, subisce una inevitabile perdita magmastatica, giacchè è evidente che la massa fluida che scaturisce così impoverita di sostanze gasose per i cunicoli laterali, e diventa quindi più pesante, può far equilibrio ad una massa più elevata che staziona ancora nel camino vulcanico centrale. È ovvio il paragone di questo fatto con il caso del dislivello di liquidi di differente peso specifico in vasi comunicanti; ed è naturale il dedurne che l' aumento di densità, subìto dalla materia fluida sgorgante lateralmente, ne impedisce, oltre certi limiti, la salita.

Le lave incandescenti che fluiscono entro angusti crepacci, a pareti scabrosissime e accidentate, debbono forzosamente perdere una grande quantità di energia di penetrazione per l' enorme resistenza d' attrito che incontrano nel loro tragitto. Anche per questa ragione dunque, nel caso nostro, rendendosi difficile e venendo ritardato il movimento della massa fluida nel suo periodo filoniano, ne viene parzialmente ostacolata l' uscita per le vie laterali e maggiormente facilitata la salita nel condotto centrale.

Ma quand' anche tutte le suddette condizioni della propagazione della attività, dell' aumento della densità, e dell' attrito fossero le più favorevoli per conservare al magma una perfetta libertà di movimento ed il suo completo impulso iniziale, rimarrebbe sempre il fatto della parziale consolidazione che subisce la materia fusa nel suo lungo percorso pei canali anormali che le sottraggono calorico. Tale consolidazione, più o meno protratta, produce, come certo ha prodotto testè, dei maggiori o minori restringimenti nei canali stessi; permodochè, venendo più o meno ostacolate la penetrazione e la fuoriuscita del magma, questo spiega, come ha spiegato ora, una tendenza a salire pel condotto normale.

In conclusione, l' accumulazione esterna della lava ad W. N. W. del cono vesuviano (vedi profilo ·—·—·—· nella figura), superò la resistenza che la colonna magmatica poteva vincere a m. 890; e, quantunque sussistessero quivi aperti dei meati, questi non erano sufficienti per l' emissione della massa fluida, la quale, costretta ad innalzarsi nel condotto (colla tendenza normale a raggiungere la cima del vulcano), vi salì per un centinaio di metri. Arrivato però il magma a quell' altitudine (m. 1140), ed accresciutasi così notevolmente la sua pressione, ne risultò una spinta bastevole a dilatare una delle fenditure male ostruite che risalgono al principio dell' attuale eruzione (3 luglio 1895), per la quale ora si è potuta iniettare la lava, e nella cui parte elevata si ebbe la formazione di un cratere d' esplosione e, poco dopo, un piccolo efflusso lavico a m. 1060 s. l. del mare. Ridiscese così di

nuovo il magma nel camino centrale e ne aumentò subito lo sgorgo presso la sommità della nuova cupola lavica.

Ciò prova che, per l'aumento di pressione nel condotto centrale, la fenditura laterale si è allargata tutta quanta, dall'alto al basso, come già io sostenni allorchè studiai l'apparato dinamico di questa interessante eruzione [1].

Si noti, in ultimo, che, in conseguenza della penetrazione del magma per entro codesta fenditura, si è originato un nuovo dicco diramato con andamento verticale.

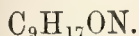
Alla sua parziale formazione, nella regione più elevata, e più lontana dall'asse eruttivo, potei assistere io stesso dal 4 al 5 agosto corrente.

Chimica. — *Sopra un alcaloide liquido contenuto nella corteccia del melograno* [2]. Nota di A. Piccinini, presentata dal Socio G. Ciamician.

Nella preparazione della metilgranatonina (pseudopelletierina), che tra gli alcaloidi scoperti dal Tanret nella radice del melagrano, è senza dubbio il più importante e il meglio studiato, si ottiene sempre come residuo dell'etere petrolico che serve alle cristallizzazioni, una materia oleosa, costituita da una miscela di pseudopelletierina con altri alcaloidi e con sostanze di natura indifferente. Avendo raccolto una certa quantità di questo materiale sciropposo, lo sottoposi ad un accurato esame, onde vedere se vi fosse contenuto qualcuno degli alcaloidi che già separò il Tanret dalla corteccia della radice fresca di melogranato.

Il metodo di separazione che descriverò più avanti mi ha infatti condotto all'isolamento di un alcaloide liquido, che per la composizione e lo stato fisico coincide colla *metilpelletierina* del Tanret [3] ma se ne scosta notevolmente pel fatto che è miscibile in qualsiasi rapporto coll'acqua, mentre la base del Tanret non si scioglie nell'acqua a 12°, che nel rapporto di 1 a 25.

Le analisi eseguite sia sull'alcaloide libero, sia sui suoi sali e derivati, conducono tutte concordemente ad attribuirgli la composizione corrispondente alla formola

$$C_9H_{17}ON.$$

Nello scopo di scindere in elementi più semplici la formola bruta ora citata, ho cercato di stabilire se la base in questione contenesse qualche re-

[1] R. V. Matteucci, *L'apparato dinamico* ecc., l. c.

[2] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Bologna. Agosto 1899.

[3] Compt. Rend. *90*, pag. 694.

siduo alcoolico legato all' azoto. Una determinazione eseguita col metodo di Herzig, ha dimostrato che all' azoto è legato un gruppo metilico, cosicchè la formola precedente può scriversi più semplicemente:

$$C_8H_{15}ON.CH_3 .$$

Per di più ho constatato che l' acido nitroso non reagisce sensibilmente sulla base, neppure a caldo, cosicchè essa può ricuperarsi intatta per alcalizzazione dell' ambiente acido in cui si opera.

L' ossigeno contenuto nell' alcaloide ha funzione chetonica; ciò è dimostrato dal fatto che la base può dare un semicarbazone cristallino e reagisce pure coll' idrossilamina, dando un' ossima liquida, la quale però si presta poco ad essere studiata.

Le caratteristiche fin qui citate dimostrano dunque che il corpo che ho isolato, è un alcaloide terziario di natura chetonica; esso possiede adunque delle proprietà che riunite alla comunanza di origine colla metilgranatonina e al fatto che esso contiene due atomi di idrogeno di più di quest' ultima base, inducono a credere che anch' esso possa derivare dalla metilpiperidina per sostituzione di uno o due atomi di idrogeno con altrettante catene laterali.

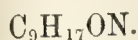
Anzi, quantunque la scarsità del materiale mi abbia costretto a sospendere temporaneamente ogni studio ulteriore sulla struttura di questa sostanza, non crederei di allontanarmi troppo dal vero, esponendo l' ipotesi che essa possa considerarsi come un omologo nucleare della igrina di Liebermann e Cybulski [1], giacchè tra essa e la metilgranatonina esistono gli stessi rapporti che legano l' igrina al tropinone.

Parte sperimentale.

Il residuo oleoso lasciato dall' etere petrolico che servì alla cristallizzazione della metilgranatonina, venne privato di alcuni componenti non basici dibattendone la soluzione solforica con etere. Le basi rimaste nel liquido acido furono poste in libertà con carbonato potassico e separate anch' esse per mezzo dell' etere comune. Si ebbe così una materia oleosa densa la quale depose dopo qualche tempo una certa quantità di metilgranatonina cristallizzata, che fu separata per filtrazione.

La parte rimasta fluida si suddivise per distillazione a pressione ridotta in due frazioni bollenti rispettivamente a 100-120° e tra 120-180° a 28 mm. Di quest' ultima frazione non si fece nulla, perche si solidificò quasi per intero dopo poche ore, in grossi cristalli fondenti intorno a 48° (metilgranatonina).

[1] Berl. Ber. 28, 578.

La frazione più volatile invece non dimostrò alcuna tendenza a solidificarsi; essa aveva l'aspetto di un olio giallastro, alquanto denso, dotato di odore coninico, solubile interamente negli acidi anche diluiti. Trattata con una soluzione alcoolica di acido picrico si trasformò quasi totalmente in un *picrato* solubile nell' alcool bollente, che convenientemente purificato, fondeva a 152-153°, (il *picrato di metilgranatonina* è insolubile nell' alcool assoluto anche a caldo e fonde con forte scomposizione a 240°). Dall' analisi di questo sale ottenni i numeri seguenti corrispondenti al picrato di una base della composizione

$$C_9H_{17}ON.$$

In cento parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_{15}H_{20}O_8N_4$
C	46.88	46.84
H	5.43	5.25

Base $C_9H_{17}ON$. — Scomponendo il picrato p. f. 152-153°, con carbonato potassico in soluzione acquosa ed estraendo con etere la massa, si ha un olio incoloro di odore viroso debolissimo, che, convenientemente essiccato, bolle tra 114-117° a 26 mm. di pressione. È miscibile in tutti i rapporti coll' acqua; per questo carattere appunto si scosta assai dalla metilpelletierina isomera scoperta dal Tanret. Quando è pura non si colora all' aria; non si solidifica neppure nella miscela refrigerante composta di anidride carbonica solida ed etere. Ha reazione alcalina energica. Diede all' analisi i seguenti risultati:

Su cento parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_9H_{17}ON$
C	68.98	69.60
H	11.10	11.04
CH_3	8.54	9.68

Cloroaurato. Separasi dalla soluzione del cloridrato della base per aggiunta di uno sciolto di cloruro d' oro in forma di precipitato oleoso che in seguito si rapprende in massa cristallina. Può esser ricristallizzato dall' acido cloridrico diluito; ottiensi per tal modo in rosette di colore giallo ranciato, le quali non contengono acqua di cristallizzazione e fondono a 115-117°.

In cento parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_9H_{17}ON.HAuCl_4$
C	22.13	21.81
H	4.00	3.66
Au	39.82	39.84

La soluzione acquosa della base dà con *acido fosfomolibdico* un precipitato caseoso di colore giallo solfo e con *tannino* un precipitato caseoso bianco.

Il *cloridrato* dell' alcaloide non si può avere che in forma di massa vischiosa incristallizzabile. Sciolto nell' acqua, si comporta cogli altri reattivi degli alcaloidi, nel modo seguente:

Con *cloruro di platino*; nessun precipitato.

Col *joduro di potassio jodurato*; precipitato oleoso bruno.

Col *joduro mercurico potassico*; precipitato oleoso giallo che si solidifica coll' agitazione.

Col *joduro di cadmio e potassio*; precipitato giallo chiaro dapprima oleoso e quindi solido.

Col *joduro di bismuto e potassio*; precipitato oleoso di colore bruno chiaro.

Col *cloruro mercurico*; nessun precipitato.

Trattando una soluzione concentrata e fredda del cloridrato dell' alcaloide nell' acido cloridrico, con uno sciolto pure concentrato di nitrito potassico, non si osserva alcun cangiamento nell' aspetto del liquido, dopo lo svolgimento dei vapori nitrosi. L' etere non estrae alcuna sostanza dal liquido acido. Per alcalizzazione separasi invece la base primitiva inalterata che si può estrarre con etere. Essa dà in soluzione alcoolica con acido picrico, il picrato caratteristico fondente a 152-153°. Lo stesso risultato si ha riscaldando la massa dopo l' aggiunta del nitrito.

Semicarbazone della base $C_9H_{17}ON$. — 2 gr. di cloridrato di semicarbazide disciolti in 6 cc. di acqua, si trattano con 2 gr. di acetato potassico sciolti in 16 cc. di alcool e si filtra per separare il cloruro alcalino; il filtrato si versa poi in un palloncino contenente gr. 1.5 di alcaloide, sciolti in 2 cc. di alcool. Si ottiene così un liquido completamente limpido che si abbandona a sè a temperatura ordinaria. In capo a quattro giorni si deposita una polvere microcristallina bianca, la quale è il *cloridrato del semicarbazone*. Questo sale si separa per filtrazione dalle acque madri e si purifica sciogliendolo in alcool convenientemente diluito con acqua. Si ottengono in tal guisa degli aghetti leggeri incolori, fondenti a 208° con svolgimento di gas e scomposizione, solubilissimi nell' acqua, insolubili nell' alcool assoluto.

Analisi. — In cento parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{20}ON_4 . HCl$
C	48.21	48.24
H	8.82	8.51
N	22.37	22.57

Il *semicarbazone* libero può ottenersi facilmente per scomposizione del suo cloridrato con potassa caustica, nel seguente modo:

La soluzione acquosa concentrata del cloridrato si tratta a freddo con potassa in polvere, in modo da saturare il liquido e si abbandona a sè la massa. Questa si divide a poco a poco in due strati; l' uno, inferiore e liquido,

è costituito dalla soluzione alcalina concentratissima; l'altro, il superiore, è composto da una miscela di cristallini di semicarbazone libero e di cloruro potassico. Si filtra il tutto alla pompa su lana di vetro e si riprende la parte solida con poca acqua bollente. Per raffreddamento della soluzione acquosa, si separa il semicarbazone quasi puro. Si continua a cristallizzare così dall' acqua, fino a che una piccola quantità della sostanza calcinata su lamina di platino non lascia residuo alcuno.

Il semicarbazone si separa in grossi cristalli lanceolati incolori, fondenti a 169°, solubili in acqua bollente e in alcool, insolubili nell' etere.

Analisi: In cento parti di sostanza:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{20}ON_4$
N	26.6	26.5

La soluzione cloridrica del semicarbazone dà con cloruro d' oro un precipitato giallo oleoso.

Azione dell' idrossilamina sulla base $C_9H_{17}ON$. — L' alcaloide sciolto in acqua reagisce visibilmente con una soluzione d' idrossilamina, giacchè separasi dopo breve tempo un olio denso, la cui quantità aumenta saturando il liquido con K_2CO_3, dopo 24 ore di contatto. Il nuovo prodotto si separa facilmente estraendo con etere. Non potè essere analizzato perchè oleoso ed in troppo piccola quantità. Si scioglie negli acidi diluiti; il suo cloridrato è vischioso, incristallizzabile; così pure il picrato e il cloroplatinato. Il cloroaurato è solido, ma si riduce in breve, spontaneamente, anche fuori dell' ambiente in cui si è formato. L' ossima riduce energicamente il liquido del Fehling.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 1° ottobre 1899.

Chimica fisica. — *Sui fenomeni di equilibrio fisico nelle miscele di sostanze isomorfe* (1). Nota II di G. Bruni e F. Gorni, presentata dal Socio G. Ciamician.

In una prima Nota pubblicata collo stesso titolo (2), ed in altri lavori precedenti (3), uno di noi ha studiato il comportamento delle miscele isomorfe nel congelamento, ed ha dimostrato che questo comportamento è sempre in accordo colla teoria di van 't Hoff sulle soluzioni solide.

Un' opinione perfettamente contraria era stata espressa pel primo da F. W. Küster (4) e sostenuta recentemente da G. Bodländer (5). Le conclusioni di questi autori erano, come è noto, basate sulle seguenti due regole formulate da Küster:

1. La curva di congelamento delle miscele di due sostanze perfettamente isomorfe coincide colla retta che unisce i punti di congelamento di queste due sostanze.

2. La miscela isomorfa solida che si separa ha la stessa composizione della miscela liquida; o — secondo l' espressione di Küster — la miscela cristallizza in modo omogeneo.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.
(2) Rendic. di questa Accademia, 1898, 2° sem. 138.
(3) Ibidem, 1898, 2° sem. 347; 1899, 1° sem. 454, 570.
(4) Zeitsch. f. physik. Ch. XIII, 446.
(5) Neues Jahrb. f. Min. Geol. u. Pal., Beil. Band XII, 52.

Dal comportamento che sarebbe espresso in queste due regole, Küster e Bodländer traggono la conclusione che le miscele isomorfe non segnano le leggi delle soluzioni.

Realmente delle due regole ora riferite, la seconda sta sempre in contraddizione colla teoria delle soluzioni solide. Garelli [1] ed uno di noi (l. c.) hanno però dimostrato che in realtà essa è ben lungi dal verificarsi, ma che anzi la miscela solida è sempre più ricca della liquida di quel componente che fonde più alto. Lo stesso Küster aveva trovato deviazioni in questo senso dalla regola da lui posta; egli spiegava però queste deviazioni attribuendole al non perfetto isomorfismo dei due componenti. Uno di noi ha però in seguito dimostrato (l. c.) che basta un teorema di Gibbs e Duhem fondato sulla termodinamica e riferentesi ai sistemi di due componenti coesistenti in due fasi, per dimostrare l' impossibilità di questa seconda regola di Küster. La questione è dunque intorno a questo punto definitivamente decisa [2]. Noi ci limitiamo qui solo a far di nuovo notare che la dimostrazione dell' erroneità di questa regola, fa sparire una delle apparenti contraddizioni fra il comportamento delle miscele isomorfe e la teoria delle soluzioni solide.

Quanto alla prima regola di Küster, il suo enunciato non conduce sempre a risultati contradditorî colla teoria di van 't Hoff; si può infatti facilmente dimostrare in base a questa, che quando quello dei due componenti che fonde più alto si deposita nella miscela solida in proporzione maggiore di quella in cui si trova nella miscela liquida, la sua aggiunta innalza anzichè abbassare il punto di congelamento. In taluni casi può però manifestarsi la contraddizione: quando cioè i punti di congelamento delle due sostanze siano molto distanti l' uno dall' altro. In tal caso, sciogliendo il componente che fonde più basso nell' altro, si avrebbero abbassamenti maggiori di quelli provocati da sostanze che non si sciogliessero nella fase solida; ciò che la teoria di van 't Hoff non può nè prevedere nè spiegare. Uno di noi ha però fatto rilevare (l. c.) che in tali casi (p. es. soluzioni di fenantrene in antracene ed in carbazolo) i valori trovati sperimentalmente deviano enormemente (fino di 24°) da quelli calcolati in base alla regola di Küster; e che tali deviazioni sono sufficienti per far rientrare il comportamento della miscela in accordo colla teoria di van 't Hoff. Venne inoltre fatto notare che la regola di Küster non è fondata, nè su principî tratti dalla termodinamica, nè su ragioni teoriche di qualsiasi genere; poichè dalla regola delle fasi può dedursi solo che quando le due sostanze siano miscibili in tutti i rapporti allo stato solido (il che avviene in generale per le sostanze isomorfe), la curva di congelamento è una curva continua.

Dai dati fin qui noti sembrerebbe però risultare questo fatto, che nelle miscele di sostanze isomorfe per l' aggiunta del componente più alto all' altro

[1] Gazz. chim. ital. 1894, II, 263.

[2] Le conclusioni ora esposte vennero accettate fra gli altri dal Duhem nel recentissimo *Traité de Mécanique chimique*, t. IV, pag. 276.

si avesse *sempre innalzamento* del punto di congelamento, mentre nelle miscele di sostanze formanti soluzioni solide, ma non perfettamente isomorfe, si avrebbero *sempre abbassamenti*, bensì anormalmente piccoli.

Questo fatto, se vero, potrebbe interpretarsi nel senso che la differenza fra le miscele isomorfe e le soluzioni solide cristalline sia di principio, e non graduale. Ciò presterebbe un appoggio alle vedute di Küster e di Bodländer. Importa quindi di vedere se realmente sussista questa differenza sostanziale fra le curve di congelamento delle miscele isomorfe e quelle delle soluzioni solide di sostanze non perfettamente isomorfe, o se invece la differenza non sia piuttosto di semplice gradazione.

Già alcuni fatti noti parlano contro la prima ipotesi. Infatti fra jodoformio e bromoformio, come fra joduro e bromuro d' etilene esistono tali relazioni di costituzione che determinano in generale l' isomorfismo; invece dalle esperienze di uno di noi [1] risulta che sciogliendo i derivati jodurati, che fondono più alto, nei corrispondenti derivati bromurati non si ha innalzamento, ma solo abbassamenti del punto di congelamento inferiori ai normali. Da questo comportamento anzi Bodländer [2] crede di poter dedurre senz' altro che possa in tal caso ritenersi escluso trattarsi di isomorfismo. Qui però, per difficoltà sperimentali facilmente comprensibili, l' esistenza dell'isomorfismo non potè essere direttamente nè constatata nè esclusa.

Però fra le miscele studiate da Küster ve n' è una formata da sostanze sicuramente isomorfe come il diacetilmonocloro-, ed il diacetilmonobromoidro-chinone nella quale l' aggiunta del componente che fonde più alto dà, non innalzamenti, ma abbassamenti piccolissimi fino ad una concentrazione assai elevata [3]. È da notarsi però che in questo caso, la differenza dei punti di congelamento dei due componenti è minima (appena 1°, 5).

Al contrario si hanno innalzamenti fino dalle più basse concentrazioni per l' aggiunta del componente che fonde più alto nelle miscele di naftalina e β-naftolo, fra i quali esistono bensì strette relazioni morfotropiche, ma non isomorfismo vero e proprio [4]. Le miscele di queste due sostanze sono anzi fra quelle che più di tutte si accostano nel congelamento all' enunciato della pretesa prima regola di Küster [5]; mentre miscele di altre sostanze, come p. es. tricloroacetamide e tribromoacetamide, aldeide monoclorocinnamica e aldeide monobromocinnamica [6], fra le quali esistono relazioni di isomorfismo assai più strette e perfette che fra naftalina e β-naftolo, presentano deviazioni assai più notevoli. Ciò dimostra già poco fondata l' opinione espressa da Küster, che la curva di congelamento delle miscele tanto più si accosta alla retta quanto più è perfetto l' isomorfismo fra i componenti.

(1) Rendic. di questa Accad. 1898, I° sem. 166.
(2) L. c. pag. 90-91.
(3) Zeitschr. f. physik. Ch. VIII, 577.
(4) Negri, Gazz. chim. ital. XXIII, II, 378 e segg.
(5) Zeitschr. f. physik. Ch. XVII, 357.
(6) Zeitschr. f. physik Ch. VIII, 577.

Tuttavia era conveniente estendere le ricerche e studiare le curve di congelamento di parecchie altre miscele di sostanze isomorfe. Ciò noi abbiamo cercato di fare, sia approfittando del materiale sperimentale che ponevano a nostra disposizione le nostre recenti ricerche (1) e quelle di Garelli e Calzolari (2) sulle relazioni fra la formazione di soluzioni solide e la costituzione chimica dei composti; sia estendendo le esperienze a miscele di altri corpi. Così possiamo qui basarci sulle curve di congelamento delle seguenti miscele che non erano ancora studiate all' epoca della pubblicazione dei primi lavori di uno di noi su questo argomento: p.biclorobenzolo e p.clorobromobenzolo; p.biclorobenzolo e p.bibromobenzolo: p.clorobromo-benzolo e p.bibromobenzolo: azobenzolo e stilbene; dibenzile e stilbene; dibenzile ed azobenzolo. Inoltre vennero determinate con più o meno dettaglio le curve di congelamento delle seguenti miscele in cui l' isomorfismo fra i componenti, o venne escluso o non potè essere constatato; ma il cui comportamento si accosta a quello delle miscele isomorfe: acido fenilpropionico ed acido cinnamico; etere dimetilsuccinico ed etere dimetilfumarico; acido butirrico ed acido crotonico.

Verremo ora esponendo i risultati ottenuti: L' isomorfismo delle tre sostanze: p.bicloro-, p.bibromo-, e p.clorobromo-benzolo, per quanto assai probabile, non era stato rigorosamente accertato. Pel primo corpo esistono misure sufficientemente complete di Des Cloizeaux (3), pel secondo si hanno solo dati assai incompleti di Friedel (4) dai quali però l' autore potè già affermare l' isomorfismo dei due corpi; per il clorobromobenzolo, invece, non si avevano misure di sorta. Noi abbiamo quindi pregato il dott. G. Boeris del Museo Civico di Milano di studiare la forma cristallina dei due ultimi corpi.

Ecco i risultati che egli gentilmente ci comunica (5):

	p-biclorobenzolo (Des Cloizeaux)	*p*-bibromobenzolo (Boeris)	*p*-clorobromobenzolo (Boeris)
Sistema cristallino	monoclino	monoclino	monoclino
$a:b:c=$	2,5193 : 1 : 1,3920	2,6660 : 1 : 1,4179	2,6077 : 1 : 1,4242
$\beta=$	67° 30′	67° 22′	67° 0′
Forme osservate	{100} {001} {$\bar{1}$01} {110}	{100} {001} {$\bar{1}$01} {110}	{100} {001} {$\bar{1}$01} {110}
Angoli			
(100) : (110)	66° 45′	67° 53′	67° 23′
(100) : (001)	67 30	67 22	67 0
(10$\bar{1}$) : (100)	79 35	80 57	80 25

(1) Rendic. di questa Accad. 1899, I° sem. 454, 570.

(2) Ibidem, 1899, 1° sem. 579: 2° sem. 58.

(3) Ann. chim. phys. [4] XV, 232, 255.

(4) Berichte V.

(5) Cogliamo questa occasione per esprimere al dott. Boeris i nostri ringraziamenti pel prezioso aiuto prestatoci in queste ricerche.

I tre corpi sono quindi cristallograficamente del tutto isomorfi. I loro punti di fusione sono i seguenti: 52°,7 pel biclorobenzolo, 67°,0 pel clorobromobenzolo, 85°,9 pel bibromobenzolo.

Noi abbiamo inoltre determinato approssimativamente le depressioni molecolari costanti dei tre corpi, ed abbiamo trovato: pel biclorobenzolo: K = 74,8; pel clorobromobenzolo K = 98,3; pel bibromobenzolo K = 115,7. Le curve di congelamento delle tre miscele binarie di questi corpi vennero da noi determinate con sufficiente dettaglio. I dati numerici completi saranno pubblicati altrove, assieme a quelli di uno studio abbastanza completo da noi fatto sulle temperature di congelamento delle miscele ternarie di queste sostanze. Qui riassumeremo partitamente e brevemente la parte essenziale dei risultati. Le tre curve di congelamento risultano del resto in modo assai evidente dalle figure annesse.

I. *p. biclorobenzolo* (p. fus. 52°,7) e *p. clorobromobenzolo* (p. f. 67°,0).

L'aggiunta del componente che fonde più alto anzichè degli innalzamenti provoca degli abbassamenti fino ad una concentrazione del 3,5 p. cento, poi la temperatura torna ad innalzarsi. La forma della curva è però sempre quella di una curva continua.

Gli abbassamenti delle due parti estreme della curva sono però naturalmente assai minori di quelli che sarebbero provocati da sostanze che non formassero soluzione solida, come risulta dalle seguenti tabelle:

p. clorobromobenzolo in p. biclorobenzolo (K= 74,8)

Concentraz.	Abbass. term.	Depr. mol.	Peso molecolare $C_6H_4ClBr = 191,5$
0,5680	0°015	5,06	2826
1,2948	0 035	5,17	2767
2,6331	0 06	4,36	3283
3,6960	0 65	3,37	4245

p. biclorobenzolo in p. clorobromobenzolo (K = 98,3)

Concentraz.	Abbass. term.	Depr. mol.	Peso molecolare $C_6H_4Cl_2 = 147$
0,7891	0°145	27,0	535
2,5239	0 50	27,9	517
5,0470	1 00	29,1	496
7,5246	1 40	27,4	528

Le concentrazioni sono riferite a 100 parti di solvente.

II. p. *biclorobenzolo* (p. f. 52°,7) e p. *bibromobenzolo* (p. f. 85°,9).

L'andamento di questa curva è identico a quello ora descritto. L'aggiunta del componente che fonde più alto provoca abbassamenti fino al 2,5 p. cento; poi la curva si innalza di nuovo.

Anche qui gli abbassamenti dei due tratti estremi di curva sono di molto inferiori ai normali.

p. bibromobenzolo in *p.* biclorobenzolo (K = 74,8)

Concentraz.	Abbass. term.	Depr. mol.	Peso molecolare $C_6H_2Br_2 = 236$
0,5663	0° 04	16,7	1059
1,3022	0 09	16,3	1084
2,0403	0 12	13,9	1272
2,8463	0 125	10,4	1703

p. biclorobenzolo in p. bibromobenzolo (K = 115,7)

			$C_6H_4Cl_2 = 147$
1,1652	0° 59	74,4	229
2,6953	1 325	72,3	235
4,6439	2 23	70,6	241
6,3291	3 03	70,4	242

L'andamento generale delle curve ora descritte risulta dalla fig. 2ª. Per rendere però più evidenti i primi tratti di esse in cui si hanno minime variazioni di temperatura essi sono stati riprodotti nella fig. 1ª in scala più larga.

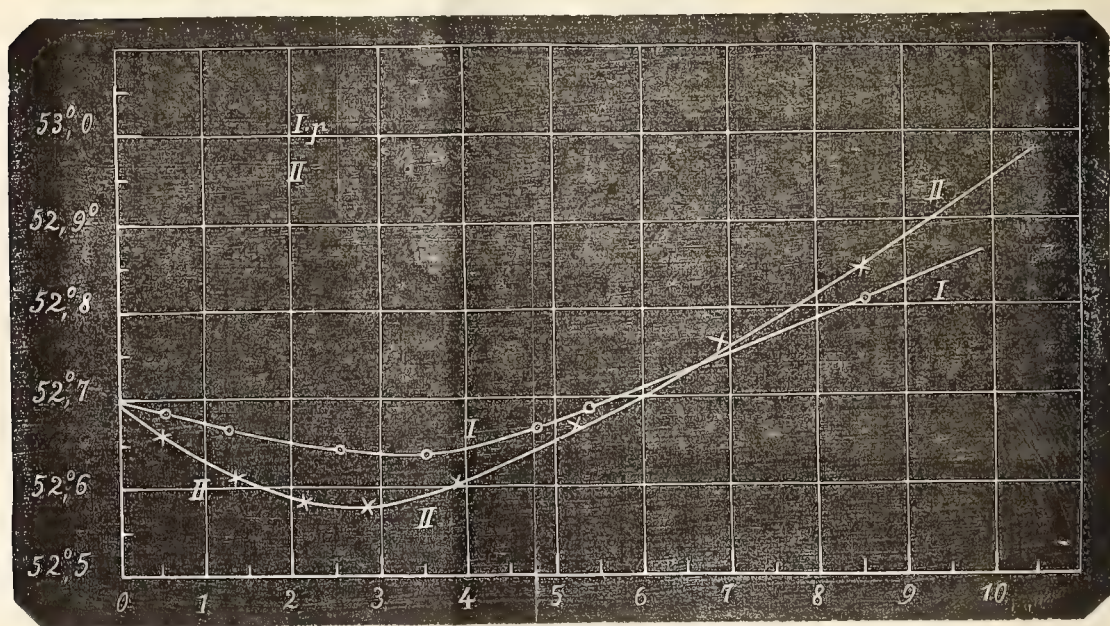



Fig. 1.

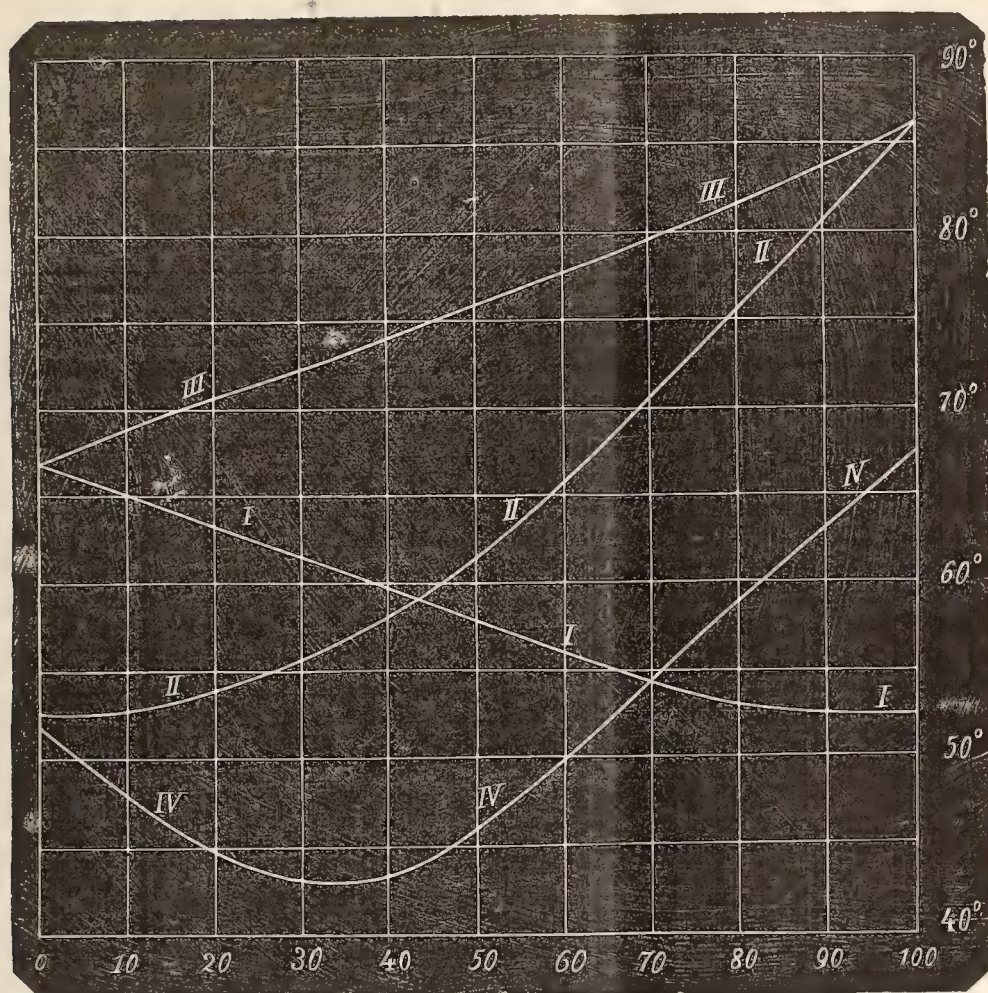



Fig. 2.

III. *p. clorobromobenzolo* (p. f. 67°,0) e *p. bibromobenzolo* (p. f. 85°,8).

In questa miscela al contrario delle precedenti l' aggiunta del bibromobenzolo provoca fin dalle più basse concentrazioni un innalzamento del punto di congelamento. Gli abbassamenti dati a piccole concentrazioni dal clorobromobenzolo sciolto in bibromobenzolo sono anche qui molto inferiori ai normali.

p. clorobromobenzolo in bibromobenzolo (K = 115,7)

Concentraz.	Abbass. term.	Depr. mol.	Peso molecolare $C_6H_4ClBr = 191,5$
1,9319	0°405	40,1	552
3,1459	0 66	40,2	552
7,1327	1 45	38,9	569
9,8464	1 96	38,1	581

Passiamo ora alle miscele formate dalle tre sostanze: azobenzolo, stilbene, e dibenzile. Il completo isomorfismo di queste tre sostanze risulta da misure di G. Boeris riferite nei già citati lavori nostri, ed in quelli di Garelli e Calzolari. Le curve di congelamento presentano l'andamento che ora brevemente riassumiamo. Nelle miscele di dibenzile (p. f. 51°,7) e stilbene (p. f. 118°) i cui dati si trovano nel lavoro di Garelli e Calzolari, ed in quelle di azobenzolo (p. f. 68°) e stilbene, l'aggiunta del componente che fonde più alto provoca fin dalle più basse concentrazioni l'innalzamento della temperatura di congelamento. I tratti superiori delle due curve corrispondono però ad abbassamenti assai inferiori ai normali.

Per verificare ciò io ho determinato approssimativamente la depressione molecolare costante dello stilbene che ho trovato K = 83,8.

Concentraz.	Abbass. term.	Depr. mol.	Peso molecolare
	Azobenzolo.		$C_{12}H_{10}N_2 = 182$
0,7815	0°275	64,2	238
1,9428	0 625	58,5	260
3,8588	1 205	56,8	261
7,0140	2 28	58,7	261
	Dibenzile		$C_{14}H_{14} = 182$
2,8555	0°55	35,0	435
5,6349	1 15	37,1	411
9,3795	1 80	34,9	437

Particolarmente interessante è la curva di congelamento delle miscele di azobenzolo e dibenzile (fig. 2ª, IV). Aggiungendo gradatamente l'azobenzolo — che fonde più alto — al dibenzile si hanno degli abbassamento assai considerevoli e ciò fino ad una concentrazione assai elevata (30 p. cento) dopo la quale solamente la curva presenta un largo tratto quasi orizzontale e quindi risale. La forma è però sempre quella di una curva continua. Gli abbassamenti dei due tratti esterni della curva sono sempre inferiori ai normali, come risulta dai dati numerici già pubblicati da noi e da Garelli e Calzolari (l. c.).

Passiamo ora alle miscele di sostanze fra le quali l'isomorfismo cristallografico è o escluso o non comprovato.

Nel lavoro già citato noi abbiamo esposto che l'acido cinnamico ordinario sciolto nell'acido fenilpropionico ne innalza fino dalle più piccole concentrazioni il punto di congelamento. Si ottiene così unn curva di congelamento simile a quella della maggior parte delle miscele isomorfe.

Per questo fatto e per le relazioni di costituzione e di configurazione molecolare esistenti fra i due corpi, era naturale la supposizione che essi fossero anche cristallograficamente isomorfi. Per l'acido cinnamico esistevano

già misure abbastanza complete di Schabus [1]. Le costanti cristallografiche che risultano dai suoi dati si possono esprimere così:

Sistema cristallino: monoclino;

$$a:b:c = 0{,}859:1:0{,}3156 \qquad \beta = 82^\circ\, 58'.$$

Per l'acido fenilpropionico esistevano invece solo misure incomplete di Fock [2]. Noi abbiamo quindi pregato il dott. Boeris di riprendere in esame questa sostanza e di farne possibilmente uno studio cristallografico completo. Ecco i dati che egli ci comunica:

Sistema cristallino: monoclino

$$a:b:c = 1{,}6054 : 1 : 0{,}5552 \qquad \beta = 78^\circ\, 47'$$

Forme osservate:

}100{ }320{ }110{ }120{ }111{ }001{

Angoli	Limiti	Medie	Calcolato	N.
(111) : (100)	64° 5′ — 64° 23′	64° 17′	*	4
(111) : (1$\bar{1}$1)	51 50 — 51 58	51 52	*	9
(100) : (001)	78 32 — 79 5	78 47	*	7
(111) : (110)	—	52 57	53° 1′	1
(100) : (110)	—	57 27	57 35	1
(100) : (320)	—	46 17	46 24	1
(100) : (120)	72 20 — 72 38	72 27	72 23	6

Se si confrontano questi dati con quelli dell'acido cinnamico, si vede subito che quantunque entrambi i composti cristallizzino nello stesso sistema, non esiste fra le loro forme cristalline alcuna relazione semplice. Abbiamo dunque che le miscele di due sostanze che non hanno notevoli analogie cristallografiche presentano quell'andamento della curva di congelamento che si è fin qui ritenuta propria delle miscele isomorfe. Si può supporre che questi due composti presentino il fenomeno di isodimorfismo; la supposizione è tutt'altro che inverosimile, tanto più che secondo Lehmann [3] l'acido cinnamico presenta effettivamente oltre alla forma stabile una seconda forma labile; non si può però a questo proposito che esprimersi ancora con grande riserva.

Oltre al comportamento delle miscele ora studiate, merita d'esser preso in considerazione anche il comportamento delle miscele di etere dimetilsuccinico ed etere dimetilfumarico, e di quelle di acido butirrico ed acido crotonico. Anche in questi casi, come venne riferito da noi (l. c.), l'aggiunta del componente che fonde a temperatura più elevata provoca prima degli

(1) Wien, Akad. Berichte, 1850. 206.
(2) Berichte, XXIII. 148.
(3) Zeitschr. f. Kryst. X. 329.

abbassamenti del punto di congelamento inferiori d'assai ai normali; oltrepassata una certa concentrazione, la temperatura sale di nuovo. La forma della curva è anche qui quella di una curva continua.

Questo ultimo fatto può affermarsi con certezza per le miscele di etere dimetilfumarico ed etere dimetilsuccinico; per le miscele di acido crotonico ed acido butirrico è pure assai probabile; però le misure eseguite non sono abbastanza numerose per poter dedurre ciò con sicurezza.

Dai risultati fino qui esposti risulta provato che non è affatto un comportamento generale delle sostanze isomorfe, quello che l'aggiunta del comportamento che fonde più alto all'altro provochi un innalzamento della temperatura di congelamento. Si conoscono infatti ormai quattro casi di miscele di sostanze perfettamente isomorfe (le tre descritte in questa Nota, e quella acccennata in principio già studiata da Küster) nelle quali si hanno degli abbassamenti assai spiccati. Solamente questi sono sempre inferiori ai normali.

Tra le miscele isomorfe e le soluzioni solide di sostanze non perfettamente isomorfe non esiste, dunque, nemmeno in ciò che si riferisce alla forma della curva di congelamento, quella differeuza sostanziale che appariva fin qui; la differenza non è che di gradazione.

CORRISPONDENZA

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena; la R. Accademia delle scienze di Stockholm; l'Accademia delle scienze di Budapest; la Società zoologica di Londra; la Società geologica di Ottawa; gli Osservatorî di Kiel e di Hamburg.

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Buffalo; la Società geologica di Sydney.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 4 settembre al 1° ottobre 1899.

Astronomical Observations and Researches made at Dunsink, the Observatory of Trinity College, Dublin. Dublin, 1877. 4°.

Barr A. — Adress on the application of the Science of Mechanics to Engineering Practice. London, 1899. 8°.

Bassani C. — Il dinamismo del terremoto Laziale, 19 luglio 1899. Firenze, 1899. 8°.

Cavara F. — I nuclei delle entomophthoreae in ordine alla filogenesi di queste piante, Firenze, 1899. 8°.

Cavara F. — Le recenti investigazioni di Harold Wager sul nucleo de' Saccaromi ceti. *Recensione*. Firenze, 1899. 8°.

Id. — Lilium villosum (Perona). Nuova gigliacea della flora alpina. Genova, 1899. 4°.

Id. — Oogenesi nel pinus laricio. Osservazioni sulla fecondazione e l'embriologia di questa specie per C. J. Chamberlain. *Recensione*. Firenze, 1899. 8°.

Id. — Osservazioni di A. H. Trow sulla Biologia e Citologia di una varietà di Achlya americana. *Recensione*. Firenze, 1899. 8°.

Id. — Studi sul the. — Ricerche intorno allo sviluppo del frutto della thea chinensis Sims. coltivata nell' Orto botanico di Pavia. Milano, 1899. 4°.

Id. — Tumori di natura microbica nel Iuniperus phoenicea. Firenze, 1899. 4°.

Id. e *Saccardo P. A.* — Tuberculina Sbrozzii Nov. spec. Parassita delle foglie di vinca major L. Firenze, 1899. 8°.

De Toni G. B. — I recenti studî di talassografia norvergese. Venezia, 1899. 8°.

Di Legge A. e *Prosperi A.* — Sul diametro solare. Roma, 1899. 4°.

Guarini F. — Télégraphie électrique sans fil. — Répétiteurs. Liége, 1899. 8°.

Goebel K. — Ueber Studium und Auffassung der Anpassungserscheinungen bei Pflanzen. München, 1898. 4°.

Guarini-Foresio E. — Transmission de l'énergie électrique par un fil et sans fil. Liége, 1899. 8°.

Guerini G. — Sugli elementi elastici delle vie respiratorie superiori. Leipzig, 1898. 8°.

Huygen Ch. — Oeuvres complètes. Vol. V e VIII. Le Haye, 1893. 1899. 4°.

Klossovsky A. — Vie physique de notre planète devant les lumières de la science contemporaine. Odessa, 1899. 8°.

Leuschner A. O. — Beiträge zur Kometenbahnbestimmung. Berlin, 1897. 4°.

Liebich L. — La réforme scientifique définitive du Calendrier grégorien. Alger, 1899. 8°.

Lindemann F. — Gedächtnissrede auf Philipp Ludwig von Seidel. München, 1898. 4°.

Merriam J. — The Distribution of the Neocene Sea-Urchins of Middle Caliphornia and its bearing on the Classification of the Neocene Formations. Berkeley, 1898. 8°.

Pflüger E. e *Nerking J.* — Eine neue Methode zur Bestimmung des Glykogenes. Bonn, 1899. 8°.

Portal E. — Les origines de la vie et la paléontologie. Paris, 1898. 8°.

Raddi A. — Le nostre forze idrauliche e la loro utilizzazione. Bologna, 1899. 8°.

Roberto G. — La grandine e gli spari. Savona, 1899. 8°.

Wadsworth M. E. — Some methods of determining the positive or negative Character of mineral plates in converging polarized light with the petrographical microscope. S. l. 8°.

Id. — Some statistics of Engineering Education. S. l. 1897. 8°.

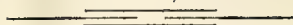
Id. — The elective system in Engineering Colleges. S. l. 8°.

Id. — The elective system as adopted in the Michigan Mining School. S. l. 8°.

Id. — The Michigan College of Mines. S. l. 1897. 8°.

Id. — The Origin and Mode of Occurrence of the Lake Superior Copper-Deposits. S. l. 1897. 8°.

Id. — Zirkelite. A question of Priority. S. l. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 15 ottobre 1899.

Zoologia medica. — *Osservazioni sul rapporto della seconda spedizione malarica in Italia, presieduta dal Prof. Koch, composta oltre che dallo stesso Koch, dal Prof. Frosch, dal dottor Ollwig e coadiuvata dal Prof. Gosio, direttore dei laboratorî di sanità del Regno d'Italia.* Nota del Socio B. Grassi.

Parte Prima.

Il 25 aprile fu segnalata la ridiscesa in Italia della spedizione Koch ed io ne fui lietissimo, persuaso che essa avrebbe interamente confermato le conclusioni delle nostre ricerche comunicate all'Accademia dei Lincei e da noi dimostrate anche cogli esperimenti e coi preparati alla mano a chiunque se ne fosse interessato.

I grandi mezzi di cui disponeva Koch per proprio conto, le facilitazioni procurategli dal governo italiano senza riguardo a spesa alcuna, gli appianavano moltissimo quel cammino che per noi era stato sempre seminato di triboli e di spine. Mi aspettavo perciò un pronto *effatum*, ma le mie speranze tardarono molto a realizzarsi. Soltanto nella prima metà di settembre il mondo scientifico ha potuto essere informato del terreno conquistato dalla spedizione Koch con due pubblicazioni, una nella *Zeitschrift für Hygiene* 32° Bd. 1° H., uscita l' 8 settembre 1899 (senza data speciale per il lavoro del Koch) e l'altra nella *Deutsche Medicin. Wochenschrift* uscita il 14 settembre 1899 (parimenti senza data speciale).

Col primo lavoro annichilisce tutte le nostre [1] ricerche dichiarandole incomplete e non provative. Perchè? Perchè egli non ha trovato nell'*Anopheles*

[1] Uso il plurale quando si tratta di ricerche fatte con Bignami e Bastianelli; uso il singolare quando si tratta di ricerche fatte da me solo.

maculipennis (claviger) i vermicoli meglio detti zigoti nelle prime 36 ore, dopo che questo aveva succhiato sangue con semilune. Le semilune erano ancor riconoscibili ma in via di distruzione. Egli ha inoltre ritrovato nelle ghiandole velenose (salivari) dell'*Anopheles* stesso sporozoiti che certamente non appartengono ai parassiti malarici dell'uomo, perchè le suddette zanzare in parte provenivano da luoghi non malarici e in parte erano state prese in luoghi malarici, ma nella stagione fredda. « Queste ricerche dimostrano che dobbiamo guardarci dal ritenere tutti i parassiti coccidiiformi e gli sporozoiti, che per caso s' incontrano nelle zanzare, come appartenenti senz' altro ai parassiti malarici dell' uomo. Noi non saremo autorizzati a ciò, fino a che ci riescirà di stabilire tutta la serie di sviluppo come nel proteosoma ». Leggendo questo giudizio io mi domandava, se è permesso veramente di abbattere tutto un edifizio costruito da persone, che nella scienza non pretendono certamente di star alla pari con Koch, ma che tuttavia hanno mostrato di saper lavorare; abbattere questo edificio limitandosi per negarne la solidità a tentativi che non rappresentano neppur la millesima parte delle esperienze da noi fatte?

Si badi bene che di fronte ai risultati negativi di Koch noi avevamo ottenuto la seguente serie di risultati positivi:

1.° Parecchi casi di infezione malarica indiscutibilmente sviluppatisi per effetto della sola puntura degli *A. maculipennis*;

2.° Infezioni numerosissime degli Anofeli che avevano punto individui malarici. Che i germi di questa infezione preesistessero al succhiamento di sangue umano infetto, veniva escluso con tutta certezza dai seguenti fatti:

a) Non s' infettavano gli Anofeli che contemporaneamente pungevano l' uomo sano, benchè si tenessero nelle stesse condizioni.

b) S' infettavano anche gli Anofeli neonati che non avevano mai punto individui malarici. In questi neonati non si trovano mai i parassiti in discorso e nè mai si sviluppano se si nutrono con sangue di uomini sani.

c) Gli stadî, che si riscontravano nell' intestino, erano proporzionali per grado di sviluppo al giorno in cui l'Anofele aveva succhiato sangue malarico. Più questo giorno era lontano, più i parassiti erano avanzati nello sviluppo. Se l'Anofele si era nutrito varie volte di sangue malarico, alla distanza di 2 o 3 giorni, gli stadî erano parecchi e proporzionati.

d) Il parassita che si sviluppa in principio è sicuramente differente a seconda che si tratti del parassita della terzana o della semiluna [1].

[1] Tranne nei primi stadi, nell'*Anopheles* le differenze tra i parassiti della terzana e quelli delle febbri estivo-autunnali, se pur sono determinabili, sono di gran lunga minori di quanto ritengono Bignami e Bastianelli. Io poi non sono punto convinto che i corpi da loro figurati nelle glandole salivari siano sporozoiti alterati piuttosto che alterazioni delle glandole salivari stesse. — S'intende che tutto ciò non osta contro la specificità dei singoli parassiti.

e) Nelle case degli individui malarici si trovarono molti Anofeli infetti, eccetto che nei mesi in cui la malaria non si fece sentire, o almeno molto raramente, con infezioni nuove. Gli Anofeli, invece, pigliati nelle stalle e nei pollai, non vennero che molto eccezionalmente trovati infetti.

f) L' infezione artificiale degli Anofeli per quantità dei parassiti era proporzionale con quella del sangue umano con cui essi venivano nutriti.

g) Si osservarono casi di malaria in località e in epoche in cui soltanto gli Anofeli, tra tutte le zanzare, potevano venire incolpati.

Tutti questi fatti, che risultano dalle nostre pubblicazioni, per Koch non valgono nulla, perchè non abbiamo trovato quanto succede dei gameti nel lume dell' intestino medio durante le prime 40 ore circa dopo che gli Anofeli li ha succhiati. Certamente questa è una lacuna, però una lacuna evidentemente dovuta alla difficoltà della tecnica di fronte alla poca abbondanza del materiale. La stessa lacuna c' era infatti anche nel lavoro di Ross per il Proteosoma degli uccelli e l' averla colmata rappresenta appunto tutto quanto Koch ha fatto per l' etiologia della malaria degli uccelli. Del resto proprio intanto che Koch pubblicava la sua critica, io comunicavo all'Accademia dei Lincei di aver trovato anche i vermicoli la cui assenza aveva dato tanto da pensare al suddetto autore (1) e di averli seguiti liberi nel lume dell' intestino fino alla loro entrata nell' epitelio. Tengo anzi un preparato in cui questa entrata è stata sorpresa.

Si capisce che io ero così sicuro dei risultati precedenti, che nella mia nuova Nota non diedi alcun importanza speciale al riempimento della lacuna, da noi per i primi riconosciuta.

In conclusione voler negare la derivazione dei parassiti da noi studiati nell'Anofele in base alla mancanza del primo stadio di sviluppo, come ha fatto Koch, mi sembrava e mi sembra tanto strano quanto il voler negare che il feto umano derivi dalla fecondazione dell' uovo collo spermatozoo, perchè i primi stadî di sviluppo non sono stati osservati.

Quanto alle prove negative fatte da Koch, facendo pungere un uomo infetto da Anofeli, non mi fanno alcuna meraviglia, perchè molte volte mi è capitata la stessa cosa, ciò che ho attribuito ora agli Anofeli, ora alla condizione delle semilune. Si noti però, perchè non nasca equivoco, che del pari molte volte ho trovato dei semilunari che per molti giorni di seguito infettavano il 90 % degli Anofeli. I suddetti casi negativi, del resto, sono ben noti anche per le altre malattie parassitarie.

Queste critiche erano già state scritte quando otto giorni più tardi comparve il secondo lavoro di Koch. In questo, Koch ammmette *verosimilissimo* che la malaria umana si propaghi per mezzo degli *Anopheles maculi-*

(1) R. Accad. dei Lincei. Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 17 settembre 1899. Vol. VIII, 2° sem. serie 5ª, fasc. 6°.

pennis, quegli stessi *A. maculipennis* che otto giorni prima non dovevano essere le zanzare propagatrici della malaria umana.

Il lettore si aspetterebbe di trovare in questo secondo lavoro le ragioni del cambiamento radicale delle opinioni da parte di Koch.

Purtroppo però, egli, che ha fatto la parte di ipercritico pei nostri lavori, per se stesso è molto indulgente. In tre mesi di lavoro egli è arrivato a trovare soltanto 7 Anofeli infetti in posti molto malarici. Io ne trovo un numero maggiore in una sola giornata! Questi 7 Anofeli tuttavia sono bastati a modificare totalmente l'opinione di Koch!

Potrei dire di più, ma per rispetto al grande batteriologo Koch, lascerò al lettore di mettere d'accordo le seguenti due asserzioni che si leggono nei suoi lavori. Nel primo asserisce di aver trovato gli sporozoiti (germi falciformi) dentro le ghiandole salivari degli *A. maculipennis* anche nella stagione fredda, mentre nel secondo asserisce di *non aver mai* trovato niente di simile dentro la suddetta sorta di zanzara nella stagione fredda. Io non posso però non soggiungere, che nel mese di dicembre l'anno passato ho trovato a Maccarese gli sporozoiti nelle ghiandole salivari degli Anofeli, e perciò è vera in parte soltanto l'asserzione di Koch contenuta nella prima Nota, mentre non è attendibile la seconda.

Koch come me e dopo di me (¹) definisce l'uomo depositario dei germi dell'infezione per la nuova stagione malarica e in complesso ne induce come me la possibilità di liberare un paese dalla malaria opportunamente curando i malarici. Tutto ciò si fonda sulla asserzione che in certi mesi le zanzare non siano infette. Evidentemente però ciò non basta: egli deve anche ammettere che non ci sia trasmissione possibile dei germi malarici da zanzara a zanzara contrariamente a quanto hanno supposto Ross, varî altri autori e Koch stesso.

Su quali ricerche si basa Koch per negare questa trasmissione? E certo che egli si basa sulle nostre ricerche, che però si guarda bene dal citare.

Mentre in questo punto Koch ci presta fede, in un altro non ce la presta affatto, limitando perciò a tre o quattro mesi dell'anno l'epoca in cui le zanzare sono infette: infatti egli dice di aver trovato gli sporozoiti nelle ghiandole salivari, soltanto nei tre, quattro mesi caldi dell'anno. Ho già sopra detto però che questa asserzione di Koch è già stata smentita da un'autorità che certamente egli riconosce come autentica, cioè, Koch stesso nella sua pubblicazione dell'8 settembre. Noi del resto avevamo già pubblicato che l'epoca dell'infezione delle zanzare è presso a poco la seconda metà dell'anno. Se Koch o qualche Kochiano vorrà verificar le nostre asserzioni

(¹) *Le recenti scoperte sulla malaria esposte in forma popolare* (opuscolo pubblicato notoriamente il primo settembre) pag. 50.

avrà in questo come in qualunque altro punto di divergenza tutto l'aiuto possibile da parte mia.

Naturalmente l'infezione delle zanzare limitata da Koch a tre o quattro mesi dell'anno lo porta a fissare a 24-25° la temperatura minima necessaria per la maturazione dei germi malarici nel corpo delle zanzare. Che ciò sia vero per il proteosoma mi mancano le prove per asserirlo. Non credo però che le zanzare, che propagano questi parassiti malarici tanto comuni negli uccelli, possano trovare facilmente quelle temperature così elevate che Koch ritiene necessarie. È anche possibile che, in rapporto colla più elevata temperatura dell'uccello, la temperatura richiesta per il proteosoma nel corpo della zanzara sia di alcuni gradi superiore a quella necessaria per i parassiti malarici umani. Comunque sia, è certo che i parassiti possono maturare nel corpo dell'Anofele ancorchè la temperatura scenda di parecchi gradi sotto i ventiquattro.

Il punto culminante e nuovo nel secondo lavoro di Koch è la possibilità, da lui ammessa, che anche il *C. pipiens* propaghi la malaria. È doloroso che Koch, ora che siamo entrati nel periodo sperimentale e che io ho insegnato una maniera relativamente facile per questi esperimenti coi *Culex*, venga fuori con delle verosimiglianze invece che con delle prove positive. E invero ecco su quali argomenti egli si basa per condannare il *C. pipiens*. In 49 abitazioni malariche della città di Grosseto l'*A. maculipennis* è stato trovato 8 volte e anche soltanto in pochi esemplari, nessuno dei quali era infetto.

In queste case invece è stato trovato quasi sempre il *C. pipiens* e là ove sembrava che casualmente mancasse, nei dintorni si trovavano le larve in grande quantità. In una casa, che era tormentata moltissimo dalla malaria, Koch trovò un *C. pipiens* con le ghiandole salivari ripiene di sporozoiti tipici. Queste sono tutte le ragioni, che egli oppone alla mia asserzione che il *Culex pipiens* non propaga la malaria.

Vediamo ora invece su quali ragioni era basata la mia asserzione.

1°. Il *C. pipiens* si trova in qualunque cantuccio d'Italia; mentre la malaria è legata a determinate regioni. In certi luoghi dove il *C. pipiens* è comunissimo, manca totalmente o quasi la malaria, nonostante che le condizioni di temperatura siano favorevolissime per lo sviluppo della infezione (parte centrale di Venezia, molti punti della riviera ligure, città di Catania, parecchie parti della città di Messina ecc.).

2°. Il giorno 16 giugno un vecchio con gameti terzanari ed estivo-autunnali fu punto da 2 *C. pipiens*, 3 *A. bifurcatus* e 2 *A. claviger* nella villetta del Principe a Maccarese. Gli *Anopheles* d'ambo le forme s'infettarono tutti, eccetto un *bifurcatus*; i 2 *C. pipiens* invece non s'infettarono. Lo stesso individuo il 20 giugno a Chiarona fu punto da 20 *C. pipiens*, da 1 *A. pseudo-*

pictus e da 5 *A. claviger*. Tutti gli *Anopheles* s' infettarono eccetto uno di questi ultimi cinque; nessuno dei *C. pipiens* s' infettò. In varie altre occasioni ho sperimentato con risultati negativi qualche *C. pipiens*. Nelle camere ove degevano individui malarici non ho mai trovato *C. pipiens* infetti, eccetto che nelle ghiandole salivari.

3°. Il *C. pipiens* è un ospite sessuale del proteosoma degli uccelli, ciò che spiega la possibilità suddetta occorsa a Koch e a me di trovare *C. pipiens* colle ghiandole salivari infette.

Nella prima metà d' agosto nel casello vicino a Maccarese (km. 35) si trovarono moltissimi *Anopheles* non infetti e alcuni *pipiens* infetti (stadî giovani). Nel casello non vi era alcun individuo malarico. Sul tetto però e sugli *eucalyptus* circondanti il casello cinguettavano numerosi passeri: alcuni furono presi e si trovarono infetti di proteosoma.

Avevo perciò in mano dati sufficienti per respingere l'opinione di Koch; tuttavia, tenendo conto della grande autorità del nome, credetti opportuno di sottopormi all' ingrato compito di ripetere fin dove era possibile, data la stagione avanzata, le sue osservazioni e di aggiungervi quelle prove dirette che egli avrebbe dovuto fare, ma che non fece, perchè, a suo dire, gliene mancò l' opportunità. Mi recai infatti a Grosseto il 24 settembre e vi restai fino al 4 ottobre. Gli esperimenti però vennero continuati anche qualche giorno dopo la mia partenza trasportando il materiale a Roma per esami ulteriori [1].

Nella città di Grosseto in generale si trovano non numerosi *A. claviger* e abbondanti *C. pipiens*. In complesso, gli Anofeli preferiscono la periferia della città e le abitazioni vicine a giardinetti, orticelli, cortili con acqua scoperta. In qualche casa dove degevano individui malarici, o dove c' erano stati casi di malaria non riscontrai Anofeli alla prima visita: ne trovai però quasi sempre qualcheduno nelle visite successive, specialmente quando si fecero le ricerche molto accuratamente. In generale, vicino alle abitazioni in cui c' erano casi di malaria verosimilmente autoctona, trovai dell'acqua contenente larve in varii stadi e ninfe di *A. claviger*. Alle volte erano anche numerose. Citerò alcuni di questi focolai di Anofeli: il magazzino Sellari in via Mazzini per la casa demaniale in via Bertani; la troniera « molino a vento » e il cortile annesso alla casa Scotti per la casa Scotti, via

[1] Qui mi corre l' obbligo di ringraziare caldamente i Grossetani per l' accoglienza fattami: essi facilitarono molto il mio compito, facendomi rimpiangere di non essere andato prima in quel paese, nel quale i miei studî sarebbero progrediti molto più celeremente che a Roma. Debbo particolari ringraziamenti al dott. Turrillazzi che mi ha fornito molte preziose notizie, frutto della sua lunga pratica, alla Congregazione di Carità e al Direttore dell' Ospedale che mi accolsero nell' Ospedale stesso, mettendo quello che io desiderava a mia disposizione, e al Sindaco di Grosseto che spontaneamente si offerse di darmi tutti quegli schiarimenti che mi occorrevano. Debbo ancora nominare l' egr. dott. Cacciai, il pubblicista Benci ecc. che mi fornirono notizie interessanti.

Mazzini n. 41; l'orto annesso a casa Ferri per la casa Ferri stessa in Corso Carlo Alberto n. 11; l'orto dell'Ospedale per l'Ospedale della Misericordia, ecc. Nelle stalle vicino alle case, in cui si era verosimilmente sviluppata la malaria, ho trovato costantemente più o meno abbondanti *A. claviger*, qualche *A. pseudopictus* e qualche *A. bifurcatus*. Avendo comunicato questi risultati contraddicenti quelli di Koch al Dott. Pizzetti, ufficiale sanitario che era stato ed è a disposizione di Koch, ne ebbi per risposta che in realtà da qualche tempo gli Anofeli si trovavano da per tutto, mentre invece mancavano quando Koch si trovava in Italia. Lo stesso Pizzetti mi comunicò che andava facendo raccogliere nelle case Anofeli per spedirli a Koch. Ciò naturalmente spiegava perchè in certe abitazioni io ne trovavo pochissimi o non ne trovavo affatto. Pur non sapendo nascondere la mia meraviglia per questa singolare coincidenza tra la mia visita e la comparsa degli Anofeli, cercai di spiegarmi ciò che sarebbe occorso a Koch. Visitai perciò le macchiette lungo le mura di Grosseto e più particolarmente le troniere e vi trovai nascosti negli arboscelli un certo numero di *A. claviger*. Il 27 settembre, alla stazione ferroviaria, verso le ore 18, sotto gli *Eucalyptus*, in pochi minuti vennero a pungerci, oltre a molti *Culex*, tre *A. bifurcatus* e un *claviger*.

Questi fatti voglionsi collegare colle abitudini estive dei Grossetani, i quali (invece di tapparsi in casa, come accade in molti paesi malarici) al tramonto sino a notte avanzata se la spassano vicino alle loro case gironzando qua e là lungo il Corso illuminato da luce elettrica, nel viale verso la stazione, sulla piazzetta fuori Porta Vecchia ecc. Vi sono qua e là delle panchette ove siedono riposandosi per lunghe ore. Se ora si richiama che gli Anofeli pungono specialmente al tramonto e nelle prime ore della sera, ognuno capisce che difficilmente si troveranno nelle camere da letto, dove Koch pretendeva di trovarli a preferenza. Perchè dovrebbero andare nelle camere da letto se pungono fuori di esse, se tutti i Grossetani fanno inoltre del loro meglio perchè non vi entrino? Che in queste camere da letto si trovino invece i *C. pipiens* non ci fa meraviglia, perchè il *C. pipiens* è essenzialmente notturno e di spesso per pungerci aspetta che ci siamo coricati. Aggiungasi inoltre che a Grosseto i *C. pipiens* sono molto numerosi, sicchè facilmente si trovano pure nelle case. Anche gli *Anopheles claviger* là dove sono così numerosi, come lo sono a Grosseto i *C. pipiens*, non mancano mai nelle camere da letto. Gli Anofeli, che produssero i casi di malaria a Grosseto quando vi soggiornava Koch, si riparavano probabilmente nelle stalle, negli orticelli, nei giardinetti, nelle troniere, nelle siepi, in angoli remoti i più svariati. L'abbassamento della temperatura che si era verificato qualche tempo prima della mia andata a Grosseto, doveva aver fatto riparare almeno una parte degli Anofeli nelle abitazioni.

Del resto, le ricerche negative di Koch possono essere anche in parte spiegate colla circostanza, che gli Anofeli fossero fuor usciti per depositar le uova.

Infatti al casello suddetto vicino a Maccarese, in agosto, gli Anofeli erano abbondantissimi: diventarono molto scarsi fino a mancare nella prima metà di settembre; tornarono ad essere abbondantissimi nella seconda metà di settembre.

Anche ammesso dunque che la spedizione Koch abbia cercato gli *Anopheles* con tutta l'accuratezza, resta per me inaccettabile la conclusione di Koch che a Grosseto non bastano a spiegare i casi di malaria che vi si verificano. È doloroso che Koch abbia fatto un mistero della sua conclusione fino al 15 di settembre; altrimenti sarei intervenuto prima e avrei dimostrato con tutti i particolari desiderabili il suo errore. Invece di limitarsi a cercare nelle case e a mettere delle lampade con trappole per prendere le zanzare, egli avrebbe dovuto sedersi al tramonto e nelle ore successive davanti alle case, in vicinanza alla Stazione ecc., raccogliendo tutte le zanzare che venivano a pungere. Così avrebbe potuto formarsi un'idea della frequenza degli Anofeli. Nessuno vide mai Koch od altri fare questo lavoro, che dalle mie precedenti pubblicazioni risultava necessario, anche perchè gli *A. pseudopictus e bifurcatus* soltanto eccezionalmente si fermano nelle abitazioni.

Che del resto in certi luoghi mediocremente malarici come Grosseto, gli *Anopheles* siano scarsi l'ho segnalato io pure nella mia ultima Nota, prima che conoscessi le pubblicazioni di Koch. In questi luoghi però può darsi che non si trovi neppur un *C. pipiens.* Cito per esempio Magliana e i caselli tra S. Paolo e Magliana nel settembre e ottobre del corrente anno. Sono questi i famosi luoghi, dove chi osserva superficialmente dice che c'è malaria senza zanzare.

Koch nelle sue ricerche ha dato troppo poca importanza a ciò che la pratica ha insegnato da molti secoli; non ha tenuto nel debito calcolo sopratutto le due seguenti circostanze:

1°. In generale è più facile prendere la malaria, passando la serata all'aperto che chiudendosi in casa.

2°. La malaria diventa tanto più intensa quanto più ci avviciniamo al padule. Corrispondentemente, nella città di Grosseto predominano i *C. pipiens* e sono piuttosto scarsi gli *Anopheles*: cresce alquanto il numero degli *Anopheles* nelle vicine fattorie della tenuta Ricasoli. Al deposito dei cavalli, nelle vicinanze dell'infermeria e della farmacia, i *C. pipiens* sono già retivamente scarsi e abbondanti gli Anofeli. Nelle vicinanze del Padule i *C. pipiens* sono quasi mancanti e sovrabbondano gli Anofeli anche nelle abitazioni, per esempio alla casina Cernaia. Questa esatta proporzione tra la intensità della malaria e la quantità degli Anofeli deve essere sfuggita al Koch il quale, per quanto si può giudicare dalla sua breve relazione, avrebbe ritenuto la malaria di Grosseto molto più grave di quello che sia in realtà. Un criterio che serve per giudicare dalla gravità della malaria in un dato

luogo è l' infettarsi di molti individui già nel primo anno che vi soggiornano. Orbene a Grosseto sembra che ciò accada piuttosto raramente, per es. non si è verificato per nessuna delle nove suore che attualmente si trovano a quell' ospedale. Invece, se veramente il *C. pipiens* propagasse la malaria. Grosseto dovrebbe essere un centro gravissimamente malarico, quale in realtà non è.

Questo che ho esposto è il primo argomento contro la capacità di trasmettere la malaria attribuita da Koch al *C. pipiens* per ragione indiretta.

Passo a un secondo argomento.

Con due malarici da me portati da Roma e con due altri presi all' ospedale, tutti e quattro aventi nel sangue i gameti semilunari ho fatto le seguenti esperienze:

Mi son fatto cedere temporaneamente una camera di un dormitorio delle ferrovie, ove v' erano dei *Culex pipiens*. In questa camera dormivano i malarici suddetti: tre miei impiegati a turno vegliando prendevano tutti i *C. pipiens* che venivano a pungere quegli ammalati. Siccome di *C. pipiens* nella camera ve ne era un limitato numero e d' altra parte non si potevano tenere aperte le finestre per attirarne, così ogni giorno si apriva in essa un vaso di *C. pipiens* presi a preferenza nelle abitazioni od in qualche cloaca; in quest' ultimo caso perciò presumibilmente neonati. Contemporaneamente gli ammalati suddetti si facevano pungere da Anofeli presi in una capanna vicino al deposito dei cavalli.

Questi Anofeli in gran parte erano colle ovaie molto arretrate nello sviluppo, probabilmente neonati, e senza sangue; ne avevo esaminati una quarantina in varie riprese senza trovare i parassiti malarici nell' intestino. Non ostante che la temperatura della camera non scendesse al disotto dei 22°-23°, Anofeli e *C. pipiens*, subito dopo la puntura, venivano posti in vasetti, che si tenevano caldi, aiutandosi col calore naturale del corpo. Al mattino successivo i vasetti venivano portati in una camera dell'ospedale, nella quale la temperatura oscillava fra i 26° e i 31°. I *C. pipiens*, come gli altri *Culex*, digeriscono più lentamente che gli Anofeli. Questi eran già vuoti dopo 40 ore, mentre i *Culex* non si svuotavano che al terzo giorno, e allora si esaminavano. Occorreva però, al secondo giorno, cambiare il vasetto, altrimenti morivano tutti. S' intende che nel vasetto si mettevano alcune pagliuzze secche ed un po' di bambagia inumidita. Procedendo in questo modo il giorno 28 settembre potei esaminare 9 *C. pipiens* ed 1 *A. claviger*. Questo era leggermente infetto mentre non lo erano i 9 *C. pipiens*. Il giorno 29 esaminai 7 *C. pipiens* e 3 *A. claviger:* dei 7 *C. pipiens* nessuno era infetto, dei 3 *Anopheles* 2 erano infetti leggermente ed 1 no. Il giorno 30 esaminai 16 *C. pipiens* nessuno era infetto, 8 *A. claviger*, 2 molto infetti e 6 no. Il giorno 1 ottobre, 15 *C. pipiens* non infetti, 8 *A. claviger* di cui 2 infetti, 6 no. Il giorno 2, 13 *C. pipiens* non infetti, e 4 *A. claviger*, 1 infetto e 3 no. Il

giorno 4, 39 *C. pipiens* non infetti di fronte a 7 *A. claviger* di cui 2 infetti e 5 no. Il giorno 5 ottobre, 20 *C. pipiens* non infetti di fronte a 9 *A. claviger* di cui 2 infetti e 7 no. Gli *A. claviger* infetti erano tutti in quegli stadî di sviluppo che sappiamo corrispondenti al numero delle ore dopo la loro infezione.

Ci occorsero però due fatti apparentemente opposti a questi riferiti. In un *C. pipiens* che aveva punto sotto gli alberi della stazione uno dei nostri malarici, io ho trovato lungo l' intestino un certo numero di parassiti che si potevano riferire al 4° o 5° giorno ed un parassita relativamente piccolo scambiabile con quelli che ho ritrovato negli *Anopheles*. Evidentemente, come risulta anche meglio da quanto dirò in appresso, questo *C. pipiens* aveva punto dei passeri e si era infettato di Proteosoma; la forma piccola od era arretrata nello sviluppo, ciò che ho verificato anche in altri casi, ovvero si era sviluppata in seguito ad ulteriore puntura d'uccello. Notisi a questo riguardo che il *C. pipiens* non è parco come in generale l'*Anopheles*: esso piglia nuovo sangue ancorchè non abbia ancor finito di digerire il precedente; appunto perciò esso riesce molto più tormentoso dell'*Anopheles*. Questa circostanza può spiegare la presenza del parassita piccolo di cui sopra.

Un ragazzino, le cui semilune presentavano pigmento sparso e non si flagellavano mai, non infettò mai alcun *A. claviger* nè alcun *C. pipiens*. Perciò nen ne tenni calcolo nelle sopra esposte cifre. Soltanto l' ultimo giorno trovai un *A. claviger* infetto in stadî corrispondenti al quarto giorno. Evidentemente questo Anofele era già infetto quando punse il ragazzino.

Chi non ha pratica di queste ricerche potrebbe meravigliarsi che io non abbia trovato infetti un certo numero di Anofeli; la cosa però a me è già occorsa troppe volte senza che ancora abbia avuto l'occasione di approfondirla con opportuni esperimenti. Nel caso attuale è notevole che gli Anofeli, ancorchè vuoti non volevano succhiare ed alle volte occorrevano delle ore per costringerli a nutrirsi un pochino, applicandoli sulla pelle con una provetta.

Comunque sia, i fatti sopra esposti dimostrano ad evidenza che il *C. pipiens* non si infetta coi parassiti malarici dell' uomo.

Terzo argomento contro Koch:

Il *C. pipiens* s' infetta molto facilmente coi parassiti malarici degli uccelli.

A Grosseto i passeri infetti da Proteosoma non sono rari; messi in una gabbia sotto una zanzariera, nella quale si liberano dei *C. pipiens* curando che la temperatura sia opportuna (mi son servito della camera riscaldata di cui sopra), è facile verificare lo sviluppo dei Proteosoma nei *C. pipiens*.

Fa meraviglia soltanto che Koch non abbia fatto questo semplice esperimento, che gli avrebbe insegnato che il *C. pipiens* da lui trovato infetto nelle ghiandole salivari in un' abitazione malarica si era certamente nutrito di sangue di uccelli, probabilmente di passeri, tanto comuni anche sulle abitazioni di Grosseto.

Quarto argomento:

Ho esaminato 53 *C. pipiens* presi in abitazioni dove degevano individui malarici: nessuno era infetto nell' intestino a cui limitavo l' esame. Per quanto mi ha assicurato il dott. Pizzetti, la spedizione Koch fece centinaia di esami simili nell' epoca la più propizia, ottenendo sempre come me risultati negativi.

Di 10 *A. claviger* invece raccolti nelle case 1 aveva l' intestino infetto a stadio avanzato. Notisi che anche Koch trovò 3 Anofeli infetti nell' intestino, non ostante che secondo ogni verosimiglianza ne esaminasse un numero molto inferiore a quello dei *C. pipiens.*

Se veramente i *C. pipiens* propagassero la malaria, senza dubbio tanto io quanto Koch ne avremmo trovato qualcuno infetto nell' intestino, fra i tanti presi nelle case infestate dalla malaria!

Quinto argomento:

Gli *A. claviger* non si infettano pungendo gli uccelli infetti di Proteosoma. Finora ho fatto poche esperienze, ma però i risultati sono sempre stati costantemente negativi.

Sesto argomento:

Io e i miei impiegati siamo stati moltissime volte punti dai *C. pipiens* prima di andare a Grosseto e a Grosseto, senza che nessuno di noi si ammalasse di malaria.

Settimo argomento:

Dopo di aver fornito prova, controprova e riprova contro la pretesa parte che i *C. pipiens* avrebbero nella diffusione della malaria, *ad abundantiam*, ho aggiunto questo ultimo argomento.

Nella parte centrale di Orbetello e precisamente nel tratto corrispondente ai tre Corsi, come tutti sanno e come mi assicura anche l' intelligente dott. Matteini di Orbetello, non si dà mai alcun caso di malaria, mentre quivi i *C. pipiens* costituiscono un vero flagello. Si tenga presente che non pochi malarici vengono a guarire in questa parte sana d'Orbetello. Non è questo un esperimento in grande, che si ripete da molti anni per dimostrare che il *C. pipiens* non ha nulla a che fare colla diffusione della malaria dell' uomo?

In conclusione resta confermato, che la spedizione Koch ha torto, ammettendo che con molta verosimiglianza i *C. pipiens* possano propagare la malaria.

Fisica. — *Se e come la forza magnetica terrestre varii coll'altezza sul livello del mare.* Nota di A. Pochettino, presentata dal Socio Blaserna.

Già da molti anni si è cercato da alcuni pochi osservatori di chiarire un punto dello studio del magnetismo terrestre, cioè la quistione riguardante il come la forza magnetica terrestre varii coll'altezza sul livello del mare; solo però dal 1896 si cominciarono ad ottenere dei risultati attendibili.

Eppure la questione è di una grandissima importanza, della quale ci si può facilmente convincere quando si pensi che se dal risultato delle osservazioni si potessero dedurre i valori della variazione della forza magnetica coll'altezza, e se questi valori fossero sufficientemente prossimi a quelli che la teoria di Gauss fornisce, si verrebbe a dimostrare che il magnetismo terrestre è proprio esclusivamente della terra e che quindi fuori di essa non possono esistere forze magnetiche agenti. Malgrado l'importanza dell' argomento pochi furono quelli che se ne occuparono seriamente; lasciando da parte i primi esperimentatori, le cui ricerche, causa l'imperfezione dei metodi allora usati, a nulla approdarono, ho potuto trovare sul soggetto solo tre ricerche, che tenterò qui di riassumere in breve;

I. [1] I signori van Riyckevorsel e W. van Bemmelen intrapresero negli anni 1895-97 una serie di studî geomagnetici sul Rigi, che venne scelto, dopo che un accurato studio che occupò il 1895, avea dimostrato essere esso costituito di materiale non magnetico. La discussione di una completa serie di osservazioni compiute nel 1896 alla base e sulla montagna in un grandissimo numero di stazioni mostrò un decrescimento piccolissimo della componente orizzontale del magnetismo terrestre e un accrescimento maggiore, benchè sempre molto piccolo, della componente verticale. Trovandosi però, come si esprimono gli autori, sul Rigi dei centri superficiali di attrazione che avrebbero potuto rendere molto dubbiosi i risultati delle misure, vennero nel 1897 intraprese nuove osservazioni in 198 stazioni contemporaneamente alla base e sui fianchi o sul vertice del monte. Il risultato fu che l'influenza dell'altezza sul mare sul campo terrestre è così piccola, da rendere inutile il tenerne conto nelle misure fatte coi metodi ordinarî.

II. [2]. Parimenti nel 1894 e 1895 il sig. Sella compì una serie di misure relative fra Roma, Biella e la sommità del M. Rosa; il risultato delle

[1] International Conference on Terrestral Magnetism and atmospheric electricity. Bristol Meeting, 1898, pag. 57.

[2] Rend. Acc. Lincei, 1896. I semestre, pag. 40.

medesime fu che non solo l'altezza sul mare influisce sul magnetismo terrestre, ma che quest' influenza sulla componente orizzontale H è nettamente apprezzabile e che il suo valore si può ritenere di 0,001 (in misura relativa) per ogni 1000 metri di dislivello.

III. (1) Finalmente nel 1898 il sig. J. Liznar, per eliminare l'effetto della natura del suolo sulla variazione della forza magnetica terrestre coll'altezza, ha calcolato questa variazione sui risultati di 205 stazioni in Austria, divise in tre gruppi, il primo comprendente quelle di altezza inferiore ai 200 m., il secondo quelle fra i 200 e 420, il terzo quelle sopra i 400 m. Il risultato fu il segnente: l' incremento degli elementi per ogni chilometro di dislivello è:

Componen. Nord	— 0,00034 C.G.S.	Componente orizzontale	— 0,00029 C.G.S.
» Ovest	+ 0,00029 »	Declinazione	+ 5,03′
» Verti.	— 0,00064 »	Inclinazione	— 0,65′

Come si vede, il valore trovato da Liznar per la variazione della componente orizzontale sarebbe molto prossimo, fatte le debite riduzioni, a quello trovato dal Sella; ma come spiegare allora il risultato dubbioso delle numerosissime esperienze di van Ryckevorsel e van Bemmelen?

Vista l'incertezza dei risultati ho creduto non riuscisse inutile fare qualche nuovo tentativo di ricerca sull' argomento; a tale scopo ho compiuto nel nel mese di agosto di quest'anno una serie di misure il cui risultato è così chiaro che mi pare non debba lasciar luogo a incertezze sul segno e sul valore approssimato della variazione del magnetismo terrestre coll'altezza, almeno per quello che riguarda la componente orizzontale.

Due erano le condizioni necessarie da ricercare nello scegliere il luogo adatto alle misure: in primo luogo un dislivello sufficiente fra due punti di facile accesso; secondo, la assoluta assenza di roccie magnetiche nelle due stazioni. A queste condizioni mi parve soddisfacesse in modo conveniente il Gran Sasso d'Italia, il quale è esclusivamente costituito di massi calcarei di color bianco giallognolo di apparenza massiccia, talvolta stratiforme, per lo più compatta, qua e là saccaroide, contenente arnioni silicei e resti fossili (2). Le stazioni scelte per le misure furono quattro che ora descriverò partitamente.

I. *Assergi.* Nelle vicinanze di questo paesello, ultimo sulla via che conduce al Gran Sasso dal lato di Aquila, sulla sponda destra della vallata alla cui estremità Nord giace il paese, si trova a mezza costa una grotta formata da un grosso masso di calcare ruzzolato giù dal culmine della costa e rimasto appoggiato ad altri massi precedentemente caduti. Questa lo-

(1) Wiener Anzeiger, 1898, pag. 168.
(2) Abbate. *Guida del Gran Sasso d'Italia.*

calità è sommamente adatta a misure magnetiche, prima perchè il suolo è perfettamente calcareo, secondo perchè lontano dall'abitato e dal coltivato, terzo perchè riparato dal vento e dal sole. La quota sul mare è di circa m. 820.

II. *Rifugio*. Con questo nome intendo non propriamente il rifugio fatto costruire dalla Sezione di Roma del Club Alpino Italiano (il quale Rifugio risponderebbe, per quel che riguarda la costruzione, alle esigenze di un locale per osservazioni magnetiche, essendo costruito con massi di calcare scavati sul Gran Sasso stesso, se non fosse munito di porta di ferro e di una stufa in ghisa), ma un punto situato ad Ovest del Rifugio stesso, distante da esso circa 100 m., posto alla base Sud del monticello sulla cui falda Est si adagia il Rifugio stesso. Anche questa località è perfettamente riparata dal vento e dal sole, essendo una nicchia formata da massi calcarei sovrapposti. La quota sul mare è di m. 2200.

III. *Monte Corno*. Questa stazione si trova sulla vetta occidentale del Corno Grande ad Est di quello dei due massi formanti la vetta che si trova a Nord. Anche qui il terreno è perfettamente calcareo; le osservazioni vennero compiute in una fossa a sponde verticali, che ha le seguenti dimensioni: Profondità m. 1,20; lunghezza m. 1,80; larghezza m. 0,85 : la direzione della lunghezza è quasi esattamente Sud-Nord. Quota sul mare metri 2920.

IV. *Grotta dell'Oro*. Nelle pendici orientali di Pizzo Intermesole, quasi di fronte al valloncello separante il Corno Piccolo dal Corno Grande, si trova scavata una grotta, la quale venne denominata Grotta dell'Oro per la presenza in mezzo al calcare di piccolissime e rarissime penetrazioni dendritiche di piriti con apparenza aurifera che ingannò i pastori del luogo, i quali tentarono ripetutamente l'estrazione del minerale, ingrandendo così a poco a poco la grotta fino a ridurla alla forma e alle dimensioni attuali. L'apertura della grotta è rettangolare con m. 11,50 di larghezza e m. 5,40 di altezza; la grotta si prolunga per ben m. 26,70 nella roccia viva amplificandosi fino a m. 13,40 di larghezza su m. 6,30 di altezza al fondo. Il suolo è un calcare compatto bianco con qua e là blocchi di arenaria; la quota sul mare è di m. 1560.

Il metodo seguito è quello noto di confronto. Si paragonavano cioè le durate d'oscillazione di un magnete sospeso a un filo nelle quattro stazioni descritte. La sbarra magnetica era la stessa usata dal Sella nelle sue ricerche di cui ho parlato e mi fu da lui gentilmente prestata; non starò quindi qui a descrivere nuovamente l'apparecchio, trovandosi già minutamente descritto in questi Rendiconti stessi.

Le precauzioni prese nell'eseguire le misure sono le solite: prima di cominciare la misura si aprivano i vetrini chiudenti la cassetta di legno in cui oscillava il magnete per almeno mezz'ora per esser sicuri ch'esso assu-

messe la temperatura dell' aria. Poscia, chiusa la cassetta, si faceva oscillare il magnete con un piccolo pezzo di ferro che veniva quindi portato a grande distanza insieme con gli scarponi a chiodi, colle chiavi, colle fibbie delle cinghie e così via, poi si cominciava la misura della durata d'oscillazione col metodo di Hansteen.

La differenza fra i tempi di due passaggi corrispondenti dava la durata di 100 oscillazioni. L'orologio era tenuto nel piano normale al meridiano magnetico passante pel centro della sbarra durante le osservazioni, e poi portato lontano fino alla centesima oscillazione.

Il coefficiente termico del magnete, già stato determinato dal Sella col metodo delle tangenti fra le temperature 0° e 40°, è 0,000093, quindi le durate d'oscillazione si moltiplicavano per $(1 - 0{,}000058\theta)$, θ essendo la temperatura della sbarra, onde ridurla alla temperatura 0°, θ veniva letta su un buon termometro Geissler diviso in gradi, il cui bulbo si trovava nella cassetta sotto il magnete oscillante.

Trattandosi di misure di confronto, furono così evitate tutte le correzioni che occorrono in una determinazione esatta della componente orizzontale del magnetismo terrestre; le durate d'oscillazione non vennero neppure corrette per l'ampiezza, perchè si aveva cura che in ogni stazione l'ampiezza iniziale d'oscillazione fosse la medesima, il che si rilevava mediante una graduazione su cui oscillava la sbarra e scegliendo per tentativi una distanza tale fra questa e detta graduazione che l'ampiezza finale fosse esattamente la stessa da per tutto, anzi quest' eguaglianza delle ampiezze finali dava un eccellente indizio per riconoscere se fossero avvenute irregolarità durante la misura. Quanto alla diminuzione della pressione atmosferica per l'altezza, questa non influisce sensibilmente sulla durata d'oscillazione, come dimostrano chiaramente le misure eseguite dal dott. Bellagamba [1].

I risultati ottenuti, corretti per la temperatura, si possono compendiare nella seguente tabella; i numeri rappresentano la durata media di un'oscillazione dedotta da quella di 10 centinaia. Da questo prospetto risulta come 200 siano state le determinazioni, così distribuite: 58 in Assergi, 65 al Rifugio. 38 nella Grotta dell'Oro, 39 su Monte Corno, tutte eseguite in diverse ore del giorno e a controtempo fra le varie località:

(1) Rend. Acc. Lincei, 1899, I semestre, pag. 529.

Assergi		Rifuglio		Grotta dell'Oro		Monte Corno	
2 agosto	11,2982	3 agosto	11,3316	5 agosto	11,3153	4 agosto	11,3390
»	3032	»	3314	»	3159	»	3385
»	3018	»	3296	»	3153	»	3353
»	3022	»	3310	»	3161	»	3401
»	2996	»	3326	»	3262	»	3395
»	3064	5 agosto	11,3302	»	3164	6 agosto	11,3378
7 agosto	11,3035	»	3298	»	3170	»	3381
»	3007	»	3302	»	3172	»	3381
»	3005	»	3304	»	3153	»	3389
»	3053	»	3286	»	3153	»	3341
»	2997	17 agosto	11,3285	18 agosto	11,3169	»	3361
16 agosto	11,3012	»	3279	»	3161	17 agosto	11,3378
»	2996	»	3281	»	3171	»	3403
»	3000	»	3279	»	3171	»	3392
»	3012	»	3277	»	3173	»	3414
»	3014	18 agosto	11,3293	»	3171	»	3408
»	3004	»	3299	21 agosto	11,3167	»	3408
»	2988	»	3281	»	3171	19 agosto	11,3390
»	3014	»	3275	»	3167	»	3388
19 agosto	11,2996	»	3281	»	3161	»	3386
»	2997	»	3303	»	3169	»	3394
»	2997	»	3295	»	3175	»	3394
»	2995	»	3285	»	3167	20 agosto	11,3364
»	2994	»	3267	»	3159	»	3362
»	3001	»	3267	»	3161	»	3356
»	3001	20 agosto	11,3279	»	3165	»	3392
»	2993	»	3271	1 settemb.	11,3167	»	3366
»	2995	»	3259	»	3169	2 settemb.	11,3395
»	3003	»	3251	»	3167	»	3393
22 agosto	11,2995	»	3264	»	3161	»	3383
»	2997	»	3300	»	3157	»	3399
»	2994	»	3311	»	3163	»	3375
»	3003	»	3275	»	3159	»	3389
»	2994	»	3319	»	3165	»	3385
»	2994	»	3269	»	3182	»	3487
»	2981	21 agosto	11,3293	»	3173	»	3385
»	2997	»	3291	»	3167	»	3411
»	2995	»	3237	»	2163	»	3497
»	2987	»	3293			»	3491
31 agosto	11,3011	»	3289				
»	3015	»	3287				
»	3022	1 settemb.	11,3274				
»	3016	»	3262				
»	3012	»	3284				
»	3014	»	3270				
»	3018	»	3288				
»	3010	»	3294				
»	3019	»	3283				
»	3015	»	3279				
»	3018	»	3279				
»	3018	»	3279				
3 settemb.	11,2999	»	3263				
»	3001	»	3275				
»	3001	2 settemb.	11,3269				
»	2021	»	3259				
»	3001	»	3256				
»	3013	»	3258				
»	3003	»	3284				
		»	3278				
		»	3276				
		»	3282				
		»	3292				
		»	3284				
		»	3284				
		»	3278				

Di qui ricavo le medie:

Assergi		Rifugio		Grotta dell' Oro		M. Corno	
2 Agosto	11,3019	3 Agosto	11,3312	5 Agosto	11,3160	4 Agosto	11,3385
7 »	11,3019	5 »	11,3298	18 »	11,3169	6 »	11,3372
16 »	11,3005	17 »	11,3280	21 »	11,3166	17 »	11,3400
19 »	11,2997	18 »	11,3285	1 Settembre	11,3166	19 »	11,3390
22 »	11,2994	20 »	11,3280			20 »	11,3368
31 »	11,3016	21 »	11,3282			2 Settembre	11,3391
3 Settembre	11,3006	1 Settembre	11,3278				
		2 »	11,3275				

Per calcolare i rapporti fra i valori della componente orizzontale nelle diverse località, ho creduto bene di confrontare così le varie durate d'oscillazione: I. Il valor medio in Assergi ottenuto nei giorni 2 e 7 agosto si confrontò dapprima con quello ottenuto al Rifugio nei giorni 3 e 5, poi con quello ottenuto sul Corno grande nei giorni 4 e 6 e infine con quello ottenuto nella Grotta dell'Oro nel giorno 5; II. Poi il valor medio in Assergi nei giorni 16 e 19, prima con quello nel Rifugio nei giorni 17 e 18, quindi con quello sul M. Corno nei giorni 17 e 19 e infine con quello nella Grotta dell'Oro nel 18 agosto; III. Il valor medio in Assergi nei giorni 19 e 22, prima con quello nel Rifugio nei giorni 20 e 21, poi con quello sul M. Corno nei giorni 19 e 20 infine con quello ottenuto nella Grotta dell'Oro nel giorno 21. IV. Il valor medio in Assergi nei giorni 31 agosto e 3 settembre, prima con quello nel Rifugio nei giorni 1 e 2 settembre, poi con quello sul Corno grande nel giorno 2 e infine con quello nella Grotta dell'Oro nel giorno 1 settembre. Così ottenni:

	I.	II.	III.	IV.
$\frac{H_{Assergi}}{H_{Rifugio}}$	$=$ 1,00506	1,00496	1,00505	1,00470
$\frac{H_{Assergi}}{H_{Corno\ grande}}$	$=$ 1,00636	1,00697	1,00679	1,00674
$\frac{H_{Assergi}}{H_{Grotta\ dell'Oro}}$	$=$ 1,00249	1,00264	1,00301	1,00274

Naturalmente non si può da questi rapporti dedurre senz'altro la variazione del valore della componente orizzontale del campo terrestre H coll'altezza, giacchè le stazioni scelte si trovano a differenti longitudini e latitudini, come si vede da questi numeri:

	Assergi	Rifugio	Grotta dell' Oro	Monte Corno
Latitudine	42° 25',84	42° 27',84	42° 28',83	42° 28',67
Longitudine est di M. Mario	1 3 05	1 5 22	1 5 15	1 6 22

Ho dovuto quindi correggere tutte le osservazioni per ridurle ad una medesima verticale. Per far ciò mi occorreva conoscere di quanto influiscano sul valore della H in queste regioni le differenze in latitudine e longitudine. Stante la difficoltà della montagna, non avendo potuto per ora pensare ad eseguire osservazioni tutto all'intorno su un medesimo piano orizzontale, come fecero i signori Van Ryckevorsel e Van Bemmelen pel Rigi (unico metodo veramente buono che mi riservo di seguire appena potrò), mi dovetti contentare di dedurre le dette correzioni da misure compiute in località non molto lontane, ed è con questa avvertenza che va giudicato il risultato di quanto segue.

A tale scopo mi sono servito delle numerose ed accurate misure di confronto eseguite dai sigg. F. Keller e G. Folgheraiter (1) fra una località prossima a Roma: la Farnesina e varî altri punti del Lazio e dell'Abruzzo. Dette misure sono qui raggruppate:

STAZIONE	Fascicolo dei frammenti riguardanti la località	Latitudine	Longitudine da M. Mario	H	Osservatore
Farnesina	I, II, IV, VI, VII, VIII	41° 56′ 0″	0° 0′ 0″	1,0000	K. F.
Fiumicino . . .	I	41 46 27	0 12 24 ovest	1,0011	K.
Anzio	I	41 28 0	0 10 20 est	1,0077	K.
Arsoli	I	42 2 39	0 34 24 est	0,9971	K.
Narni	I	42 31 6	0 4 48 est	0,9866	K.
Magliana	IV	41 49 58	0 2 50 ovest	1,0006	K.
Palo	IV	41 57 30	0 21 58 ovest	0,9975	K.
Corese	IV	42 19 39	0 10 48 est	0,9947	K.
Carroceto	VI	41 34 6	0 11 30 est	1,0046	K.
Mentana	VI	42 1 33	0 11 58 est	0,9975	K.
Montecelio . . .	VII	42 0 59	0 17 28 est	0,9991	K.
Antrosano	VII	42 4 0	0 57 30 ovest	1,0004	K.
Carsoli	VIII	42 5 7	0 38 45 est	0,9977	K.
S. Marinella . . .	(2)	42 2 56	0 34 30 est	0,9946	K.
Campo di Giove .	VIII	42 0 48	1 34 6 est	1,0039	F.
Orte	VIII	42 27 12	0 7 18 ovest	0,9890	K.
Ortona de' Marsi .	II	41 59 24	1 17 0 est	1,0042	F.
Castel Malnome .	VII	41 49 58	0 8 16 ovest	1,0000	K.

A queste osservazioni ho creduto opportuno aggiungerne altre scelte fra quelle che servirono alla costruzione delle carte magnetiche d'Italia. I nu-

(1) F. Keller e G Folgheraiter, *Frammenti concernenti la Geofisica dei pressi di Roma.* Roma, Tipografia Elzeviriana, Fascicoli I. 1895; II. III. IV. 1896; V. VI. 1897; VII. 1898; VIII. 1899.

(2) Il risultato di questa stazione, non ancora pubblicato, mi venne gentilmente comunicato dallo stesso prof. Keller.

meri di cui mi sono servito e che qui sotto riporto (in misura assoluta) sono tolti dalla relazione del prof. P. Tacchini su dette misure.

LOCALITÀ	Latitudine	Longitudine est di Greenwich	Componente orizzontale (c. g. s.)	Epoca	Osservatore (1)
Agnone	41°48′,1	14°21′,9	0,23472	1891, 5	P
Ancona	43 36 7	13 32 2	0,22463	1887, 7	C
Aquila	42 20 7	13 23 5	0,23053	1888, 6	C e P
Avezzano	42 1 9	13 25 4	0,23266	1891, 5	P
Campobasso . . .	41 33 9	14 40 0	0,23610	1888, 6	C e P
Grottammare. . .	42 59 4	13 52 2	0,22781	1888, 6	C
Ortona a Mare . .	42 21 3	14 23 7	0,23137	1888, 6	C e P
Solmona	42 2 5	13 55 3	0,23317	1888, 6	C e P
Teramo	42 39 6	13 41 4	0,22935	1888, 6	C e P

Dal confronto di tutti questi risultati ho ottenuto col metodo delle approssimazioni successive i seguenti numeri in unità relative:

L' intensità aumenta, in queste regioni col diminuire della latitudine in ragione di 0,00035 per ogni minuto primo, e aumenta andando sul parallelo verso Est in ragione di 0,000072 per ogni primo di longitidine.

Applicando queste correzioni al caso mio in cui le differenze fra stazione e stazione sono:

	Corno Grande-Assergi	Rifugio-Assergi	Grotta dell' Oro-Assergi
Differenza in altezza	m. 2100	m. 1380	m. 740
" in latitut.	3′,83	3′	3′,99
" in longit.	3′,17	2′,17	2′,19

Ottengo come gradiente per la H e per ogni 1000 m. di dislivello i seguenti valori sempre in misura relativa:

0,0027
23
13
27
26
15
27
24
20
25
24
16

Media 0,0022

(1) La lettera C indica il prof. Chistoni, la lettera P il prof. Palazzo.

Volendo confrontare questo risultato con quello di Liznar, ho voluto ridurre questo valore in unità assolute c. g. s.; deducendo dai valori della componente orizzontale in Teramo e Aquila (vedi tabella corrispondente) nel 1888 i valori attuali nelle stazioni da me osservate, trovo come gradiente di diminuzione coll'altezza per ogni chilometro di dislivello circa:

$$0{,}0005,$$

valore po' superiore a quelli trovati dal Liznar e dal Sella.

Ora, sebbene il Liznar abbia operato sui risultati di misure non compiute espressamente ed abbia compreso nel calcolo i risultati di stazioni di altezza non superiore ai 400 m. per le quali il valore del gradiente non può avere grande attendibilità, e sebbene il Sella stesso esterni qualche dubbio sul suo risultato per la presenza di forti masse magnetiche alla base del M. Rosa, pur tuttavia i loro risultati sono in sufficiente accordo coi miei, ottenuti da misure appositamente istituite in località ove non si avevano a temere perturbazioni di sorta. Mi pare dunque si possa concludere che riguardo al segno e all'ordine di grandezza di questo gradiente non vi possa essere più dubbio alcuno; il suo vero valore spero poterlo fissare fra breve, quando avrò compiute le misure che intendo fare ancora.

Chimica fisica. — *Soluzioni solide e miscele isomorfe.* Nota di Giuseppe Bruni, presentata dal Socio G. Ciamician.

In un recentissimo lavoro [1] io ed F. Gorni abbiamo riferito i risultati delle esperienze eseguite sul congelamento di varie miscele di sostanze isomorfe, o di sostanze non isomorfe, ma formanti soluzioni solide in rapporti assai larghi. In questa Nota esporrò le principali deduzioni che da quei risultati possono trarsi riguardo alla teoria delle miscele isomorfe e delle soluzioni solide.

Io e Gorni abbiamo rilevato che se si esaminano le curve di congelamento di varie miscele di sostanze isomorfe (p. biclorobenzolo e p. clorobromobenzolo; p. biclorobenzolo e p. bibromobenzolo; dibenzile ed azobenzolo), esse, partendo dal punto di congelamento del componente che fonde più basso, non si innalzano subito, ma si ha dapprima un abbassamento più o meno grande, dopo del quale solo la curva ricomincia ad innalzarsi. Questo comportamento, il verificarsi cioè di abbassamenti del punto di congelamento (sempre inferiori ai normali) partendo da entrambi i componenti, è quello stesso che venne fino qui osservato per le miscele di sostanze formanti soluzioni solide ma non completamente isomorfe. Come io e Gorni abbiamo fatto osser-

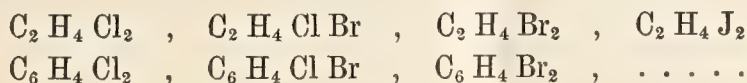
[1] Rend. di questa Accad. 1899, 2° sem. pag. 181.

vare, la verificazione di questi fatti fa sparire l'ultima delle differenze che si erano fin qui da taluno volute rilevare fra il comportamento di quelle due categorie di miscele. Si può anzi ritenere che l'andamento più sopra delineato sia generale, che cioè nelle curve di congelamento di tutte le miscele isomorfe si abbiano dapprima degli abbassamenti; che solamente in molte miscele questi abbassamenti si verificano a concentrazioni così infime, e con così minime variazioni di temperatura da sfuggire all'osservazione.

Il comportamento delle miscele di bicloro-, clorobromo-, e bibromo-benzolo mostra poco fondata l'opinione espressa da Bodländer (1) che fra cloruro, bromuro e joduro d'etilene, e fra cloroformio, bromoformio, e jodoformio, non possa parlarsi — in base al comportamento delle loro soluzioni da me studiate (2) — di vero isomorfismo. I fatti ora scoperti fanno invece ritenere come assai probabile che possa anche in questo caso trattarsi di vero e proprio isomorfismo cristallografico. Il parallelismo dei fenomeni in queste serie, risulta assai bene ove si esaminino i coefficienti di ripartizione (calcolato colla nota formola di Beckmann) nelle seguenti soluzioni:

$C_2H_4Cl_2$ in $C_2H_4Br_2$: $\alpha = 0{,}20$	$C_6H_4Cl_2$ in $C_6H_4Br_2$: $\alpha = 0{,}36$
C_2H_4ClBr in $C_2H_4Br_2$: $\alpha = 0{,}59$	C_6H_4ClBr in $C_6H_4Br_2$: $\alpha = 0{,}65$

È vero che i valori di α e cioè la solubilità allo stato solido sono maggiori nella seconda serie che nella prima; essi sono però per composti corrispondenti dello stesso ordine di grandezza; e della differenza numerica esistente può facilmente trovarsi una spiegazione soddisfacente. Se si esaminano le due serie seguenti di composti:

$$C_2H_4Cl_2 \;,\; C_2H_4ClBr \;,\; C_2H_4Br_2 \;,\; C_2H_4J_2$$
$$C_6H_4Cl_2 \;,\; C_6H_4ClBr \;,\; C_6H_4Br_2 \;,\; \ldots\ldots$$

si vede infatti subito che la massa della parte della molecola che resta intatta è, rispetto a quella della parte che si sostituisce, assai maggiore nella seconda serie che nella prima. Ciò deve assai probabilmente influire nel senso che, producendosi uno spostamento minore nell'assetto della molecola, i corpi di questa seconda serie presentino tra loro una maggior solubilità allo stato solido.

Nei casi fin qui esaminati però la curva di congelamento, siavi o non siavi un punto di minimo, è sempre una curva continua; ciò dimostra secondo la regola delle fasi che tali corpi possono coesistere sempre in una sola fase solida, ossia che essi possono formare cristalli misti in tutti i rapporti. Può però facilmente immaginarsi anche il caso in cui nemmeno ciò si verifichi; cioè che vi siano miscele di sostanze cristallograficamente isomorfe che possano pre-

(1) Neues Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal. Beilage Band. XII. pag. 52.
(2) Rend. di questa Accad. 1898. 1° sem. pag. 166.

sentare due fasi solide coesistenti, cioè che siano miscibili solo in limitati rapporti. Che ciò possa essere lo dimostra il fatto che taluni sali isomorfi possono formare cristalli misti solo entro certi rapporti, oltre i quali coesistono cristalli misti di due specie, le due soluzioni solide cioè rispettivamente sature; p. e., solfato magnesiaco e solfato ferroso, solfato e seleniato di berillio ecc. Questi casi coincidono per lo più coi casi di isodimorfismo. Se con miscele binarie di questi sali si potessero eseguire determinazioni crioscopiche, si avrebbero indubbiamente due tratti di curva discendente incontrantisi in un punto multiplo corrispondente alla coesistenza delle due soluzioni solide sature. I due tratti di curva esprimerebbero però sempre abbassamenti inferiori ai normali.

Da tutto questo complesso di fatti risulta che le relazioni tra forma cristallina e miscibilità allo stato solido, per quanto indubbiamente esistano e debbano avere grande importanza, sono ancora assai lungi dall' essere ben chiarite.

Assai più chiare sono le relazioni fra solubilità allo stato solido e configurazione molecolare, per le quali, almeno nei corpi organici, si hanno già varie regole ben definite e provate con numerose esperienze. Si possono riassumere le relazioni fra le ora accennate proprietà, e la forma della la curva di congelamento nel seguente schema:

Forma della curva di congelamento	Miscibilità allo stato solido	Analogie di configurazione molecolare	Analogie di forma cristallina
I. La curva consta di due rami. Gli abbassamenti relativi sono in accordo colla legge generale di Raoult e van't Hoff.	Nessuna miscibilità	Nessuna analogia di configurazione	Nessuna analogia di forma cristallina
I. La curva consta di due rami. Gli abbassamenti sono inferiori a quelli calcolati secondo la legge di Raoult e van 't Hoff (1).	Miscibilità limitata	Limitate analogie di configurazione	Limitate relazioni morfotropiche
III. La curva è una curva continua. Gli abbassamenti sono sempre inferiori ai normali.	Miscibilità illimitata	Strette analogie od identità di configurazione	Isomorfismo completo

Le relazioni fra gli ordini di fatti espressi nelle due prime colonne sono rigorosamente stabilite dal lato teorico (dalla regola delle fasi), e comprovate dal lato sperimentale.

(1) Naturalmente debbono essere esclusi i casi in cui gli abbassamenti anormalmente piccoli sono provocati dalla formazione di aggregati molecolari.

Le relazioni di questi due ordini di fenomeni colla configurazione molecolare non sono ancora definitivamente stabilite nei dettagli. Nella loro forma più generale, come esse sono espresse nello schema soprascritto, possono ritenersi sicuramente stabilite.

Per ciò che riguarda la forma cristallina invece, anche le relazioni generalissime espresse nello schema sono tutt' altro che stabilite, e soffrono anzi numerose eccezioni. Abbiamo visto infatti che esistono sostanze che hanno bensì relazioni morfotropiche, ma non sono completamente isomorfe (naftalina e β-naftolo) o che anche non hanno relazioni cristallografiche di sorta (acido fenilpropionico, ed acido cinnamico) e sono tuttavia miscibili allo stato solido in tutti rapporti. Vi sono al contrario sostanze cristallograficamente isomorfe che sono solubili allo stato solido solo in determinati rapporti. Le eccezioni e le incertezze esistenti in questo campo sono certamente in gran parte da attribuirsi all' influenza perturbatrice dei fenomeni di polimorfismo e di isopolimorfismo.

Ciò che ad ogni modo risulta in modo sicuro dall' insieme di fatti e di considerazioni ora esposte, può così riassumersi:

1.° Non vi ha nell' andamento della curva di congelamento alcuna differenza di principio fra le miscele isomorfe e le soluzioni solide di sostanze non isomorfe.

2.° Il comportamento delle miscele isomorfe nel congelamento non è sotto nessun punto di vista in contraddizione colla teoria di van 't Hoff sulle soluzioni solide.

Oltre ai fenomeni di congelamento, altre serie di fenomeni vennero presi in considerazione da Bodländer [1] per giungere alla conclusione che le miscele isomorfe non siano da comprendersi fra le soluzioni solide.

Per ciò che riguarda la solubilità dei cristalli misti le considerazioni di Bodländer vennero già confutate da A. Fock [2] in modo così esauriente, che io posso dispensarmi dall' entrare in tale questione.

Per ciò che si riferisce alla mancanza di diffusione, nei cristalli misti si può anzitutto osservare che invano si cercherebbe con ciò di creare una differenza fra le miscele isomorfe e le soluzioni solide cristalline di sostanze non completamente isomorfe, ed anche fra queste ed alcune soluzioni solide amorfe come ad es. i vetri colorati, nelle quali pure non si possono certamente in tempi anche lunghissimi osservare fenomeni apprezzabili di diffusione. Del resto è assai agevole l' immaginare la resistenza che alla diffusione deve opporre nelle soluzioni solide cristalline una forza che nelle soluzioni liquide non esiste affatto, e cioè la forza orientatrice delle molecole cristalline. Tale resistenza giunge probabilmente fino a rendere assolutamente im-

[1] Neues Iahrb. f. Min. Geol. u. Pal. Beilage Band XII. pag. 52.
[2] Neues Iahrb. f. Min. Geol. u. Pal. 1899, Bd. I, pag. 71.

possibile qualunque fenomeno di diffusione. Ma, come venne detto, nemmeno questo comportamento può costituire una differenza qualsiasi fra le miscele isomorfe e le soluzioni solide cristalline di sostanze non del tutto isomorfe.

Non potendosi in seguito alle considerazioni ora esposte ammettere nessuna di tali differenze, viene a mancare ogni ragione d' essere alla distinzione che Bodländer vorrebbe fare escludendo le miscele isomorfe dalle soluzioni solide, ed assimilando le altre soluzioni solide cristalline ai fenomeni di assorbimento superficiale (*adsorption*). Quest'ultimo concetto è già senz'altro inaccettabile pel fatto che come dimostra Nernst [1] i fenomeni di assorbimento nei quali esercitano una parte preponderante le attrazioni superficiali non possono esser comprese fra le soluzioni solide.

Del resto anche senza questa considerazione riuscirebbe invero assai difficile e poco soddisfacente l' ammettere che p. es. le soluzioni solide fra benzolo e pirrolo o fra benzolo e fenolo, e quelle fra fenantrene e carbazolo o fra naftalina e naftolo, fra i quali esistono rispettivamente le identiche relazioni di costituzione, siano dovute le prove a fenomeni di assorbimento superficiale e le seconde ad isomorfismo. Senza ricorrere ad ipotesi di cause così disparate, si spiega assai bene il fatto che fra i composti delle prime serie la solubilità allo stato solido sia più limitata che fra quelli delle serie più elevate, colla considerazione più sopra esposta che in queste ultime la massa che rimane intatta nella molecola è, rispetto alla massa della parte che si cambia, maggiore che nelle prime.

In una Memoria « *Ueber die Fällungsreactionen* » [2] Küster esprime incidentalmente l' opinione che si possa trasportare il concetto di miscele isomorfe anche alle miscele di sostanze amorfe; per giustificare questo concetto che può sembrare almeno strano egli dà la definizione seguente delle miscele isomorfe e delle soluzioni. Le miscele isomorfe sono date da ciò: « che le « molecole di uno dei componenti sostituiscono molecola per molecola le mo- « lecole dell' altro in tutte le loro funzioni ». Le soluzioni, comprese le solide, si hanno: « quando le molecole di uno dei componenti si inseriscono « fra quelle dell' altro, spostandole più o meno, senza tuttavia sostituirle « nelle loro funzioni ». Ostwald ha osservato [3] che non è possibile: « ricavare da queste parole un senso determinato, cioè controllabile sperimen- « talmente »; non si può che associarsi senza riserva a quest' opinione.

È certo possibile, se non lecito, di dare delle miscele isomorfe e delle soluzioni solide definizioni tali, a proprio piacimento, che le prime non possano rientrare nelle seconde, ma per far ciò bisogna cambiare completamente il significato annesso finora a queste espressioni e dare a queste un significato

(1) Theoretische Chemie. 2e Aufl. pag. 170-171.
(2) Zeitschr. f. Anorg. Ch. XIX, 95-96.
(3) Zeitschr. f. physik. Ch. XXIX, 339-340 (Sunto della Memoria precedente).

che non risponda più in nulla a quello etimologico. Per quanto, ad esempio, vi siano varie opinioni intorno al significato ed all'estensione da attribuirsi al concetto di isomorfismo e quindi a quello di miscele isomorfe, nessuno potrebbe però pensare a separare da essi il concetto della forma cristallina. Certamente esistono nella scienza espressioni che hanno attualmente un significato reale che non ha più alcuna relazione col loro significato etimologico (p. es. la parola *crioidrato*): ma ciò avvenne naturalmente, perchè quel nome fu adottato quando dei fenomeni relativi si dava una spiegazione abbandonata in seguito. Che sia bene il creare pensatamente simili contraddizioni pochi vorranno sostenere.

Del resto la questione messa in tal modo cessa di essere una questione scientifica per diventare una disputa filologica, e si può quindi rifiutarsi di seguire Küster su questo terreno.

In una recente pubblicazione (¹) Bodländer ritorna sull'argomento e si sforza di dimostrare che dalle mie stesse esperienze sul congelamento delle miscele di naftalina e β-naftolo (²) può dedursi che per le miscele isomorfe non valgono le leggi delle soluzioni. Mi sarà assai facile il dimostrare che i calcoli da lui istituiti sui miei dati sperimentali si basano su una serie di errori teorici, ed i loro risultati sono quindi privi di qualsiasi valore.

Anzitutto farò osservare un fatto abbastanza strano. Bodländer dice che nel caso delle miscele di naftalina e β-naftolo « le piccole deviazioni dall'omogeneità del congelamento bastano solo a spiegare le parimenti piccole deviazioni della curva di fusione dalla retta ». Ciò equivale all'ammetter vero l'enunciato della seconda regola di Küster, cioè che quando la curva di congelamento coincide colla retta, il congelamento avviene in modo omogeneo, ossia la fase solida ha la stessa composizione della liquida. Ora io non ho solo dimostrato sperimentalmente le deviazioni dalla retta; ma ho altresì dimostrato con un teorema di Gibbs fondato sulla termodinamica, l'assoluta *impossibilità teorica* che il congelamento avvenga in modo omogeneo. Questa dimostrazione si trova in una Nota apparsa in questi Rendiconti nel *dicembre '98*. Di essa fu pubblicato un sunto firmato Bodländer, nel fascicolo del *1° febbraio '99* del Chemisches Centrablatt. Nella sua pubblicazione che porta la data *maggio '99*, lo stesso Bodländer non fa il minimo cenno di questa dimostrazione che distrugge fin dal principio il suo ragionamento. Come dissi prima, questa omissione è un fatto ben strano!

E veniamo ora ai calcoli: Come è noto io ho dimostrato la non omogeneità nel congelamento separando coll'apparecchio di van Bijlert i cristalli dall'acqua madre e dimostrando che i primi fondono più alto e la seconda più basso della soluzione primitiva. Bodländer calcola dalle mie

(¹) Neues Jahrb. f. Min. Geol. u. Pal. 1899. Bd. I, pag. 8.
(²) Rend. di questa Accad. 1898 II° sem.

misure termometriche il valore del coefficiente di ripartizione, introduce questo valore nella nota formola di Beckmann, e applicando questa alle soluzioni diluite di naftalina in β-naftolo e viceversa dimostra che si calcolano dei pesi molecolari assai più piccoli dei teorici, e deduce che quindi le leggi delle soluzioni non valgono per le miscele isomorfe. Ognuno vede su qual serie di errori siano fondati questi calcoli e queste conclusioni.

1.° Il calcolo del valore di α dalle mie esperienze termometriche non è possibile nemmeno approssimativamente. Le mie esperienze dirette ad uno scopo puramente *qualitativo*, furono condotte con un metodo adatto a questo scopo, ma non permettono conclusioni *quantitative*. Se queste fossero possibili, le avrei naturalmente tratte io fino d' allora e risparmiato così a Bodländer la noia delle sue ricalcolazioni. Dalle mie esperienze non si può calcolare il valore di α perchè non è possibile di conoscere nemmeno approssimativamente quanta acqua madre fosse rimasta aderente ai cristalli. Nè si creda che questo porti un errore piccolo. P. es. nelle miscele di fenolo e benzolo da me studiate, l' acqua madre raggiungeva la metà della massa separata. In queste miscele di sostanze che fondono tanto alto e che hanno tanta tendenza a cristallizzare la proporzione sarà probabilmente anche maggiore. Inoltre perchè il calcolo del valore di α sia esatto occorre sempre che i cristalli separati siano una porzione assai piccola della massa totale della soluzione. Io invece dividevo la miscela in due parti pressapoco uguali. Il calcolo del valore di α fatto da Bodländer sulle mie misure non ha quindi nemmeno la più lontana approssimazione. E tutti gli errori commessi da Bodländer tendono tutti a far aumentare questo valore (calcolato per la naftalina), cioè influiscono tutti ad alterare i risultati nel senso favorevole alle sue vedute.

2.° Se anche il valore di α fosse calcolato esattamente, questo valore dedotto per miscele contenenti intorno al 50 % dei due componenti non sarebbe applicabile alle soluzioni diluite corrispondenti ai due estremi della curva di congelamento. Questo, oltrechè per la ragione che esporrò subito dopo, per la seguente: non è provato che il valore di α resti costante lungo tutta la curva di congelamento, ed è anzi a ritenersi che ciò non avvenga. Infatti il coefficiente di ripartizione fra due fasi resta costante col variare della concentrazione purchè resti costante la temperatura. Col variare di questa esso pure deve variare. Ciò tanto più nel caso speciale di una soluzione liquida in equilibrio con una solida, avendo certamente la temperatura poca influenza sulla miscibilità allo stato cristallino, ed avendone invece una assai considerevole sulla solubilità nella fase liquida. Per le miscele di sostanze come la naftalina ed il β-naftolo fra i cui punti di congelamento vi è una differenza di 40°, le differenze possono essere assai sensibili.

3.° La formola di Beckmann come è noto non è affatto rigorosa, ma solo approssimativa. La sua approssimazione è tanto maggiore quanto più la

soluzione a cui essa si applica è diluita, e quanto minore è il valore del coefficiente di ripartizione. Nella deduzione di essa infatti si tien conto del calore latente di fusione di uno solo dei due componenti considerato come solvente, quando le soluzioni sono concentrate ed il valore del coefficiente α è, come nel caso presente, assai forte la formola di Backmann non è più applicabile.

Le conclusioni che — contro alle mie deduzioni — Bodländer basa su questa serie d'errori, sono quindi insostenibili.

Concludendo e riassumendo: Tutte le differenze che Küster e Bodländer credettero di trovare fra il comportamento delle soluzioni solide e quello delle miscele isomorfe si fondano: parte sulla incompleta ed inesatta conoscenza che dei fatti relativi si avevano allorchè essi esposero le loro vedute; parte sulla erronea interpretazione dei dati di fatto.

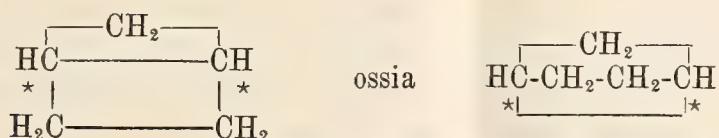
La conclusione che le miscele isomorfe sono quindi un caso speciale delle soluzioni solide, è quindi perfettamente giustificata.

Chimica fisica. — *Sulle proprietà ottiche dei nuclei granatanico e tropanico.* Nota di A. Piccinini, presentata dal Socio G. Ciamician.

Lo studio del caso di isomeria sterica da me riscontrato nelle metilgranatilamine e comunicato in una nota inserita in questi Rendiconti [1], mi ha fatto osservare alcune altre particolarità notevoli del nucleo granatanico, le cui conseguenze mi sembrano degne di menzione, potendo essere estese anche al gruppo tropanico ed in genere a tutti i concatenamenti complessi in cui trovansi due atomi di carbonio asimmetrico equivalenti che fanno parte contemporaneamente di due nuclei ciclici.

Per ragioni di chiarezza voglio qui considerare dapprima il caso più semplice, appartenente alla categoria cui ho accennato ora.

Nella molecola della struttura rappresentata dai due schemi equivalenti:

$$\begin{array}{ccc} & \ulcorner\!\!-CH_2-\!\!\urcorner & \\ HC & \text{———————} & CH \\ \overset{*}{|} & & \overset{*}{|} \\ H_2C & \text{———————} & CH_2 \end{array} \qquad \text{ossia} \qquad \begin{array}{c} \ulcorner\!\!-\!-CH_2-\!-\!\!\urcorner \\ HC\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH \\ {}^{*}\llcorner\!\!\text{—————————}\!\!\lrcorner{}^{*} \end{array}$$

esistono due atomi di carbonio asimmetrico (contrassegnati con asterischi), rispondenti per le loro condizioni alle caratteristiche sopraindicate.

Ciò posto, è assai interessante esaminare fino a qual punto questa molecola può, compatibilmente colle sue condizioni di esistenza, uniformarsi

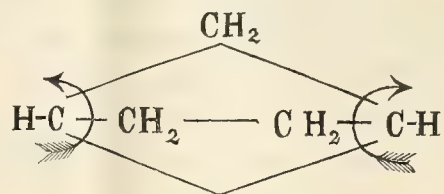
[1] Vol. VIII, 2° sem., pag. 139.

alle leggi del Van't Hoff relative ai corpi che contengono due atomi di carbonio asimmetrico equivalenti.

Per questo caso la teoria prevede, come è noto, l'esistenza di tre forme distinte, di cui due dotate di potere rotatorio uguale, ma di segno contrario (eventualmente riunibili in una forma racemica inattiva scindibile), ed una inattiva per compensazione interna e non scindibile.

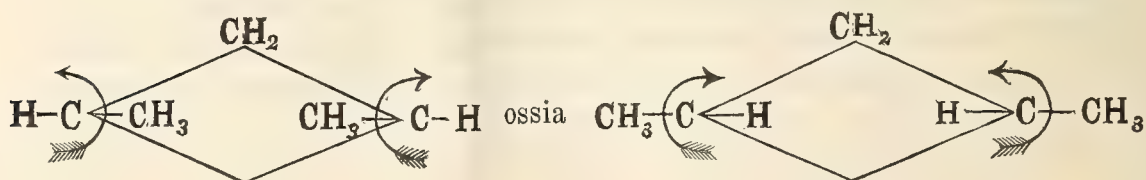
La molecola in questione appartiene evidentemente a quest'ultimo tipo; ciò si manifesta considerando l'ordine di successione relativo dei sostituenti per ciascuno degli atomi asimmetrici, indicato colle freccie nello schema seguente:

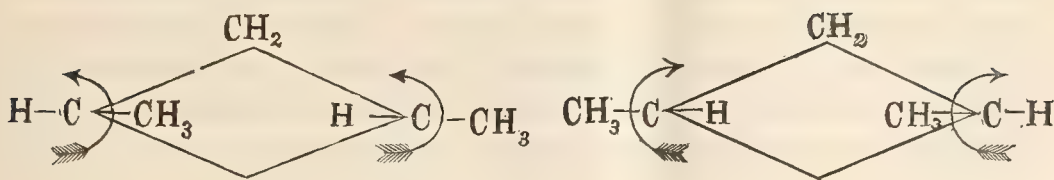
CH_2

$H\text{-}C - CH_2 —— CH_2 - C\text{-}H$

In essa adunque la rotazione del piano di polarizzazione della luce, indotta da uno dei carbonii asimmetrici, è compensata da quella uguale ma in senso contrario, provocata dall'altro; perciò una delle forme isomeriche che la molecola in questione deve presentare secondo la legge di Van't Hoff, e cioè quella inattiva per compensazione interna, è rappresentata senz'altro dallo schema scritto sopra, il quale risponde pure alla disposizione che gli atomi per effetto della direzione delle loro valenze, sono tratti ad assumere di preferenza.

Restano ora ad esaminarsi le condizioni necessarie per la formazione degli altri due isomeri previsti dalla teoria. Essa può ritenersi conseguenza di un cangiamento nell'ordine di successione relativo, dei radicali legati all'uno o all'altro dei carbonii asimmetrici. Nelle molecole in cui il carbonio asimmetrico possiede almeno due valenze non impegnate in nuclei ciclici, questo cambiamento può effettuarsi senza alcuna difficoltà. Basterebbe, ad esempio, immaginare che nel nucleo inattivo per compensazione interna, già citato sopra, venisse ad aprirsi il ponte per trasformazione di due gruppi metilenici in metilici: si avrebbe in tal caso una molecola suscettibile di presentarsi senza deformazione del nucleo, in tutte le modificazioni richieste dalla teoria, potendosi ottenere una modificazione inattiva per compensazione interna, rappresentata dai due schemi equivalenti:

CH_2 $\qquad\qquad$ CH_2

$H-C-CH_3 \quad CH_3-C-H$ ossia $CH_3-C-H \quad H-C-CH_3$

e le due modificazioni attive enantiomorfe:

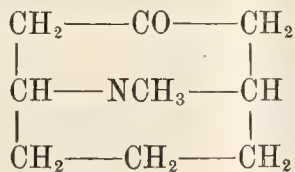
$$\mathrm{H{-}C}\!\begin{array}{c}\diagup\;\mathrm{CH_2}\;\diagdown\\ \mathrm{CH_3}\qquad\quad \mathrm{H}\\ \diagdown\qquad\diagup\end{array}\!\mathrm{C{-}CH_3}\qquad \mathrm{CH_3{-}C}\!\begin{array}{c}\diagup\;\mathrm{CH_2}\;\diagdown\\ \mathrm{H}\qquad\quad \mathrm{CH_3}\\ \diagdown\qquad\diagup\end{array}\!\mathrm{C{-}H}$$

Ma quando il carbonio asimmetrico non possiede più che una sola valenza non impegnata in catene chiuse, come nel caso in questione, il passaggio agli isomeri ottici potrebbe essere ostacolato dalla presenza di legami che vengono a formare il ponte.

Io non posso asserire che in questi casi sia assolutamente impedita la formazione delle modificazioni enantiomorfe (1); però è assai probabile che le molecole del genere considerato, contenenti cioè due atomi di carbonio asimmetrico equivalenti, con tre valenze impegnate in nuclei ciclici, assumano di preferenza la forma inattiva per compensazione interna.

Questa ipotesi trova, a mio parere, un appoggio nelle proprietà ottiche, rispetto alla luce polarizzata, delle basi alcooliche del gruppo granatanico e tropanico.

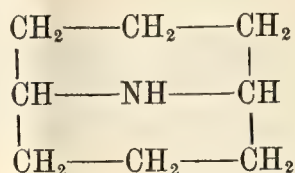
L'alcaloide più importante che ricavasi dalla radice del melagrano, per semplice spostamento a freddo, dal sale organico originario, con acqua di calce, è la *metilgranatonina* detta dal suo scopritore, il Tanret, pseudopelletierina od anche alcaloide solido *inattivo*; esso è infatti completamente inattivo sulla luce polarizzata; aggiungerò inoltre che i tentativi da me fatti per ottenere la scissione in modificazioni attive, per mezzo dell'acido tartarico, non ebbero alcun esito favorevole.

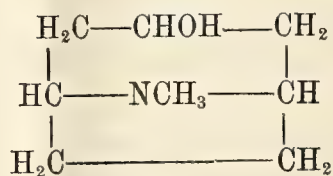
Ora è a notarsi che la metilgranatonina contiene appunto, secondo la struttura ultimamente assegnatale, due atomi di carbonio asimmetrico con una sola valenza non impegnata in catene chiuse; per di più questi carbonii sono perfettamente equivalenti; questi fatti risultano in modo assai chiaro dallo schema sotto segnato rappresentante l'alcaloide in questione:

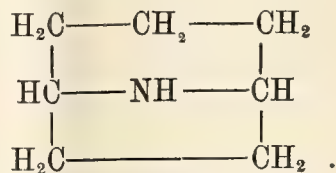
$$\begin{array}{lcl} \mathrm{CH_2} & \text{——}\mathrm{CO}\text{——} & \mathrm{CH_2} \\ | & & | \\ \mathrm{CH} & \text{——}\mathrm{NCH_3}\text{——} & \mathrm{CH} \\ | & & | \\ \mathrm{CH_2} & \text{——}\mathrm{CH_2}\text{——} & \mathrm{CH_2} \end{array}$$

È quindi assai probabile per quanto ho detto sopra che la molecola della metilgranatonina appartenga al tipo inattivo per compensazione interna.

(1) Costruendo la molecola coi modelli, si possono infatti ottenere anche le modificazioni enantiomorfe; è a notarsi però che la trasformazione è accompagnata da una considerevole deformazione dei nuclei, il che starebbe in appoggio dell'ipotesi suespressa.

Del pari inattivi sulla luce polarizzata dovrebbero esser tutti i derivati del nucleo granatanico sostituiti in modo che sia mantenuta l'asimmetria e l'equivalenza dei due atomi di carbonio legati all'azoto. A questo proposito farò notare che l'alcaloide fondamentale di questa serie, la *granatanina*, si sottrae del tutto alle considerazioni fatte fin qui, non contenendo carbonio asimmetrico; lo schema seguente dimostra questo asserto:

$$
\begin{array}{lll}
CH_2 & —CH_2— & CH_2 \\
| & & | \\
CH & —NH— & CH \\
| & & | \\
CH_2 & —CH_2— & CH_2
\end{array}
$$

Anche la *tropina* ed il suo stereisomero *ψ-tropina* sono inattive sulla luce polarizzata. Ciò risulta specialmente da osservazioni del Liebermann e del Willstätter (¹). Ora è noto che alla tropina spetta la struttura indicata dallo schema seguente:

$$
\begin{array}{lll}
H_2C & —CHOH— & CH_2 \\
| & & | \\
HC & —NCH_3— & CH \\
| & & | \\
H_2C & ——— & CH_2
\end{array}
$$

da cui risulta che essa pure contiene due atomi di carbonio asimmetrico legati nel modo considerato finora. La tropina ed il suo stereoisomero potrebbero quindi essere inattivi per compensazione interna; d'altra parte è a notarsi che se la tropina fosse semplicemente una miscela racemica, le atropine sintetiche ottenute eterificandola cogli acidi tropici attivi, dovrebbero essere miscele di sostanze isomere. Del pari inattivi per compensazione interna debbono essere tutti i derivati della serie tropanica in cui trovasi intatto il concatenamento caratteristico della tropina e in cui la sostituzione degli idrogeni del nucleo è avvenuta in modo da non alterare l'equivalenza dei due atomi di carbonio asimmetrico. La *tropanina* (o *tropano*) stessa sarà dunque inattiva e non scindibile in isomeri ottici avendo la struttura seguente:

$$
\begin{array}{lll}
H_2C & —CH_2— & CH_2 \\
| & & | \\
HC & —NH— & CH \\
| & & | \\
H_2C & ——— & CH_2 \;.
\end{array}
$$

(¹) R. Willstätter, *Unters. in der Tropingruppe*. München 1896, pag. 51.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 novembre 1899.

E. Beltrami Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Zoologia medica. — *Osservazioni sul rapporto della seconda spedizione malarica in Italia, presieduta dal Prof. Koch, composta oltre che dallo stesso Koch, dal Prof. Frosch, dal dottor Ollwig e coadiuvata dal Prof. Gosio, direttore dei laboratorî di sanità del Regno d'Italia.* Nota del Socio B. Grassi.

Parte Seconda [1].

Le mie ricerche a Grosseto sarebbero perciò state superflue, se in un punto di cui passo a parlare non mi avessero rischiarate le idee.

A Maccarese nel mese di maggio trovai vicino a una casa in una botte abbandonata contenente acqua verdognola, oltre a molte larve di *C. pipiens*

[1] Koch non tiene conto delle nostre pubblicazioni in moltissimi altri punti. Così dimentica che io e Dionisi prima di lui abbiamo spiegato più esattamente e più estesamente il significato del fenomeno della fecondazione rispetto alla generazione dentro il corpo della zanzara. Dimentica anche, per citare un secondo esempio, che noi per i primi abbiamo fissato l'importanza della temperatura per lo sviluppo dei parassiti malarici nel corpo dell'Anofele. Dimentica che io ho già dichiarati innocenti i flebotomi ecc. ecc. Questo non tener conto delle nostre osservazioni lo porta non di raro ad asserzioni contrarie alla verità; così egli dice che soltanto una specie di zanzare punge gli uccelli, mentre in realtà li pungono altre specie, tra le quali anche il *C. pipiens*. Così Koch asserisce che a Grosseto e nei dintorni le zanzare, di giorno, pungono poco o nulla, mentre, in realtà, nelle maremme, come in tutto il resto del mondo, accade facilmente di venir punti moltissimo

e *annulatus* alcune grosse larve di *Anopheles claviger*. Il 3 luglio a Prima Porta (dintorni di Roma) ebbi un reperto simile in una vasca contenente acqua piuttosto sporca.

Il 6 settembre a Sermoneta, in una piccola vasca che di solito in quest'epoca è asciutta e per caso quest'anno conteneva ancora acqua sporca, ma non putrescente, ebbi un reperto uguale. Ancora lo stesso reperto ebbi in una vasca del quartiere Ludovisi di Roma il 10 settembre. Questa abitazione, che dirò col Ficalbi *foveale*, delle larve di *A. claviger* mi aveva colpito, essendo

---

anche di giorno, specialmente riposando nei luoghi ombrosi più o meno scuri, o sotto gli alberi (per es., alla Stazione di Grosseto).

Koch che nel suo primo lavoro aveva giudicato inconcludenti gli esperimenti di Ross, riguardanti l'uomo, nel secondo lavoro tenta di togliere tutto il merito agli italiani per darlo a Ross. « Per le suddette ragioni, scrive Koch, non possiamo accogliere le conclusioni di Ross e Grassi che l' infezione malarica sia dovuta esclusivamente agli *Anopheles*; noi riteniamo invece, verosimilissimo che in questi dintorni (Grosseto) almeno due specie vi partecipano: il *C. pipiens* e l'*A. maculipennis* ». Così spetterebbe a Ross anche il merito di aver per il primo attribuito agli Anofeli l' infezione malarica. Ciò purtroppo recentemente pretende anche Ross stesso. Ritengo perciò opportuno inserire una Nota riguardante Ross, che era già pronta per la stampa, prima della pubblicazione di Koch.

Nuttall ha ultimamente pubblicato una storia molto minuziosa (*Centralblatt f. Bakteriologie, Parasitenkunde u. Infektionskrankheiten*, I Abth. XXV, Bd. 1899. N. 5-10) delle più moderne ricerche sulla malaria e io qui non potrei far altro che una ripetizione inutile. Il resoconto dello stimato autore americano vuol essere però completato in un punto riguardante Ross, il quale è tornato sull'argomento, senza però aggiungere fatti nuovi, in due note recentissime (*British Medical Journal*, July Ist. 1899, *Nature*, August 3, 1899).

Nessuno può mettere in dubbio il merito di Ross, il quale ha seguito il ciclo evolutivo di un parassita degli uccelli affine al parassita malarico dell'uomo, benchè di genere differente (*Proteosoma*), dentro il corpo di un *mosquito* grigio (*grey mosquito*). Si può osservare che, dal lato zoologico, il lavoro di Ross era molto imperfetto, tanto da lasciar dubbio sulla realtà dei fatti da lui scoperti e che la descrizione zoologica del *grey mosquito* era tale da far pensare al genere *Aedes*, come ho fatto appunto io in una Nota preliminare, ma ciò non toglie che le osservazioni si siano dimostrate in realtà esatte.

Il merito di Ross però cessa qui quasi interamente, perchè le osservazioni fatte da lui sui parassiti malarici dell'uomo lasciano molto a desiderare, contrariamente a quanto fa credere Ross stesso nelle due Note sopra citate.

Comincio a premettere che dopo le ricerche di Ross, come dice il titolo della Rivista sintetica di Nutall stesso, *restava ancora una teoria la trasmissione dei parassiti malarici dell'uomo in modo simile a quello scoperto da Ross per il Proteosoma degli uccelli*, non essendo permessa una conclusione *sicura* per semplice analogia. Di ciò può facilmente persuadersi chiunque consideri come forme affini possano avere cicli di sviluppo totalmente differenti: si ricordi per es. la tenia nana che non ha oste intermedio, si confronti il ciclo di sviluppo della trichina con quello del tricocefalo ecc.

Per gli stessi parassiti malarici degli uccelli, mentre fu facile a me e a Koch di confermare in Italia ciò che Ross aveva osservato in India sul Proteosoma, nè Dionisi, nè Ross, nè Koch, nè io, che mi dedicai al problema con amore, tentando coi più svariati ditteri, riuscimmo a determinare il ciclo evolutivo dell'altro genere di parassiti malarici

in contraddizione con quanto avevo osservato nella gran maggioranza dei casi. Fui perciò molto sorpreso di trovare a Grosseto diffusissima questa abitazione foveale, cioè in acque comunque abbandonate, così per esempio in vasi e botti lasciati pieni di acqua, in pile e pozzi non usati di recente e così via. Talvolta le larve di Anofele convivevano con quelle di *Culex* e allora erano in piccola quantità; tal'altra, invece, erano sole o quasi e in discreta quantità, o anche abbondantissime.

Questi fatti osservati a Grosseto dimostrano, per così dire, la tendenza

---

degli uccelli, e ciò contrariamente a qualunque presupposizione teorica e a qualunque argomento per analogia.

Vero è che Ross ha pubblicato di aver ottenuto sin dal 1897 alcuni stadî di sviluppo dei parassiti malarîci dell'uomo, ma ripeto che queste ricerche di Ross, oltrecchè limitate ai primi stadî, sono per sè stesse del tutto insufficienti, molto più insufficienti di quanto noi credevamo alla fine del passato anno, quando pubblicammo la prima nostra Nota preliminare. Mi spiego.

Dopo una serie di ricerche negative nel 1895-96, finalmente nell'agosto e nel settembre 1897 (si tenga presente che le ricerche sul Proteosoma di Ross sono fatte nel 1898) Ross trovava nella parete intestinale di *tre mosquitos* colle ali macchiate (*dappled winged mosquitos*) (appartenenti forse a due differenti specie, *grandi* e *piccoli*, come dice Ross) nutriti col sangue di un individuo affetto da semilune, delle cellule pigmentate. Nel settembre 1897 un esemplare di *mosquito* grigio preso mentre si nutriva su di un individuo affetto di terzana ordinaria, conteneva delle cellule pigmentate similissime alle precedenti. *Le cellule pigmentate, sia nel caso del mosquito grigio che dei mosquitos colle ali macchiate, vennero riferite senza alcuna esitanza dall'autore ai parassiti malarici dell'uomo.* Egli successivamente sperimentava invano sopra un uomo infetto di semilune con 15 *mosquitos* oscuri colle ali verdognole e macchiate (*dark greenish dappled-winged mosquitos*).

Questi dati di Ross sui *mosquitos* non potevano evidentemente guidare le ulteriori ricerche, ancorchè fossero stati giusti, e ciò per la semplicissima ragione che le specie di *mosquitos* sono numerose, e ve ne sono di quelle che hanno le ali macchiate e di quelle che non l'hanno. E non è vero, come crede Ross nella sua recentissima pubblicazione, che i *mosquitos* colle ali macchiate siano generalmente *Anopheles*, mentre quelli colle ali non macchiate non siano tali; infatti in Italia noi conosciamo già quattro specie di *Culex* colle ali macchiate (anzi una di esse, che verrà quanto prima descritta dal sig. Noè, rassomiglia tanto a un *Anopheles* che questi l'ha denominata *Culex mimeticus*) e una specie di *Anopheles* con ali non macchiate e capace di propagare la malaria.

Dopo che io per mio conto, seguendo una via totalmente differente da quella di Ross, ero arrivato a definire l'*Anopheles claviger* « vero indice, vera spia della malaria », e che noi avevamo coltivato parecchi stadî delle semilune nell'*Anopheles claviger*, che ha le ali macchiate, supposi che i tre *mosquitos* colle ali macchiate di Ross appartenessero alla specie *Anopheles claviger;* pregai perciò Ross di mandare qualche esemplare dei suoi *mosquitos* colle ali macchiate e dei *mosquitos* grigi. Gentilmente Ross mi inviava un esemplare di *mosquitos* colle ali macchiate e molti esemplari di *mosquitos* grigi. Dall'esame di questi individui conchiusi, come notificai a Ross e come pubblicai, che i *mosquitos* grigi di Ross non erano altro che *Culex pipiens* e che il *mosquito* colle ali macchiate non era altro che una specie di *Anopheles* molto affine all'*Anopheles pictus* Loew. Successivamente

degli Anofeli ad adattarsi ad un nuovo ambiente. Si potrebbe tentare la spiegazione di questo fatto singolare, richiamando che il padule fino a non molti anni fa era a poca distanza dalle porte di Grosseto. Tolto il padule, gli Anofeli dovettero adattarsi, come accade quando sono chiusi in una camera del laboratorio, a depositar le uova in acque insolite; molti saranno andati, o andranno tuttora distrutti, ma altri mediante questo adattamento avranno potuto sopravvivere.

Si potrebbe però dare del fenomeno anche un'altra spiegazione.

Ogni anno gli Anofeli in quantità migrerebbero, per nutrirsi, dai loro luoghi nativi fino alla città di Grosseto. Quivi sperduti depositerebbero le uova in acque insolite.

Con questa seconda spiegazione si collega un'altra questione di grande interesse che io ho sempre tenuto presente, senza aver mai avuto l'occasione

---

però il Ross mi osservava in seguito a molte sperienze che *questa specie di mosquito* colle ali macchiate (*Anopheles* simile all'*A. pictus*) *costantemente gli aveva dato risultato negativo sull'uomo, come pure gli avevano dato resultato negativo* due altre specie, sì che di cinque specie di *mosquitos* colle ali macchiate tre, *cioè quelle sperimentate nel 1898,* darebbero risultato negativo e due, *cioè quelle sperimentate nel 1897,* resultato positivo.

Se si tien presente, che Ross non ha dichiarato, nelle sue pubblicazioni precedenti al nostro lavoro, che i *mosquitos* da lui sperimentati con resultato positivo non potevano esseri infetti perchè allevati dalle larve e certamente non mai nutriti del sangue di altri animali; se si aggiunge il piccolissimo numero di *mosquitos* che diedero resultato positivo a Ross (quattro in tutto): *se infine si tien presente che, come ripeto, gli esperimenti fatti da Ross, dopo le sue scoperte sul Proteosoma, coi mosquitos dalle ali macchiate diedero tutti risultati negativi, tanto che fu condotto all'ipotesi dell'esistenza di varie specie di semilune,* è già lecito dar poco peso alle precedenti conclusioni positive di Ross.

L'unica circostanza che milita in suo favore è che negli stessi mesi di agosto e settembre 1897, in cui faceva gli sperimenti suddetti, non trovava le cellule pigmentate in molti piccoli *mosquitos* colle ali macchiate, nutriti col sangue di individui sani o non nutriti. Dal momento però che Ross dice che i *mosquitos* colle ali macchiate da lui trovati in India sono di cinque specie (non si offenda Ross se dubitiamo della sua competenza nel distinguere cinque specie: Ross stesso dichiara di non esser stato molto accurato nelle caratteristiche delle specie) e alcune diedero resultato positivo ed altre no, è sempre lecito dubitare che *i molti piccoli mosquitos da lui osservati* senza trovarvi i corpi pigmentati, fossero di specie differenti da quelli in cui li aveva trovati, molto più che io ho trovato sporozoiti nelle ghiandole salivari del *Culex annulatus,* che ha appunto le ali macchiate. La controprova di Ross non era perciò sufficiente.

A giustificazione piena di queste critiche viene poi il fatto che il *Culex pipiens,* contrariamente all'asserzione di Ross, ci si è dimostrato inadatto a propagare la terzana dell'uomo, d'onde lo stesso Ross *fu indotto a ritenere che il mosquito grigio, con cui aveva sperimentato con risultato da lui francamente giudicato positivo per la terzana, doveva forse essere stato precedentemente infetto dei parassiti malarici degli uccelli. E si noti che Ross anche in questo caso credeva di aver fatto la controprova, esaminando cento e più individui di mosquitos grigi, senza trovarne alcuno infetto. Si può dunque conchiudere che i risultati di Ross sull'uomo erano molto problematici*

di approfondirla. Molti mi hanno assicurato che certi venti portano una gran quantità di zanzare.

Il Ficalbi nella sua nuova monografia, veramente preziosa, scrive che talvolta il vento rapisce le zanzare, e luoghi liberi da questi insetti possono esserne invasi per cagione del vento, che è una delle cause della diffusione delle zanzare.

Se si potesse veramente constatare che il vento trasporta gli Anofeli, oltre al fatto che si verifica a Grosseto, si spiegherebbero molti altri fenomeni, per esempio l'influenza attribuita da molti pratici ai venti nella diffusione della malaria.

Potrei fare molte altre osservazioni sulla relazione di Koch, ma troveranno esse miglior luogo nel mio lavoro in esteso. Alcuni punti però voglio toccare fin d'ora.

---

e quanto al Culex pipiens certamente erronei: d'altronde egli stesso non seppe più riottenerli nel 1898, dopochè aveva acquistato indiscutibile competenza in questo campo di studi!

Dica ora il lettore se trova giustificate le asserzioni di Ross che egli *per primo ha seguito lo sviluppo del parassita delle febbri estivo-autunnali in due specie di Anopheles*, egli che prima di noi ignorava il genere *Anopheles*; veda il lettore s'egli ha ragione di restringere l'importanza del nostro lavoro all'aggiunta di interessanti particolari alle sue scoperte!

Oggi Ross non si perita di giudicare facile l'estendere le sue osservazioni sul Proteosoma alle altre specie di parassiti malarici, ma egli dimentica di aver pubblicato l'anno scorso che la ricerca del secondo oste appropriato per ogni specie di parassiti malarici promette di non esser facile, e di averci fatto sapere per mezzo del dott. Charles, dopo nuovi tentativi riusciti vani, che questa ricerca è *difficilissima* e *complicatissima*.

Se tutto era facile, perchè Ross ha abbandonato l'uomo per limitarsi agli uccelli, infinitamente meno interessanti dell'uomo? Che il materiale umano anche a Calcutta non gli mancasse risulta dalle stesse pubblicazioni e lettere di Ross! Se tutto era facile, perchè Koch in due spedizioni fatte in Italia non arrivò ad assodar nulla di positivo?

Ross infine fa sapere che io aveva veduto i suoi preparati prima di trovare lo sviluppo dei parassiti malarici negli *Anopheles*. La verità è invece che io li ho veduti soltanto dopo, perchè ignorava che il dott. Charles li possedesse. Quando egli me li mostrò, contemporaneamente io teneva sotto al microscopio un preparato mio su cui mi ero già pronunciato pubblicamente.

Mettendo a riscontro ciò che quì ho esposto con quanto asserisce Koch, risulta evidentemente non esser conforme al vero che Ross prima di me abbia incolpato gli anofeli. Ross non ha escluso il *C. pipiens* dall'infezione malarica umana. Ross ritiene *Anopheles* tutte le zanzare colle ali macchiate! Manca perfino la prova assoluta che Ross sperimentasse cogli *Anopheles* e questa mancanza di prova risulta ancor più evidente dopo il lavoro di Koch, il quale ha probabilmente trovato che anche un *Culex* colle ali macchiate può propagare il proteosoma degli uccelli. Veramente Koch parla del *C. nemorosus*; ma la classificazione di Koch deve esser erronea perchè nè Ficalbi, nè io abbiamo mai trovato il *C. nemorosus* nelle abitazioni dove l'avrebbe trovato Koch. Nelle case invece anche in quelle di Grosseto, si trova talvolta il *C. spathipalpis*, più spesso il *C. annulatus*, le cui ghiandole salivari vennero da me pure trovate infette di parassiti malarici, come sopra ho detto.

Koch dice di aver trovati 151 casi di febbri estivo-autunnali primitive. Ho saputo a Grosseto che egli ritiene primitivi tutti i casi in cui le febbri non si fanno sentire da quattro, cinque mesi. Ma chi autorizza a fissar questa data? Se le febbri possono restar sospese per quattro o cinque mesi, perchè non può accader lo stesso per nove, dodici mesi? Questi miei dubbi non sono avventati; essi sono sorti in me in seguito all' osservazione che, senza ammettere molte recidive, nè la quantità delle semilune, nè in molti luoghi la quantità degli Anofeli sembrano sufficienti a spiegare lo scoppio della annuale epidemia malarica in forma grave quale è stata constatata nella Campagna Romana e anche nelle Maremme da Koch. Nei passeri poi le recidive del proteosoma si verificano in forma epidemica.

Koch nella sua relazione ritiene Grosseto in buone condizioni per un tentativo di profilassi nel senso svolto da me per primo nel mio opuscolo popolare, cioè *cura scrupolosa dei malarici ecc.* Egli dice di aver affidato di proseguire i lavori da lui incominciati in proposito, al prof. Gosio. Siccome questo tentativo, se non riuscisse, potrebbe screditare molto la dottrina delle zanzare, ritardando provvedimenti ormai resi necessarî dalle nostre scoperte, così mi trovo costretto a dichiarare che io non credo affatto Grosseto colla sua popolazione fluttuante e instabile (gran numero di braccianti viene ad abitarvi temporariamente) adatta a questi tentativi, che si potrebbero invece fare molto meglio, per esempio negli scali ferroviari di Sibari e di Metaponto. In ogni modo per farli a Grosseto occorrerebbero parecchi medici competenti esclusivamente dedicati alla malaria. Occorrerebbero regolamenti speciali per obbligare i malarici a farsi curare, ecc., ecc.

Mi preme insomma constatare che per ora a Grosseto questi tentativi di profilassi, o non si fanno, o si fanno molto incompletamente, sicchè non è da aspettarsene alcun resultato serio.

Kock ha proposto di dare un grammo di chinino ai malati di febbre estivo-autunnale, ogni dieci giorni, per raggiungere una guarigione definitiva. La prova per vedere se la dose è sufficiente e quanto si debba prolungare, è stata affidata al prof. Gosio. Siccome pure questi tentativi si collegano alla profilassi nel modo da me per primo accennato, così devo dichiarare che anche queste prove non mi sembrano fatte seriamente a Grosseto. Gli individui che vengono sottoposti alla cura proposta da Koch, vivono negli stessi luoghi malarici dove si sono infettati, sicchè se ne riammalano (cosa che in realtà accade molto di frequente) non si sa se si tratta di infezioni nuove, ovvero di recidive.

Senza dubbio siamo davanti a questioni interessantissime, ma credo che soltanto medici pratici consumati nello studio della malaria e dimoranti in luogo, possano efficacemente affrontarle.

Concludendo:

1°. Ross ha limitato le sue ricerche agli uccelli. I suoi pochissimi tentativi fatti sull' uomo debbonsi giudicare inconcludenti. Io per primo ho accusato gli Anofeli come trasmettitori della malaria umana e ne ho fornite le più ampie prove insieme con Bignami e Bastianelli [1] e in parte anche da solo. Io per primo ho dimostrato innocenti tutte le altre zanzare e gli altri artropodi ematofagi. Io per primo ho perciò stabilito che i germi della malaria umana si trovano esclusivamente nell' uomo [2] e negli Anofeli.

2°. Koch non ha portato alcun contributo all' etiologia della malaria umana.

I lati della questione, riguardanti gli osti specifici dei parassiti malarici dei vari animali e la localizzazione della malaria in certe zone, gli sono interamente sfuggiti.

3°. È desiderabile che il Ministero dell' Interno verifichi quanto c' è di vero e di solido nelle nostre scoperte, incaricando di controllarci una commissione di scienziati italiani o anche una nostra accademia.

Io sono convinto che il Ministero dell' Interno, se vorrà far benigno viso alla mia proposta, si potrà rendere molto benemerito della salute pubblica, perchè la malaria costituisce il più serio problema per il Regno d' Italia.

Aggiunta.

Negli ultimi numeri del *British medical Journal* si leggono i resoconti della spedizione inglese a Sierra Leone per lo studio della malaria. Essi confermano quanto ho pubblicato fin dal 18 giugno nei Rendiconti dei Lincei: « Resta provato che tutte le specie italiane del gen. *Anopheles* propagano la malaria. Ed è ben lecito indurne che tutte le specie di *Anopheles* di qualunque paese possano essere malariferi, date le condizioni opportune di temperatura ». Quanto alla propagazione per parte dell'*Anopheles* anche della quartana non è una novità, essendo ciò stato da noi già pubblicato fin dal gennaio u. s.

Riguardo alla priorità, accentuo che io ho percorso una via da me aperta. Partendo dall'osservazione fondamentale che in Italia vi sono molti luoghi infestatissimi dalle zanzare e punto malarici (parlo di malaria umana),

[1] Qualche autore inglese, rifacendo la storia, a torto attribuisce i primi sperimenti positivi sull'uomo soltanto a Bignami e a Bastianelli. In particolare mi preme rilevare che il primo di tutti non è stato ideato da Bignami, sibbene da me a lui proposto e condotto assieme: anzi quei pochi Anofeli ai quali, come oggi sappiamo, devesi il risultato positivo, vennero introdotti nella camera del paziente da me deliberatamente e senza richiesta o intervento di Bignami.

[2] Intorno all'identità o meno dei parassiti malarici di pipistrelli con quelli dell'uomo — quistione di fondamentale importanza pratica — giudicherà definitivamente Dionisi.

conclusi che dovevano incolparsi specie di zanzare peculiari dei luoghi malarici, e in seguito ad estesi confronti proclamai come indiziatissimi gli Anopheles, che in molti luoghi malarici, anche fuori d'Italia, rappresentano una esigua parte delle molte specie di insetti succhiatori che vi abitano. Dopo faticosissimi sperimenti, il 22 giugno giunsi alla conclusione dimostrata che la malaria è dovuta soltanto agli Anopheles: conclusione che dal 22 giugno in poi riconfermai molte volte. Percorrendo la strada mia propria, mi sono imbattuto co' miei collaboratori in molti fatti analoghi a quelli scoperti da Ross per gli uccelli, ed ho potuto in parte correggere, in parte considerare come incerti, i pochissimi fatti osservati da Ross per l'uomo fin dal 1897. Ross e Koch dapprima procedettero sperimentando qualunque mosquito cadeva loro sottomano, e sia perchè le specie da sperimentare erano molte, sia perchè non basta far punger un malarico qualunque da un Anopheles per infettarlo, presentando il problema altre incognite inaspettate (gameti capaci di svilupparsi, temperatura opportuna, Anopheles non immuni), nè l'uno nè l'altro coi loro tentativi fatti nel secondo semestre nel 1898 giunsero alla meta, nonostante che tutte e due sperimentassero anche cogli Anopheles. Nel 1899 Koch in parte seguì la mia strada e giunse a proclamare verosimilissima la colpa degli Anopheles: Ross a Sierra Leone battè esclusivamente la mia strada e prontissimamente confermò ciò che io avevo ammesso parecchi mesi prima.

Astronomia. — *Sull'orbita del pianeta Eros*. Nota del Corrispondente E. Millosevich.

Nella seduta del 6 novembre 1898 ho avuto l'onore di informare l'Accademia sulle mie prime ricerche orbitali riguardanti l'interessantissimo pianeta Eros e sulle particolarità curiose che presenta l'orbita di esso.

Avendo assunto il carico di mettere a profitto le mille osservazioni, che si fecero nel 1898-99, per dedurre l'orbita definitiva, informo sommariamente l'Accademia dei risultati, ai quali pervenni. Durante il periodo delle osservazioni (9 mesi) non era possibile omettere del tutto i conteggi delle perturbazioni per opera di Terra, Giove e Saturno. Anzi per l'ultimo periodo delle osservazioni introdussi anche quelle di Marte e Venere. Calcolai perciò l'effetto di esse sulle coordinate equatoriali geocentriche, e, in tal modo, ho ridotto tutte le osservazioni libere dall'effetto delle perturbazioni, e le feci osculare alla data 1898 agosto 2. Da tutto il grande materiale che era a mia disposizione, col raffronto di opportune effemeridi dedotte dai miei sistemi di elementi, potei formare 17 luoghi normali.

Un riassunto tecnico del lavoro pubblicherò fra breve nelle *Astrono-*

mische Nachrichten. Quì do soltanto i risultati finali. L'orbita a cui mi arrestai definitivamente è la seguente:

Epoca e osculazione. 1898 agosto 2,5 Berlino.

$$\begin{aligned} M &= 205^\circ\ 22'\ 28''.0 \\ \Omega &= 303\ 31\ 46.6 \\ \pi &= 121\ 10\ 25.6 \\ i &= 10\ 49\ 35.3 \\ \mu &= 2015.16324 \\ \varphi &= 12\ 52\ 22.0 \\ \log a &= 0.1637975 \end{aligned} \quad \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{(Ω, π, i) eclittica: 1900.0}$$

Se con questi elementi si calcolano i luoghi in corrispondenza ai tempi dei 17 luoghi normali si ha uno strettissimo accordo, locchè lascia sperare che, nell'autunno del 1900, l'effemeride devierà dal luogo vero di piccole grandezze, tenuto conto della vicinanza dell'astro alla terra. Per trasportare poi i prefati elementi ad osculare a 31 ottobre 1900, dovetti calcolare, di 20 in 20 dì, da 1898 agosto 2 fino a 1900 ottobre 31, le perturbazioni speciali per opera di Venere, Terra, Marte, Giove e Saturno.

Gli integrali finali sono contenuti nei seguenti numeri:

$$\int \Delta\mu = -\ 0''.03584$$

$$\int \Delta\Omega = -\ 66.15$$

$$\int \Delta i = +\ 3.62$$

$$\int \Delta\pi = -\ 63.58$$

$$\int \Delta L = -\ 5.71$$

$$\int \Delta\varphi = +\ 26.17$$

In base agli elementi precedenti si ottengono i nuovi elementi osculanti a 1900 ottobre 31,5 Berlino:

$$\begin{aligned} M &= 304^\circ\ 23'\ 59''.7 \\ \Omega &= 303\ 30\ 40.4 \\ \pi &= 121\ 9\ 22.0 \\ i &= 10\ 49\ 38.9 \\ \mu &= 2015.12740 \\ \varphi &= 12\ 52\ 48.2 \\ \log a &= 0.1638027 \end{aligned} \quad \text{(Ω, π, i) eclittica 1900.0}$$

Con questi elementi si ha

$$e = 0.\ 222911$$

Distanza perielia $= 1.\ 1331$

„ afelia $= 1.\ 7832$

La distanza dalla terra può in opposizione perielia (opposizioni della terza decade di Gennaio) discendere al minimo valore di 0.1489. Tale minima distanza è raggiunta anche dal fatto che l'opposizione perielia è all'incirca opposizione vicinissima al nodo discendente. Questa felice circostanza fu raggiunta nel gennaio 1894 e si riprodurrà soltanto nel gennaio 1931.

La prossima opposizione in AR avviene il 30 ottobre 1900, ma Eros è quasi alla distanza massima dal nodo. Le coordinate equatoriali geocentriche sono in quel dì:

	α vera	δ vera
1900 ottobre 30,5 Berlino	$2^h\ 18^m\ 24^s.66$;	$+\ 53°\ 32'\ 24''.9$.

Il log: della distanza della terra è 9. 615646.

Senenchè Eros in quel tempo muovesi verso il perielio e il nodo discendente; di qui la distanza dalla terra continua a decrescere per lungo tempo dopo l'opposizione, e il minimo è raggiunto il 26 dicembre 1900. Do qui la posizione nel cielo di Eros nei giorni 25, 26 e 27 dicembre 1900 a 12^h Berlino, e (fig. 1) l'aspetto del cielo nelle vicinanze dell'astro.

1900 Dic. 25.5 B	$\varDelta = 0.31544$
26.5 „	$\varDelta = 0.31542$
27,5 „	$\varDelta = 0.31544$

Nord

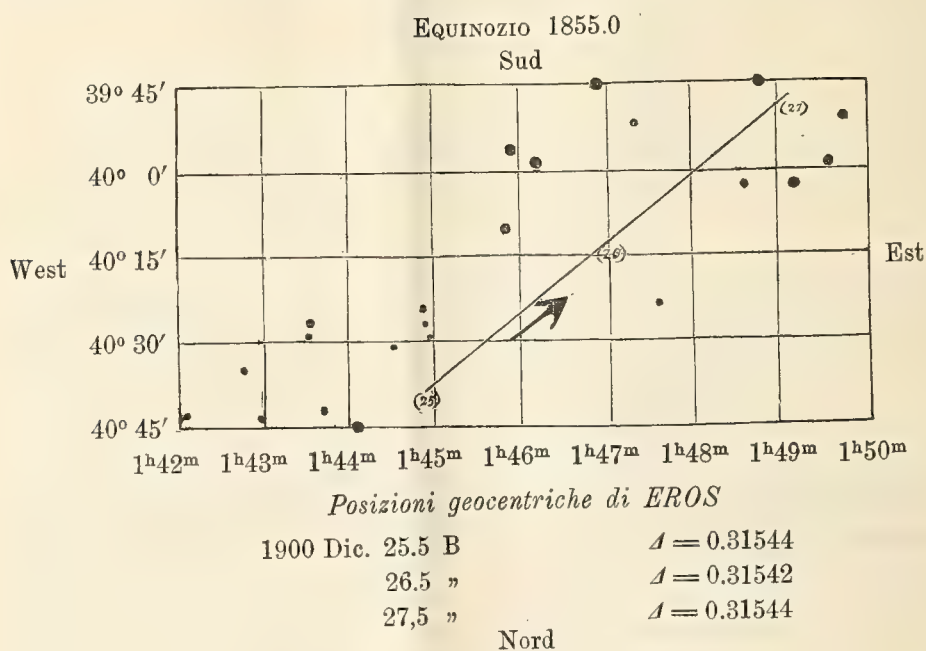



Fig. 1.

	α vera	δ vera	log $\varDelta$
1900 Dic. 25,5 B	$1^h 47^m 38^s.90$	$+ 40° 52' 43''.8$	9.498918
Dic. 26,5	1 49 41 97	+ 40 27 2 1	9.498891
Dic. 27,5	1 51 49 74	+ 40 1 18 4	9.498923

Il minimo valore di Δ è adunque 0.31542, locchè corrisponde ad una parallasse di $\frac{8''.80}{0.31542} = 27''.90$. La terza decade di dicembre 1900 si presta abbastanza bene alla determinazione della parallasse solare; certamente niente di meglio prima del 1924 e poi 1931; soltanto la posizione assai boreale dell' astro elimina l' intervento dell' emisfero australe nelle osservazioni.

Eros apparirà di undicesima grandezza al 1° settembre 1900; sarà di decima nella prima decade di ottobre, di nona nella seconda decade di novembre e di $8\,{}^1/_2$ al momento della minima distanza dalla terra.

L' interesse che l' orbita di Eros desta rapporto all' orbita della terra, sta nella possibile grande vicinanza nelle opposizioni perielie, che sono anche nodali di gennaio (1894-1931), d' onde la determinazione di π sole coll' approssimazione di circa ${}^5/_{1000}$ di secondo. In quelle circostanze la velocità lineare di Eros è maggiore di quella della terra, come ho messo in luce nella mia Nota precedente. Ma le due orbite che interessano di più dal punto di vista generale sono quelle di Eros e di Marte, in causa dell' intreccio delle medesime. Prendo in breve esame il periodo da me studiato da 2 agosto 1898 a 31 ottobre 1900. Intorno al 10 novembre 1898 i due raggi vettori si eguagliavano, ma la distanza era un massimo (2.18); da quel momento il raggio vettore di Eros si impicciolisce, mentre Eros va al perielio verso il 9 maggio 1899 e la distanza da Marte è circa 1.14, la distanza minima è raggiunta verso la fine di ottobre 1899; essa è 0,28 essendosi eguagliati e dalla stessa parte i due raggi vettori, ma, per la postura dei nodi, la latitudine eliocentrica di Marte rapporto al piano di Eros era circa $+ 7°$. Se si prendono i moti medî diurni dei due astri, la durata della rivoluzione sinodica sarebbe data (nell' ipotesi circolare e in piano comune) da

$$\frac{360°}{\mu - \mu'} = \frac{1296000}{128,61} = \text{anni } 27.6\,,$$

ma nel caso reale questo numero medio significa poco. Eros, visto da Marte, oltre in congiunzione superiore, può essere in congiunzione inferiore e anche in opposizione, e i moti areocentrici di Eros diventano complessi e interessantissimi.

Non è mia intenzione oggi di entrare nei particolari, ma accenno ad un caso corrispondente ai miei conteggi (fig. 2).

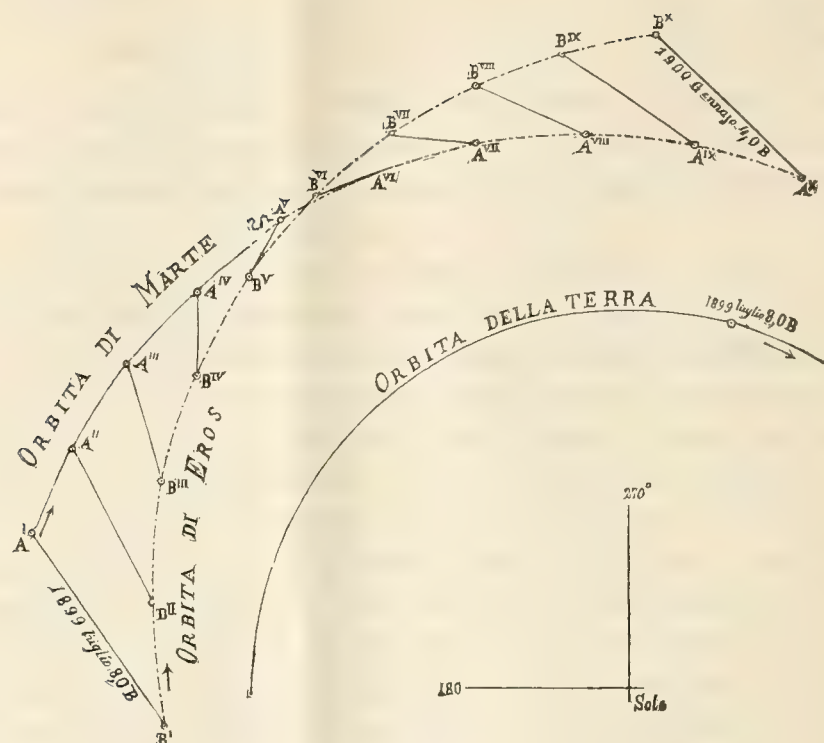



Fig. 2.

EPOCA	Longitudine Marte sull'orbita	Longitudine Eros sull'orbita	Differenza (M-E)	r Marte	r Eros	Differenza	Distanza vera Marte-Eros
1899 luglio 8.0	194°.15′ (1900.0)	175°.18′ (1900.0)	+ 18°.57′	1.63	1.23	+ 0.40	0.66
luglio 28.0	203.30	190.04	13.26	1.61	1.28	0.33	0.54
agosto 17.0	212.59	203.31	9.28	1.59	1.35	0.24	0.44
sett. 6.0	222.45	215.44	7.01	1.56	1.41	0.15	0.36
sett. 26.0	232.49	226.52	5.57	1.54	1.48	+ 0.06	0.31
ott. 16.0	243.13	237.07	6.06	1.51	1.54	— 0.03	0.29
nov. 5.0	253.59	246.36	7.23	1.49	1.59	— 0.10	0.29
nov. 25.0	265.08	255.28	9.40	1.46	1.64	— 0.18	0.35
dic. 15.0	276.40	263.51	12.49	1.44	1.68	— 0.24	0.44
1900 genn. 4.0	288.32	271.52	+ 16.40	1.42	1.72	— 0.30	0.54

Le longitudini sono qua in piani diversi; ma per avere un' idea della postura relativa delle due porzioni di orbite si possono assumere i numeri quali sono e costruire l' unita figura, nella quale, se il piano del foglio si intenda rappresenti l' eclittica, il segmento d' orbita di Eros vi sta tutto sotto, e quello di Marte una parte sopra e una parte sotto, poichè ☋ Marte = 229°. Se si congiungono i punti $A_1 B_1$; $A_{11} B_{11}$ ... $A_x B_x$ si hanno le direzioni e le

approssimate distanze; non vi è bisogno di dire che i valori $A_1 B_1 \dots A_x B_x$ misurati sono dei numeri tutti minori delle vere distanze di grandezze variabili, ma forniscono l'idea del fenomeno.

Eros visto dal sole resta in questo segmento d'orbita sempre ad ovest di Marte, ma in principio vi si accosta così che si può pensare che avverrà una congiunzione inferiore; senonchè, mentre il raggio vettore di Eros oltrepassa quello di Marte e si penserebbe alla possibilità d'una opposizione, il moto angolare di Eros decresce, e il pianeta si allontana da Marte, e si allontanerà fino a distare da questa 65° verso settembre 1900 per poi rapidamente riavvicinarsi. In quanto al moto areocentrico di Eros in questo segmento d'orbita, esso appare sempre diretto con un massimo fra A_V B_V e A_{VI} B_{VI}. Quando Marte è in A_V e Eros in B_V, l'angolo a Marte fra il sole e Eros è ben minore di 90°, mentre quando Marte è in A_{VI} e Eros in B_{VI} l'angolo a Marte è presso che retto. Conteggiando approssimatamente per le due date 1899 settembre 26,0 e 1899 ottobre 16,0 B si ha:

longitudine areocentrica di Eros	108°,9	.... 150°,4
latitudine " "	56, 9 sud	58, 9 sud
distanza	0.31	0.29

1899 settembre 26,0 B	Elongazione di Eros (eclittica)	56°,1
1899 ottobre 16,0 B	z " "	87, 2 .

Matematica. — *Interpretazione gruppale degli integrali di un sistema canonico.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio V. Cerruti.

Il sig. Maurice Lévy ha per il primo osservato [1] che, in una varietà qualunque, è possibile uno spostamento senza deformazione allora e solo allora che dal quadrato dell'elemento lineare si può, con acconcia trasformazione, far sparire una delle variabili. Ciò è quanto dire che esiste un integrale primo, lineare ed omogeneo, per le geodetiche della varietà.

Il prof. Cerruti ritornò sull'argomento [2], trattando altresì il caso, in cui agiscono forze conservative. La relazione, di cui sopra è parola, fra integrali primi e spostamenti rigidi, si enuncia con linguaggio gruppale nel modo seguente [3]: Se la forza viva e il potenziale ammettono una stessa trasformazione puntuale infinitesima, le equazioni del moto posseggono un

[1] Comptes Rendus, T. LXXXVI, 18 febbraio e 8 aprile 1878.

[2] In questi Rendiconti, ser. 5ª, vol. III, 1895.

[3] Cfr. le Note: *Sul moto di un corpo rigido intorno ad un punto fisso,* in questi Rendiconti, ser. 5ª, vol. V, 1896 e la elegante dimostrazione del sig. Liebmann, Math. Ann., B. 50, 1897.

integrale primo lineare ed omogeneo; e reciprocamente. (Il primo membro dell' integrale, scritto in forma canonica, coincide col simbolo della trasformazione infinitesima).

Sorge spontanea la domanda: Agli integrali non lineari corrisponde ancora qualche carattere gruppale?

La risposta è affermativa e si applica senz' altro a qualsivoglia sistema canonico

$$(S)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \frac{dp_i}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x_i} \end{aligned}\right. \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

purchè non si considerino soltanto trasformazioni puntuali (rapporto alle variabili x, operanti per estensioni sulle p), ma più generalmente trasformazioni di contatto nelle x, p. Si trova infatti che *integrali di un sistema canonico e trasformazioni di contatto nelle* x, p, *mutanti il sistema in sè, sono in sostanza la stessa cosa. Ad ogni integrale fa riscontro una trasformazione e inversamente. Le funzioni caratteristiche delle trasformazioni* (fissando opportunamente un addendo, che rimane a priori indeterminato) *si possono far coincidere coi primi membri dei corrispondenti integrali.*

Il teorema si dimostra in modo assai semplice. Sia

$$\delta f = \xi_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \xi_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \pi_1 \frac{\partial f}{\partial p_1} + \cdots + \pi_n \frac{\partial f}{\partial p_n}$$

una trasformazione infinitesima nelle x, p. Gli incrementi ξ, π si suppongano funzioni delle x, delle p e di un parametro t, invariabile di fronte alla trasformazione. Risguardando le x, p come funzioni di t, potremo estendere la δf alle singole derivate $\frac{dx_i}{dt}$, $\frac{dp_i}{dt}$, e i relativi incrementi si avranno dalle formule

$$\delta \frac{dx_i}{dt} = \frac{d\delta x_i}{dt} = \frac{d\xi_i}{dt},$$

$$\delta \frac{dp_i}{dt} = \frac{d\delta p_i}{dt} = \frac{d\pi_i}{dt}.$$

Applicata al sistema (S), la trasformazione δf porge

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \delta \left\{ \frac{dx_i}{dt} - \frac{\partial H}{\partial p_i} \right\} &= 0 \\ \delta \left\{ \frac{dp_i}{dt} + \frac{\partial H}{\partial x_i} \right\} &= 0 \end{aligned}\right. \qquad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Queste equazioni dovranno essere identicamente soddisfatte, in virtù delle (S), ogniqualvolta il sistema ammette la trasformazione infinitesima δf.

Introduciamo l'ipotesi che δf è trasformazione di contatto. Le ξ e le π sono derivate di una medesima funzione $W(x, p, t)$ [1], a norma delle formule

$$\xi_i = \frac{\partial W}{\partial p_i}, \quad \pi_i = -\frac{\partial W}{\partial x_i}, \tag{2}$$

e il simbolo δf diventa la parentesi di Poisson (W, f).

Le (1) si possono scrivere

$$\frac{d\frac{\partial W}{\partial p_i}}{dt} - \left(W, \frac{\partial H}{\partial p_i}\right) = 0$$

$$\frac{d\frac{\partial W}{\partial x_i}}{dt} - \left(W, \frac{\partial H}{\partial x_i}\right) = 0,$$

ossia, eseguendo la derivazione e tenendo conto delle (S):

$$\frac{\partial^2 W}{\partial p_i \partial t} + \left(H, \frac{\partial W}{\partial p_i}\right) - \left(W, \frac{\partial H}{\partial p_i}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x_i \partial t} + \left(H, \frac{\partial W}{\partial x_i}\right) - \left(W, \frac{\partial H}{\partial x_i}\right) = 0.$$

che, per note proprietà delle parentesi, equivalgono a

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial p_i}\left[\frac{\partial W}{\partial t} + (H, W)\right] = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{\partial W}{\partial t} + (H, W)\right] = 0. \end{aligned}\right. \tag{1'}$$

Da queste apparisce che $\frac{\partial W}{\partial t} + (H, W)$ dipende dalla sola t. Ora W, funzione caratteristica della δf, è determinata dalle (2) a meno di una funzione additiva di t. Si può sempre disporne in modo che risulti identicamente

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (H, W) = 0. \tag{1''}$$

È poi chiaro che dalla (1″), facendo cammino inverso, si ripassa alle (1).

La (1″) è dunque condizione necessaria e sufficiente perchè il sistema

[1] Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, vol. II, cap. 14.

canonico (S) ammetta la trasformazione infinitesima di contatto (W , f).

D' altra parte la equazione stessa esprime precisamente che W = cost è integrale del sistema (S); di quà la proposizione enunciata.

Si noti che, allorquando W è lineare e omogenea nelle p (e in questo caso soltanto), δf proviene dall' estensione di una trasformazione puntuale rapporto alle x. Segue da ciò che la esistenza di un integrale lineare, omogeneo, e quella di una trasformazione puntuale, mutante il sistema canonico in sè, sono due fatti concomitanti. Supponendo in particolare $H = T - U$, con T omogenea di secondo grado nelle p e U funzione delle sole x, si ritrova il teorema di Lévy-Cerruti. Risulta infatti dalla (1''), scindendo i termini di diverso grado nelle p, che separatamente T ed U ammettono la trasformazione W.

Fisica. — *Variazione della costante dielettrica del vetro per la trazione*. Nota del dott. O. M. Corbino, presentata dal Socio Blaserna.

Distratto da altro lavoro, non ho potuto, durante l'anno scolastico, occuparmi di una lunga e minuziosa critica pubblicata dal dott. Ercolini [1] contro alcune mie precedenti ricerche su questo argomento [2]. Ebbi solo occasione, nel correggere le bozze di stampa di un lavoro su esperienze analoghe eseguite col caoutchouc, di aggiungere in fine una breve osservazione [3] per difendere il metodo impiegato nelle due ricerche.

Alla sua critica il dott. Ercolini fece seguire la comunicazione di nuove esperienze con le quali, contrariamente a quanto io avevo dedotto dalle mie ricerche, egli cercò di provare che la costante dielettrica del vetro aumenta con la trazione.

Mi sembra però che le esperienze dell' Ercolini non risolvano per nulla la questione poichè l'Autore interpreta come variazione della costante dielettrica un fatto che con quella variazione non ha nessuna relazione e che anzi, operando in buone condizioni, non avrebbe dovuto trovare perchè esso contraddice a una legge *fondamentale* di elettrostatica.

Egli si serviva infatti di una canna di vetro posta tra due armature dalle quali distava all' incirca due millimetri. L'armatura interna era caricata per mezzo del polo positivo di una pila di 300 elementi rame-acqua-zinco; l'esterna poteva essere rilegata al suolo o alla foglia di un elettro-

(1) Ercolini, Rend. Linc., vol. VII, 2° sem.. ser. 5ª, fasc. 7, 8, 1898. Nuovo Cimento, S. IV, T. VIII, pag. 306, 1898.

(2) Corbino, Riv. scient. e ind. Anno XXIX, 28-9, 1897.

(3) Corbino e Cannizzo, Rend. Linc., vol. VII, 2° sem., fasc. 10, 1898.

metro di Hankel. Si procedeva o a potenziale costante o a carica costante dell'armatura interna.

Nel primo modo (che è il metodo di Boltzmann), rilegata l'armatura esterna al suolo e l'interna alla pila, si isolava l'esterna e la si rilegava all'elettrometro. Stirando progressivamente il vetro si aveva una deviazione crescente dal cui senso si deduceva che la cost. diel. era progressivamente aumentata.

Nel secondo modo, messa al suolo la esterna e caricata l'armatura interna con la pila, venivano isolate entrambe le armature, l'esterna rilegata all'elettrometro, e quindi si esercitava la trazione. L'*elettrometro deviava*, e dal senso della deviazione si desumeva, secondo l'Ercolini, un aumento di capacità.

Or quest'ultimo risultato anzichè a una variazione di capacità non può essere attribuito che a una causa disturbatrice, perchè operando a carica costante dell'armatura interna, non dico stirando il vetro, ma *levando addirittura la canna e sostituendola con un dielettrico qualsiasi, l'armatura esterna deve rimanere al primitivo potenziale e quindi nessuna deviazione deve prodursi all'elettrometro.*

Infatti è legge fondamentale di elettrostatica (1) che se un conduttore A possiede una carica costante a un potenziale V_1 e un altro conduttore B circonda interamente il primo e si trova a un potenziale V_2, introducendo un dielettrico qualsiasi soltanto il potenziale di A viene ridotto in un certo rapporto, mentre il potenziale di B resta rigorosamente lo stesso di prima.

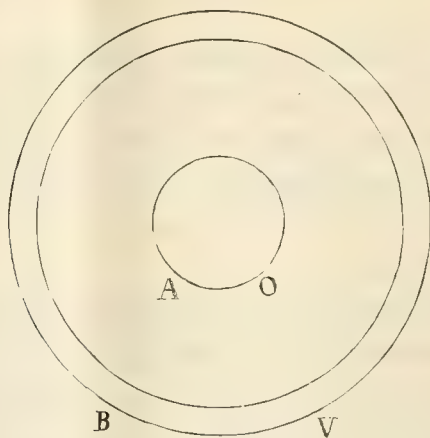
Questa legge trova una conferma delicatissima nella esperienza che, tra gli altri, il Pellat ha eseguito con le massime cautele servendosi del cilindro di Faraday rilegato a un elettroscopio. Egli ottenne una deviazione rigorosamente costante qualunque fossero le masse, isolanti o no, purchè non elettrizzate, che si trovavano tra il corpo elettrizzato introdotto precedentemente nel cilindro e le pareti del cilindro stesso.

L'analogia, com'è evidente, è completa con la disposizione dell'Ercolini; e la deviazione da lui osservata deve quindi attribuirsi a qualche causa disturbatrice che solo potrebbe essere rintracciata avendo sottomano l'apparecchio.

Nè c'è ragione per escludere l'influenza della stessa causa nelle esperienze a potenziale costante. Che questa non sia una semplice asserzione, per quanto logica, si deduce da un'altra anomalia che si trova nei risultati ottenuti a potenziale costante.

Le esperienze eseguite in questo caso dall'Autore sono svariatissime, sedici serie in cui si cambiano gli attacchi quasi in tutti i modi possibili,

(1) Mascart, *Électricité et Magnétisme*, t. I. pag. 137 e seg,: Pellat, *Électrostatique non fondée sur le lois de Coulomb*. Ann. de Chimie et de Physique, t. 5, pag. 9, 1895.

ottenendo *sempre le stesse deviazioni.* Tali esperienze si possono classificare in due tipi: in uno si lascia costante il potenziale dell'armatura interna e si misurano le variazioni che per la trazione del coibente si producono nel potenziale dell'armatura esterna precedentemente a potenziale zero; nel secondo tipo, rilegata l'armatura *esterna* alla pila, si osservano le variazioni di potenziale, prodotte da analoghi stiramenti, nell' armatura interna messa prima in comunicazione col suolo e poi isolata. Or si può dimostrare che le deviazioni nei due tipi di esperienze *non potevano essere uguali.* Infatti rappresenti A l'armatura interna, a potenziale zero, e B la esterna che la circonda interamente e al potenziale costante V (esperienze del 2° tipo).

Isoliamo per un momento anche B, mentre A comunica con l' elettrometro, e produciamo nello spazio compreso tra A e B una modificazione *qualsiasi* del dielettrico per cui la costante dielettrica media da K diventi K'. Come sappiamo il potenziale di B rimane costante e quindi si può rimettere la comunicazione con la pila senza che nulla si muti. La differenza di potenziale tra A e B intanto, per la modificazione del dielettico, viene ridotta nel rapporto $\frac{K}{K'}$, interamente per la variazione del potenziale di A. Sia v il nuovo potenziale di A; avremo

$$v - V = (0 - V)\frac{K}{K'}$$

cioè

$$v = \frac{K' - K}{K'} V.$$

Per un aumento della costante dielettrica, v sarebbe positivo, e a v corrisponderebbe la deviazione osservata dall' Ercolini nel 2° tipo di esperienze. Nelle esperienze del primo tipo avviene invece tutt' altra cosa. A si trova, in comunicazione con la pila, al potenziale V, e B al potenziale zero e rile-

gato all'elettrometro. Isoliamo per un momento anche A e produciamo nel dielettrico la stessa modificazione di prima; B, come si è visto, resterà in questa operazione al potenziale zero, mentre il potenziale di A si modificherà in modo che la nuova differenza di potenziale sia eguale a quella di prima moltiplicata per il rapporto $\frac{K}{K'}$; indicando con v' la variazione del potenziale di A si trova

$$v' = -\frac{K'-K}{K'} V = -v$$

cioè per un aumento di costante dielettrica il potenziale di A si abbassa di tanto quanto si rialzò nel caso precedente. Rimettendo la pila in comunicazione con A avremo riprodotta l'esperienza di Ercolini; il potenziale di A riprenderà il valore V, variando di v, e in corrispondenza anche nel potenziale di B, cioè all'elettrometro, si avrà variazione sempre però *minore* di quella di A, cioè minore di v; la deviazione sarà quindi diversa da quella ottenuta con le esperienze del primo tipo ([1]).

Ed ora passo a rispondere brevemente alle obbiezioni mosse dall' Ercolini contro i risultati del mio lavoro precedentemente citato.

La prima obbiezione contesta l'applicabilità della relazione di Maxwell ($n^2 = D$), per diversi motivi.

È noto, dice l'Ercolini citando l'Houllevigue, che tanto l'ipotesi della eterogeneità del dielettrico, quanto l'altra che suppone il dielettrico formato di straterelli alternativamente conduttori ed isolanti, *non rendono conto* della relazione di Maxwell; nè il vetro ha qualità tali che rendano ad esso applicabile la relazione stessa, non essendo un isolante perfetto le cui proprietà elettriche siano definite solo dalla cost. dielettrica.

Non mi sembra, a giudicare dalle sue parole, che l'Ercolini abbia interpretato bene il pensiero dell'Houllevigne. Questo fisico, infatti, si propone di dimostrare che le diverse teorie del residuo generalmente accettate non

([1]) Indipendentemente da ciò mi permetto di osservare che le esperienze dell'Ercolini non confermano, *con tutta la sicurezza desiderabile*, com' egli dice, la previsione del Lippmann. Infatti, come ha dimostrato il Sacerdote (Compt. Rend. t. 129, pag. 282) rifacendo con qualche necessaria correzione i ragionamenti del Lippmann, l'allungamento dei condensatori dipenderebbe da due coefficienti anzichè da un solo, e il previsto aumento della cost. diel. dovrebbe essere dell'ordine di $^1/_{10000}$ per 1 Kg. su mm². Invece dai risultati dell'Ercolini, supposti esatti, si dedurrebbe indirettamente che quella variazione è superiore a $^1/_{300}$, cioè circa trentatrè volte maggiore; nè a spiegare questa grande divergenza si può invocare nessuna delle ragioni che rendono scusabili le divergenze numeriche dalla legge di Maxwell, poichè accettando la teoria Lippmann-Sacerdote la previsione è categorica. Con la disposizione di Ercolini, e forse con qualunque altra, non si possono constatare in modo sicuro variazioni della cost. diel. così piccole come quelle previste con quella teoria.

riescono a spiegare, come dovrebbero, le *divergenze* dalla relazione di Maxwell, mentre la teoria da lui proposta, che ha per base lo spostamento, ne rende conto esattamente. Egli spiega con essa il fatto che per eliminare gli effetti del residuo basta misurare la costante dielettrica in un tempo brevissimo, ovvero ricorrere al metodo del Perot (rifrazione delle linee di forza) del quale giustifica la indipendenza dal residuo. Se ne deduce che per verificare sufficientemente la legge del Maxwell basta operare con cariche alternate abbastanza frequenti ([1]).

In secondo luogo il dott. Ercolini dice, e qui è veramente prossimo al vero, che la influenza della dispersione ottica non consente di mettere a confronto l'indice di rifrazione con la costante dielettrica determinata con processi sempre molto più lenti delle vibrazioni luminose, e richiama gli effetti della dispersione nella propagazione delle onde elettriche, dispersione che può essere anche anomala presso alle bande di assorbimento.

Queste considerazioni, lungi dal diminuirlo, accrescono il valore della previsione fatta in base alla relazione di Maxwell. Infatti, mentre per i mezzi isotropi nella relazione stessa si debbono mettere a confronto i valori assoluti di n e di D, con i mezzi birefrangenti si può mettere a confronto la differenza dei due indici (ordinario e straordinario) e la differenza delle costanti dielettriche corrispondenti. I valori assoluti degli indici e delle costanti dipenderanno, è ovvio, dal periodo, ma il *segno* di quella differenza è indipendente da quella lunghezza d'onda, poichè non si ha esempio, a mia conoscenza, di un cristallo che da positivo diventi negativo in diverse regioni dello spettro anche se questo sia solcato da bande di assorbimento ([2]). Or in quanto al segno la relazione di Maxwell si è trovata sempre d'accordo con l'esperienza ([3]); le divergenze numeriche invece si spiegano osservando che il *valore* di quella differenza varia anch'esso con la lunghezza d'onda (fenomeno della dispersione per doppia rifrazione).

Queste considerazioni sono ancora più legittime nel caso della doppia rifrazione accidentale, poichè risulta dalle belle esperienze di Macé de Lepinay ([4]) che nel caso di una compressione regolare la birifrangenza varia

([1]) Nelle mie esperienze, e in generale in tutte quelle che fanno capo al metodo di Gordon, per quanto si producano al rocchetto solo 250 interruzioni al secondo, non è escluso che a ciascuna interruzione si producano delle vere oscillazioni elettriche, di frequenza molto maggiore, come nelle esperienze del Mouton. I valori del potenziale nei piatti inducenti si alternerebbero quindi molto più rapidamente.

([2]) Per l'apofillite uniasse e la brucite del Texas un tal cambiamento di segno è enunciato come probabile nell'*ultravioletto*, ma esso non è stato mai constatato direttamente. I fenomeni procedono in modo assolutamente diverso che nella doppia rifrazione accidentale. V. Mascart, *Optique*, tôme II, pag. 177.

([3]) Tumlirz, *Theorie électromagnétique de la Lumière*, pag. 61.

([4]) Macé de Lepinay, *Ann. de Chim. et de Phys.* [s] t. XIX, pag. 63, 1880.

in modo insensibile con la lunghezza d'onda nel vetro ordinario, e *aumenta* con la lunghezza d'onda nel caso dei vetri pesanti; a maggior ragione quindi sarà conservato il segno della differenza stessa al crescere della lunghezza d'onda.

Infine la obbiezione dell'Ercolini, secondo la quale la formola di Maxwell ha il torto di mettere a confronto l'indice di rifrazione ottico, non dipendente dalla intensità luminosa (Ebert), e la cost. diel. che come la permeabilità magnetica pare dipenda dall'intensità del campo, sembrami un'obbiezione un pochino azzardata, poichè non sappiamo nulla circa l'ordine di grandezza delle variazioni periodiche della forza elettrica costituenti i fenomeni luminosi, se cioè esse siano di tale entità da far intervenire la dipendenza della cost. diel. dall'intensità del campo.

La teoria della deformazione dei condensatori, dice l'Ercolini, *decide* la questione quando sia rettamente applicata, poichè si deduce dai risultati del prof. Cantone che la cost. diel. deve aumentare in tutte le direzioni con il diminuire della densità e che quindi non è prevedibile una anisotropia elettrica conseguente all'anisotropia meccanica destata dalla trazione. Faccio osservare che la sola a non potersi tirare in campo è proprio la teoria della deformazione dei condensatori; per dimostrarlo non ho che a rimandare il dott. Ercolini a una pregevolissima Memoria del Pockels [1] sull'argomento. In essa l'Autore fa vedere che le formole del Lorberg, le quali applicate alle esperienze del prof. Cantone diedero luogo al risultato sopra esposto, sono *inesatte*, che la previsione stessa quindi non ha valore, e che, più generalmente, le teorie date finora sulla deformazione dei condensatori *non permettono in nessun modo di far congetture sulla variazione della cost. dielettrica.*

Riassumendo, adunque, nessuna considerazione teorica vale ad attaccare la possibilità, dedotta dalla legge di Maxwell e dalle esperienze di Fresnel e di Kerr sulla doppia rifrazione accidentale, che la costante dielettrica del vetro diminuisca per la trazione.

In quanto poi alla critica dell'Ercolini relativa alle esperienze da me eseguite, escluso, come dimostrai nella Nota citata, che il classico metodo del Gordon sia inadatto e che l'impiego dell'elettrometro di Mascart possa, per la sua grande capacità, cambiar di segno i risultati, osserverò brevemente che la variazione di induzione da me osservata non poteva attribuirsi, come egli crede, all'influenza del residuo elettrico, degli straterelli di paraffina interposti tra i piatti e il vetro, che aumenterebbero quel residuo, e dell'abbassamento di temperatura prodotto dalla trazione.

Ciò risulta, come ebbi già a dire, dal fatto che, una volta raggiunto l'equilibrio, questo si conservava per lungo tempo, malgrado la grandissima

[1] Pockels, Arch. d. Math. u. Phys. Greisswald, 2 Reihe, tav. XII, pag. 80, e Beibl. der Ann. der Physik und Chemie, 17, pag. 766, 1893.

sensibilità della disposizione sperimentale; che esercitando la trazione l'ago deviava, fermandosi a una posizione costante, anche quando il piccolissimo raffreddamento prodotto dalla trazione avesse avuto il tempo di dissiparsi; e che infine le escursioni dell'ago seguivano prontamente e permanentemente le variazioni del peso tensore.

Non mi pare quindi che da questa critica possano venire infirmati i risultati delle mie esperienze.

Fisica. — *Intorno alla dilatazione termica assoluta dei liquidi e ad un modo per aumentarne notevolmente l'effetto.* Nota I di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche.* Nota di G. Oddo e E. Serra [1], presentata dal Socio E. Paternò.

Abbiamo trovato che alcune cloroanidridi inorganiche in soluzione hanno peso molecolare variabile con la natura del solvente e la temperatura. Riscontrammo questo fenomeno per la prima volta nell'ossicloruro di fosforo: determinandone il peso molecolare col metodo ebullioscopico in soluzione nel tetraclorometane e nel benzolo ottenemmo dei valori corrispondenti alla formola doppia $(POCl_3)_2$, valori alquanto più bassi nel solfuro di carbonio, mentre nel cloroformio e nell'etere il peso molecolare corrisponde alla formola semplice $POCl_3$.

Ma un fenomeno singolare si riscontra nelle soluzioni benzoliche: in queste si ottengono valori corrispondenti alla formola semplice col metodo crioscopico; e alla formola doppia, come si è detto, con quello ebullioscopico.

Poichè Reinitzer e Goldschmidt [2] dimostrarono che nell'ossicloruro di fosforo tutti e tre gli atomi di cloro si comportano allo stesso modo e quindi sono legati direttamente al fosforo, volendo interpretare il fenomeno di polimerizzazione, da noi trovato, si deve ammettere che l'atomo di ossigeno, legato per doppia valenza all'atomo di fosforo, tenda ad assumere la posizione anidridica, come avviene in alcuni composti ossigenati organici a funzione carbonilica, unendo due molecole in un composto ciclico saturo:

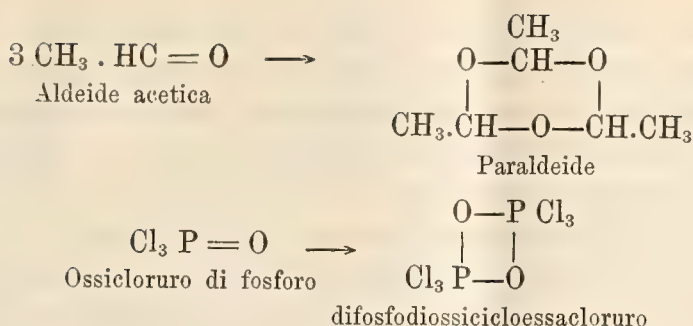
[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

[2] Ber. d. deut. ch. Ges. XIII, 845.

$$3\,CH_3.HC=O \longrightarrow \begin{array}{c} CH_3 \\ O-CH-O \\ | \qquad\quad | \\ CH_3.CH-O-CH.CH_3 \end{array}$$

Aldeide acetica — Paraldeide

$$Cl_3P=O \longrightarrow \begin{array}{c} O-P\,Cl_3 \\ | \quad | \\ Cl_3P-O \end{array}$$

Ossicloruro di fosforo — difosfodiossicicloessacloruro

Però mentre la struttura esagonale della paraldeide rende questa molecola alquanto stabile e si arriva quindi ad isolare un nuovo corpo con caratteri proprî, quella tetragonale del gruppo $\equiv P <^{O}_{O}> P \equiv$ è molto instabile e la molecola si scinde con grande facilità anche per l' azione dei solventi e della temperatura, come fu dimostrato, specialmente per le interessanti ricerche del prof. Paternò (1), ma con meccanismo non definito, per i composti ossidrilati organici in soluzione nei solventi esenti di ossidrile (2).

Abbiamo esteso queste ricerche ad altre cloroanidridi inorganiche, tenendo di mira specialmente quelle che contengono un solo atomo di ossigeno legato per doppia valenza ad un altro elemento, e tra i corpi finora studiati constatammo un comportamento identico a quello dell' ossicloruro di fosforo nel cloruro di tionile. Anch' esso in soluzione nel benzolo col metodo crioscopico ha peso molecolare corrispondente alla formola semplice $SOCl_2$, mentre nelle soluzioni bollenti in cloroformio mostra molecola doppia. A causa del suo punto di ebollizione a 78° non potemmo eseguire le determinazioni in benzolo bollente.

Con altre cloroanidridi abbiamo ottenuto dei risultati i quali possono far supporre finora che avvenga soltanto polimerizzazione parziale a caldo, che varia con la natura del solvente. Diciamo finora, perchè i valori dei pesi molecolari che pubblichiamo sono stati calcolati secondo la nota formola:

$$M = \frac{C \cdot K}{I}$$

In una prossima comunicazione dimostreremo quale sia il valore della tensione di vapore parziale delle singole sostanze disciolte, alla temperatura di ebollizione delle soluzioni usate, e, introducendo questa correzione, indicheremo i risultati definitivi. Si può prevedere però fin da ora che per alcuni di essi la correzione da apportare sarà quasi trascurabile, poichè W. Nernst (3) con soluzioni di benzolo e cloroformio in etere trovò che il

(1) Gazzetta ch. ital. vol. XIX, pag. 640.
(2) Van' t Hoff, Vorlesungen über theor. u. phys. Ch. 2 Hef. p. 52.
(3) Zeitschrift für Physikalische Chemie *8*, 129.

peso molecolare osservato superava quello corretto soltanto dal 10 al 20 %.
Dalle esperienze che per ora pubblichiamo si rilevano i seguenti fatti:

L' ossibromuro di fosforo mostra molecola semplice in tetraclorometane bollente e in benzolo col metodo crioscopico, mentre nel benzolo bollente fornisce valori alquanto più elevati.

Il solfocloruro di fosforo ha molecola semplice soltanto in benzolo col metodo crioscopico; pare che avvenga un accoppiamento parziale delle molecole in tetraclorometane, che in benzolo bollente oltrepassa di poco la metà.

Comportamento quasi identico mostrano il protocloruro di zolfo, e il cloruro di cromile. Del cloruro di solforile potemmo determinare il peso molecolare soltanto in soluzione nella benzina col metodo crioscopico e corrisponde alla molecola semplice.

1° Ossicloruro di fosforo.

Per quanto da noi si sappia, non era stata determinata finora di questa sostanza la grandezza molecolare in soluzione.

L' ossicloruro di fosforo impiegato nelle nostre ricerche lo abbiamo preparato coi seguenti tre metodi:

1. Azione dell' acqua sul pentacloruro di fosforo.
2. Ossidazione del tricloruro di fosforo con clorato potassico [1].
3. Azione del pentacloruro di fosforo sull' anidride fosforica.

Qualunque si fosse la sua provenienza, si ottenne sempre del prodotto bollente a pressione ordinaria a 107-108° che si comportava identicamente nelle soluzioni.

Ecco i risultati ottenuti. Per comodità del lettore segniamo i punti di ebollizione a pressione ordinaria dei solventi impiegati.

Per $POCl_3$ si calcola p. m. = 153,5
" $(POCl_3)_2$ " " 317

Metodo ebullioscopico [2].

a) In tetraclorometane (p. e. 78,5).

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
1,2292	0°,198	326
2,5849	0,418	325
3,9460	0,573	362

(1) Derwin, Compt. Rend. *97*, 576.

(2) Le costanti ebullioscopiche adottate in queste ricerche sono le seguenti:

Tetraclorometane	52,60	cloroformio	36,60
benzol	26,70	etere	21,10
solfuro di carbonio	23,70	alcool etilico	11.50

come costante crioscopica del benzolo si adottò il valore empirico 49.

2ª Serie.

1,5720	0,254	325
3,1004	0,472 [1]	345

b) In benzolo (p. e. 80°,5).

1ª Serie.

2,4392	0°,230	283
3,8612	0,342	301

2ª Serie.

2,2313	0,203	288
4,5907	0,413	296

3ª Serie.

3,1517	0,273	309
5,2026	0,450	309

c) In solfuro di carbonio (p. e. 47°)

1,8108	0°,200	214
3,7204	0,355	244
5,7259	0,563	239

d) In cloroformio (p. e. 63°).

1,5690	0°,360	159
4,4942	1,002	164

e) In etere (p. e. 35,6).

1,4691	0°,210	147
3,7099	0,498	157

Metodo crioscopico.

In benzolo [2]

Concentrazione	Abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
2,0751	0°,680	149
7,0886	2,283	152
10,0195	3,230	152

[1] Una lenta ebollizione impedisce quasi del tutto l'attacco dei turaccioli di sughero. Difatti dopo avere eseguita questa lettura si continuò a far bollire per un'ora la medesima soluzione, e si ottenne l'inalzamento 0°,477 col quale si calcola il peso molecolare 342.

[2] Del campione di ossicloruro di fosforo impiegato in queste determinazioni ne fu ripetuta una col metodo ebullioscopico pure in benzolo e si ebbero i seguenti risultati:

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
2,3763	0°,222	285

2° Cloruro di tionile.

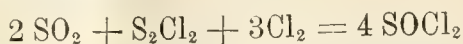
I metodi che sono stati descritti per la preparazione di questa cloroanidride non dànno un prodotto puro.

Per l' azione dell' anidride solforosa sul pentacloruro di fosforo (1), per quante distillazioni frazionate si ripetano e dentro limiti di temperatura molto ristretti, si ottiene sempre del prodotto che contiene ossicloruro di fosforo.

Alquanto più puro, ma inquinato sempre da S_2Cl_2, si ottiene per l'azione di Cl_2O sullo zolfo disciolto in S_2Cl_2 o in CS_2 (2) e per l' azione di SO_3 su SCl_4 (3); ma i processi sono molto più lunghi e costosi.

Cercammo d' investigare altri metodi di preparazione, ma senza successo. Non crediamo però del tutto inutile accennare questi tentativi:

1° Azione simultanea di SO_2 e Cl_2 sia a freddo che all' ebollizione a ricadere su S_2Cl_2 per ottenere:

$$2\,SO_2 + S_2Cl_2 + 3Cl_2 = 4\,SOCl_2$$

Invece SO_2 sfugge inalterata e si forma SCl_2, anche se si getta nel pallone qualche pezzettino di PCl_5 per far incominciare la reazione.

2° Partendo dalla probabilità di un' analogia di costituzione del cloruro di tionile $O = S = Cl_2$ col protocloruro di zolfo $S = S = Cl_2$, abbiamo cercato di sostituire in questo ultimo un atomo di S con O, sia per ossidazione con $KClO_3$, con la speranza di ottenere:

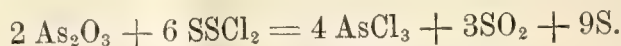
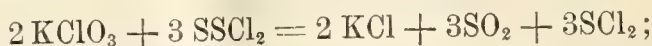
$$KClO_3 + SSCl_2 = KCl + SO_2 + OSCl_2,$$

sia per l' azione dell' anidride arseniosa, secondo l' equazione:

$$As_2O_3 + 3SSCl_2 = As_2S_3 + 3OSCl_2$$

avviene invece rispettivamente:

$$2\,KClO_3 + 3\,SSCl_2 = 2\,KCl + 3SO_2 + 3SCl_2;$$

$$2\,As_2O_3 + 6\,SSCl_2 = 4\,AsCl_3 + 3SO_2 + 9S.$$

Falliti questi tentativi, abbiamo dovuto eseguire le nostre ricerche col cloruro di tionile preparato col primo metodo accennato, impiegando una frazione che, dopo ripetute distillazioni frazionate, bolliva tra 78-80°. Essa conteneva però ancora il 5,22 % di $POCl_3$, come ci mostrò la seguente analisi:

Gr. 0,9339 di prodotto fornirono gr. 0,0353 di pirofosfato magnesiaco.

In cloroformio col metodo ebullioscopico.

(1) Persoz e Bloch, Comp. Rend. *28*, 86; U. Schiff, Ann. d. Ch. *102* 111.

(2) Wurtz, Comp. Rend. *62*, 460.

(3) Michaelis, Ann. d. Chim. *274*, 184.

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
1,2937	0°,203	233
2,2930	0,340	240

In benzolo col metodo crioscopico.

Concentrazione	Abbas. del punto di congel.	Peso molecolare
1,8855	0°,838	110
3,6672	1,661	108

Mostrammo come nel cloroformio il peso molecolare dell' ossicloruro di fosforo corrisponda alla molecola semplice. Tenendo conto della quantità di questo corpo che il cloruro di tionile impiegato conteneva, i due risultati ottenuti per il peso molecolare diventano: 229 e 235 [1].

Per $SOCl_2$ si calcola peso molecolare 119
" $(SOCl_2)_2$ " " 238

3. Ossibromuro di fosforo.

L' abbiamo preparato per l'azione di 1 mol. di H_2O su 1 mol. di PBr_5; per purificare il prodotto ottenuto si fece fondere e cristallizzare parzialmente ripetute volte, decantando sempre la porzione rimasta liquida: si ottenne così come massa bianca cristallina, quasi del tutto incolora, p. f. 52°. Nella letteratura non abbiamo riscontrato alcuna determinazione di peso molecolare per questo prodotto.

Col metodo ebullioscopico.

a) In tetraclorometane,

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
1,7468	0°,319	287
5,1251	0,868	310

b) In benzolo.

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
3,4068	0°,258	352
6,9340	0,553	334

Col metodo crioscopico in benzolo.

Concentrazione	Abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
3,6423	0°,591	308
6,0899	1,022	293

Per $POBr_3$ si calcola peso molecolare = 287

[1] Nel computo per la correzione abbiamo preso per l'ossicloruro di fosforo in cloroformio il peso molecolare 161,5 media delle due determinazioni esposte avanti.

4. Solfocloruro di fosforo.

Lo abbiamo preparato per mezzo della reazione di Serullas, che trovammo soltanto accennata nel trattato di Dammer [1], cioè per l'azione di H_2S su PCl_5. Siccome col processo che impiegammo siamo riusciti subito ad ottenere del prodotto puro, non crediamo inutile descriverlo.

In un pallone Erlenmeyer versammo circa gr. 30 di pentacloruro di fosforo e lo attaccammo ad un refrigerante a distillare munito di collettore. Facendo arrivare nel pallone una corrente di H_2S anidro e riscaldando leggermente a fuoco nudo, distilla il $PSCl_3$ di colorito giallo. Per purificarlo, siccome l'acqua anche all'ebollizione lo attacca poco, lo abbiamo lavato con acqua e distillato in corrente di vapore acqueo in presenza di un po' di latte di calce e poscia disseccato in $CaCl_2$ e distillato. Si ottenne così in poche ore come liquido incoloro, di odore alquanto grato, p. e. 124°. È degna di nota questa resistenza del $PSCl_3$ all'azione dell'acqua contenente anche alcali, a differenza del $POCl_3$, e una certa analogia che si rileva nel comportamento del $PSCl_3$ e i composti alogenati del metane.

Di questo corpo non si conosceva finora alcuna determinazione di peso molecolare nelle soluzioni. Ecco i risultati da noi ottenuti:

Col metodo ebullioscopico.

a) In tetraclorometane:

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
1,1482	0°,289	209
2,4467	0,613	209

b) In benzolo:

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
2,3310	0°,260	239
4,5499	0,514	236
6,8181	0,769	236

2ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
1,8877	0°,204	247
3,8868	0,421	246

Col metodo crioscopico in benzolo.

Concentrazione	abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
1,6904	0°,524	158
3,3705	1,023	161
5,0330	1,530	161

Per $PSCl_3$ si calcola peso molecolare = 169,5
" $(PSCl_3)_2$ " " 339

[1] Vol. II, 1, pag. 146.

5. Protocloruro di zolfo.

Abbiamo voluto comprendere in questo studio anche il protocloruro di zolfo, perchè nessun fatto esclude finora che la costituzione di questo corpo si possa ritenere, come si è detto avanti, $S{=}SCl_2$ paragonabile a quella del cloruro di tionile $O{=}SCl_2$. Raoult ne determinò la grandezza molecolare col metodo crioscopico, usando come solvente la benzina e l'acido acetico, e ottenne valori corrispondenti alla formola semplice S_2Cl_2.

Noi abbiamo eseguito quindi soltanto le determinazioni col metodo ebullioscopico, usando come solvente il tetraclorometane e il benzolo.

a) In tetraclorometane:

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
2,0089	0°,612	172
2,7517	0,834	173
3,5136	1,092	169
4,3767	1,342	171
5,8811	1.792	172

b) In benzolo:

Concentrazione	Inalz. del punto di eboll.	Peso molecolare
2,6177	0°,362	193
4,5503	0,665	182
6,9569	0,998	185
8,1522	1.207	130

Per S_2Cl_2 si calcola peso molecolare = 135.

6. Cloruro di cromile.

Questa cloroanidride ci fu fornita dalla Fabbrica Kahlbaum e prima d'impiegarla venne distillata, raccogliendo a 118°. Di essa non era stata determinata la grandezza molecolare nelle soluzioni.

Col metodo ebullioscopico.

a) In tetraclorometane:

Concentrazione	Inalz. del punto di ebull.	Peso molecolare
	1ª Serie.	
1,0202	0°,220	243
2,4518	0,570	225
	2ª Serie.	
1,1469	0,250	241
2,7752	0,635	228
4,4912	1,008	234

In soluzione nel benzolo si ricavano valori troppo elevati e poco concordanti, forse perchè i due prodotti reagiscono in parte fra di loro. I risultati da noi ottenuti sono difatti i seguenti:

1,8415	0,093	528
4,5144	0,273	441

Col metodo crioscopico in benzolo.

Concentrazione	Abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
1,7176	0°,479	175
3,6498	1,081	165

Per CrO_2Cl_2 si calcola peso molecolare = 155,5
" $(CrO_2Cl_2)_2$ " " 311

Cloruro di solforile.

Fu preparato facendo passare simultaneamente Cl_2 e SO_2 in un tubo contenente pezzettini di canfora.

Questa cloroanidride non si presta allo studio col metodo ebullioscopico, sia per il suo basso punto di ebullizione, sia perchè reagisce col solfuro di carbonio e forse anche con l'etere.

Nel solfuro di carbonio abbiamo osservato che invece d'inalzamento avviene abbassamento nel punto di ebullizione e si svolge SO_2. Descriveremo questa reazione in altro lavoro.

In soluzione nel benzolo col metodo crioscopico ottenemmo i seguenti risultati:

Concentrazione	Abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
2,5063	0°,938	131
7,0741	2,631	131

Per SO_2Cl_2 si calcola il peso molecolare 135.

Chimica. — *Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche.* Parte II. Nota di G. Oddo [1], presentata dal Socio E. Paternò.

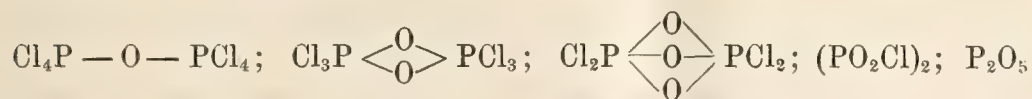
In continuazione delle ricerche pubblicate in collaborazione col dott. E. Serra, ho voluto studiare se fosse possibile ottenere derivati della forma polimerica dell'ossicloruro di fosforo: $Cl_3P<^{O}_{O}>PCl_3$ e se tra quelli che sono stati descritti finora ve ne fosse qualcuno che vi appartenesse.

Per raggiungere questo scopo mi sono accinto a ripetere lo studio dell'azione dell'acqua sul pentacloruro di fosforo, di alcune altre reazioni che

[1] Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

conducono alla formazione di cloroanidridi contenenti fosforo e finalmente delle anilidi e degli eteri fenolici.

Nell' azione dell' acqua sul pentacloruro di fosforo ho osservato che di tutta la serie di corpi:

$$Cl_4P - O - PCl_4;\quad Cl_3P <^{O}_{O}> PCl_3;\quad Cl_2P \overset{O}{\underset{O}{\leftarrow O \rightarrow}} PCl_2;\quad (PO_2Cl)_2;\quad P_2O_5$$

la cui formazione si può prevedere che possa avvenire facendo agire su due molecole di pentacloruro da una sino a cinque molecole di acqua, si ottengono soltanto il 2°, il 3° e il 5° termine. Il 3°, cloruro di pirofosforile, si forma però in piccola quantità, e le reazioni col variare della quantità dell' acqua tendono alla formazione predominante del 2° termine (¹) o dell' anidride.

Difatti impiegando per 2 mol. di PCl_5 1 mol. di H_2O resta metà di PCl_5 inalterato e si forma esclusivamente ossicloruro, che si ottiene pure con rendimento teorico per l' azione di 2 mol. di H_2O; con 3 mol. di H_2O si ricavano ossicloruro in prevalenza e inoltre poco $P_2O_3Cl_4$ e poca anidride fosforica; lo stesso avviene con 4 mol. di H_2O, ma aumenta notevolmente la quantità di P_2O_5. I medesimi prodotti si ricavano se invece che dal pentacloruro si parte dall' ossicloruro di fosforo.

Il cloruro di metafosforile $(PO_2\,Cl)_2$ non solo non sono riuscito a prepararlo per l' azione dell' H_2O sul pentacloruro e sull' ossicloruro, ma nemmeno per l' azione dell' ossicloruro di fosforo sull' anidride fosforica a ricadere, sia direttamente che in soluzione benzolica; nè l' ottenne Huntley (²) facendo reagire i due corpi in tubi chiusi a 200°.

Un corpo il quale presentava per lo scopo delle mie ricerche uno speciale interesse è il fosfonitrile di Gladstone, poco studiato, e al quale tuttavia si attribuisce nei trattati la formola semplice NPO (³). Ne ho ripetuta la preparazione col metodo di Gladstone; ma sia per la temperatura elevata alla quale si forma, che per i caratteri fisici e chimici, ho dovuto convincermi che esso deve avere una molecola polimera di NPO.

Tentai di ottenere un corpo della costituzione $NP <^{O}_{O}> PN$ facendo agire sulle soluzioni bollenti di ossicloruro in benzolo anidro la corrente di NH_3 anidra, però constatai che si formano esclusivamente le amidi dell' acido fosforico, che precipitano, e il solvente a reazione completa nulla

(¹) Avverto che per semplificare il ragionamento in tutte queste ricerche per una molecola di ossicloruro di fosforo, intenderò indicare quella corrispondente alla formola ciclica $Cl_3P <^{O}_{O}> PCl_3$.

(²) Chem. Soc. *59*, 202.

(³) Dammer, vol. II, 1°, pag. 152.

contiene. Tentai ugualmente di prepararlo facendo agire il cloruro ammonico sulla soluzione bollente di ossicloruro di fosforo in benzolo, ma anche dopo parecchie ore di ebollizione non si constata reazione alcuna.

Si conoscono derivati dell'ossicloruro di fosforo $OPCl_3$ nei quali i tre atomi di cloro sono stati sostituiti successivamente da 1, 2, 3 radicali $-NH.C_6H_5$. Di questi prodotti ho determinato il peso molecolare, che non si conosceva, ed ho voluto ricercare inoltre se fosse stato possibile, impiegando le soluzioni bollenti di ossicloruro di fosforo in benzolo, preparare anilidi derivanti dalla formola ciclica $Cl_3P<^{O}_{O}>PCl_3$ con sostituzione di radicali in numero dispari. Mentre però ho potuto dimostrare che le anilidi finora conosciute danno dei valori alquanto superiori a quelli che si richiedono per la formola semplice, facendo variare la quantità dei reattivi sono riuscito ad ottenere sempre quelle anilidi conosciute e non ho ricavato che un solo composto al quale, per il suo punto di fusione molto elevato, spetterà molto probabilmente la formola doppia $(C_6H_5N{=}PO{-}NH.C_6H_5)^2$; ma di questo per la sua scarsissima solubilità nei solventi organici non ho potuto dimostrare la grandezza molecolare.

Se il radicale positivo C_6H_5NH- sostituito al cloro indebolisce notevolmente la tendenza dell'ossicloruro a polimerizzarsi, il radicale negativo C_6H_5O- la fa scomparire del tutto, poichè ho dimostrato che gli eteri fenolici conosciuti hanno formola semplice esattamente, ed eteri della serie dispari (formola doppia) non se ne formano.

Questo lavoro mi ha condotto inoltre a scoprire i seguenti fatti:

1) Un metodo di preparazione del cloruro di pirofosforile, col quale si ottiene con rendimento superiore a quello dei metodi finora descritti. Consiste nell'azione di PCl_5 su P_2O_5.

2) Che nell'azione del clorato potassico sull'ossicloruro di fosforo si svolge lentamente tutto il cloro e restano soltanto anidride fosforica e cloruro potassico, secondo l'equazione:

$$KClO_3 + 2POCl_3 = P_2O_5 + KCl + 3Cl_2$$

Si ha così un metodo comodo di clorurazione nel quale si può calcolare la quantità di cloro che si vuole impiegare.

3) Che per l'azione del calore sulle monoanilidi $RNHPOCl_2$ si elimina una molecola di HCl e si forma una nuova classe di composti fosforati, che descriverò in altra memoria.

Pubblicherò quanto prima queste ricerche.

1. *Azione dell'acqua sul pentacloruro e sull'ossicloruro di fosforo.*

Impiegai un apparecchio a ricadere, chiuso con valvola ad H_2SO_4 e nel quale il pallone e il refrigerante erano attaccati a smeriglio.

Il pentacloruro veniva pesato nel pallone in cui doveva avvenire la reazione, e l'acqua dentro piccole bolle di vetro con punta capillare, aperte ad una sola estremità. Veniva così evitata ogni azione brusca e lo sviluppo tumultuoso di torrenti di acido cloridrico, che avrebbe alterato i rapporti ponderali delle due sostanze che reagivano.

1) $2PCl_5 + H_2O$. Cessato lo sviluppo di HCl resta poco PCl_5 allo stato solido, ma se ne deposita molto col raffreddamento in modo da raggiungere la metà del prodotto impiegato. Nella porzione liquida determinai il cloro e il peso molecolare in soluzione nel benzolo col metodo ebullioscopico. Era ossicloruro di fosforo.

2) $2PCl_5 + 2H_2O$. Ottenni ossicloruro di fosforo con rendimento teorico.

3) $2PCl_5 + 3H_2O$. Il prodotto della reazione distillato sotto 3 cm. di pressione a bagno di lega fornì prima ossicloruro, che passò a 46-47°, la temperatura salì poscia rapidamente e tra 125-127° distillò piccola quantità di liquido che all'analisi fornì valori corrispondenti a quelli del cloruro di pirofosforile.

Gr. 0,2732 di sostanza fornirono gr. 0,6263 di Ag Cl.

trovato %	calcolato per $P_2O_3Cl_4$
Cl 56,69	56,35

Concentrazione	Inalz. del punto d'ebull.	Peso molecolare
1, 4706	0, 150	262
2, 5959	0, 258	268

Per $P_2O_3Cl_4$ si calcola p. m. = 251.

Nel palloncino della distillazione rimase un po' di sostanza solida, che si rigonfia. Da questa la benzina quasi nulla estrae, l'acqua invece dà luogo a sviluppo di notevole quantità di calore con sibilo durante la reazione, e la soluzione acquosa, se il pallone è stato lavato sufficientemente con benzolo, contiene pochissimo cloro. Credo quindi che questo residuo sia costituito quasi esclusivamente da anidride fosforica.

4) $2PCl_5 + 4H_2O$. I prodotti della reazione sono del tutto identici ai precedenti; soltanto nel rendimento è diminuito notevolmente l'ossicloruro, il cloruro di pirofosforile è in quantità quasi uguale che nella precedente reazione ed è aumentata notevolmente l'anidride fosforica.

5) $(POCl_3)_2 + H_2O$ e $(POCl_3)_2 + 2H_2O$. Si ottengono prodotti e rendimenti del tutto identici a quelli della reazione 3ª e 4ª. Anche Besson [1] aveva osservato la formazione di cloruro di pirofosforile.

Se si fa compire la reazione in soluzione bollente di benzolo, si forma esclusivamente P_2O_5 che precipita, e resta dell'ossicloruro inalterato.

(1) Comp. Rend. *124*, 1099.

2. *Azione del pentacloruro di fosforo sull' anidride fosforica. Preparazione del cloruro di pirofosforile.*

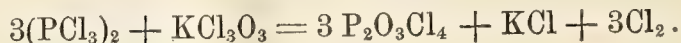
Nel trattato di Dammer [1] questa reazione viene attribuita a Kolbe e Lautemann; però la citazione è errata e con i mezzi letterarî che ho avuto a disposizione non sono riuscito a trovare l'autore.

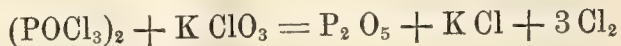
Ne ho ripetuto lo studio ed ho constatato che oltre l'ossicloruro si forma una discreta quantità di cloruro di pirofosforile, anzi ho potuto assicurarmi che di tutti i processi descritti finora per prepararlo questo sia da preferirsi per rapidità e rendimento.

Ho riscaldato a bagno maria gr. 62,55 di PCl_5 (3 mol.) con gr. 14,2 di P_2O_5 (1 mol.). Dopo circa un minuto il miscuglio incomincia a liquefarsi ed è liquido completamente in circa un'ora. Circa $^5/_6$ del prodotto ottenuto distillarono a 107-108°, la temperatura salì poscia a 110°. Sospesi allora la distillazione, decantai il liquido in un palloncino Erlenmeyer e lo distillai sotto 2 cm. di Hg frazionatamente, usando un apparecchio, che descriverò in una Nota successiva. Passò ancora un poco di ossicloruro e raccolsi poscia tra 125-127° gr. 10 di cloruro di pirofosforile come liquido limpido, incoloro, che fuma all'aria un po' meno dell'ossicloruro di fosforo. Credetti inutile ripeterne l'analisi, perchè tutti i suoi caratteri coincidevano con quelli del prodotto che ottenni per l'azione di $3H_2O$ su $2PCl_5$.

3. *Azione del clorato potassico sull'ossicloruro di fosforo.*

Tentai questa reazione nell'intento di ottenere, per mezzo di una sostituzione parziale, un metodo semplice per preparare il cloruro di pirofosforile:

$$3(PCl_3)_2 + KCl_3O_3 = 3\,P_2O_3Cl_4 + KCl + 3Cl_2\,.$$

La reazione invece si compie in questo senso:

$$(POCl_3)_2 + K\,ClO_3 = P_2\,O_5 + K\,Cl + 3\,Cl_2$$

e l'eccesso di ossicloruro di fosforo resta inalterato.

A gr. 46,05 di ossicloruro di fosforo (3 mol.) aggiunsi, a porzioni di circa gr. 0,5 per volta, gr. 6,125 di $KClO_3$ (1 mol.) mentre riscaldava a bagno maria. La reazione incomincia lentamente anche a temperatura ordinaria e procede sempre lenta anche a caldo, mentre il cloro si sviluppa, e non era completa ancora del tutto dopo sei ore di riscaldamento. Trascorsa una notte separai, filtrando rapidamente, il liquido dal precipitato. Il primo era ossicloruro di fosforo e quest'ultimo un miscuglio di anidride fosforica e cloruro potassico assieme a piccola quantità di clorato potassico.

[1] Vol. II, 1°, 133.

Analogamente ossidando il tricloruro di fosforo con clorato potassico si ottiene ossicloruro assieme soltanto a tracce di anidride fosforica e non si forma affatto cloruro di pirofosforile.

Descriverò quanto prima alcune applicazioni di questo metodo di clorurazione.

4. *Sulle anilidi dell' acido fosforico.*

Per tentare di ottenere tutta la serie delle sei anilidi derivanti dalla formola ciclica dell' ossicloruro, feci agire sulla soluzione nel benzolo bollente di questo corpo il cloridrato di anilina anidro, in apparecchio a ricadere, chiuso con valvola ad acido solforico, nel quale il pallone al solito era attaccato al refrigerante a smeriglio, e riscaldai a bagno maria senza interruzione sino a reazione completa.

Ecco i risultati ottenuti:

1) 1 mol. di ossicloruro con 1 mol. di cloridrato di anilina. Impiegando gr. 6,475 di cloridrato di anilina, gr. 15,35 di ossicloruro di fosforo e c. 50 di benzolo anidro la reazione si compie in circa 8 ore: cessa allora lo sviluppo di HCl e si ha soluzione completa. Nulla cristallizza col raffreddamento. Scacciato il solvente e in gran parte l' eccesso di ossicloruro a bagno di acqua salata col riposo il residuo si rappiglia, dopo circa mezz' ora, in una massa cristallina, di colore bianco sporco.

Decantando il liquido che l' inquina, il quale non contiene altro che la medesima sostanza disciolta in un po' di ossicloruro, il prodotto cristallizzato da benzina e ligroina a riparo dell' umidità fonde 85-86° e per tutti i caratteri coincide con lo fosfoossibicloromonoanilide $C_6H_5NH.POCl_2$ descritta da A. Michaelis e G. Schulze [1]. Ne determinai il cloro e il peso molecolare, che non era conosciuto.

Gr. 0,2233 di sostanza fornirono gr. 0,3034 di AgCl.

	Trovato %	Calcolato per $C_6H_6NPOCl_2$
Cl	33,58	33,80

Peso molecolare:

a) In benzolo con metodo ebullioscopico:

Concentrazione	Innalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
0,7944	0°,099	215
3,1852	0,344	247
5,2183	0,505	276

b) In benzolo col metodo crioscopico:

Concentrazione	Abbass. del punto di congel.	Peso molecolare
0,9676	0°,215	221
1,8323	0,352	252

Per $C_6H_5NH.POCl_2$ si calcola p. m. = 210.

[1] Berichte XXVI, pag. 2939.

Mentre nelle soluzioni molto diluite si hanno valori che corrispondono alla molecola semplice con tutti e due i metodi, col crescere della concentrazione invece i valori s' innalzano alquanto rapidamente, accennando anche in questo caso alla formazione di molecole doppie nella soluzione.

Michaelis e Schulzen ([1]) hanno osservato che questo corpo nel vuoto distilla con parziale decomposizione: io ho visto invece che a circa 90° incomincia a svilupparsi HCl, a 100° lo sviluppo è rapido e a 180° dopo qualche minuto è cessato, dopo essersi eliminata 1 molecola di HCl per ciascuna molecola di sostanza: il residuo è un prodotto nuovo che descriverò in altra pubblicazione.

Se s' impiega un grande eccesso di ossicloruro di fosforo, cioè 2 mol. su 1 mol. di cloridrato di anilina, i risultati sono identici e resta l' eccesso di ossicloruro di fosforo inalterato.

Il senso in cui avvennero queste reazioni mi fecero risparmiare l' esperienza con 2 mol. di cloridrato di anilina e 1 mol. di ossicloruro.

2) 3 mol. di cloridrato di anilina e 1 mol. di ossicloruro di fosforo. Impiegando gr. 9,71 di cloridrato, gr. 7,67 di ossicloruro e cc. 60 di benzolo anidro anche dopo 96 ore di ebollizione continua rimaneva della sostanza non disciolta, però non si sviluppava più HCl; ciò indicava che la reazione era terminata. Filtrai nel vuoto la soluzione bollente e lavai con benzolo anidro il residuo sul filtro. Il liquido filtrato col raffreddamento diede subito un precipitato bianco cristallino che, raccolto e cristallizzato due volte dall' alcool bollente, si ottenne in bellissimi aghi bianchi p. f. 171-172°. Esso aveva tutti i caratteri della monoclorofosfoossidianilide $(C_6H_5NH)_2POCl$, descritta da Michaelis e Schulze ([2]).

Non ne potendo determinare il peso molecolare nel benzolo, perchè vi si scioglie pochissimo, impiegai l' alcool assoluto col metodo ebullioscopico:

Concentrazione	Innalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,3856	0°,059	270
2,1908	0,119	212
3,6192	0,220	184

Per $(C_6H_5NH)_2POCl$ si calcola p. m. = 266,5.

Mentre nella prima determinazione si ha un valore che coincide con quello che si richiede per la formola semplice, col crescere della concentrazione e col prolungarsi dell' ebollizione si ottengono dei numeri sempre più piccoli, perchè la sostanza, contrariamente a quanto asseriscono Michaelis e Schulze, reagisce lentamente con l' alcool.

Null' altro contenevano le acque madri. Il residuo sul filtro, disseccato nel vuoto, pesava gr. 1,02; l' acqua bollente non ne disciolse che tracce e

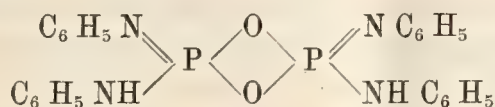
([1]) L. c.. pag. 2939.

([2]) Berichte (1894) XXVII, pag. 2574.

lasciò una polvere bianca, alquanto splendente che, disseccata, annerisce e poi fonde a 320-325°. È pochissimo solubile in tutti i solventi ordinarî, l'acido cloridrico e le soluzioni alcaline lo intaccano difficilmente anche a caldo, mentre l'acido solforico la decompone in anilina ed acido fosforico. Ha tutti i caratteri quindi del'a ossifosfoazobenzolanilide ottenuta da Michaelis ed E. Silberstein (1) riscaldando la clorofosfoossidianilide o facendo reagire all'ebollizione 2 mol. di cloridrato di anilina su 1 mol. di $POCl_3$ diluito con xilol, o riscaldando l'anilide terziaria $(C_6H_5NH)_3PO$ con anilina.

Il punto di fusione 357°, indicato dai predetti chimici, però è troppo elevato, perchè un campione che preparai con uno dei metodi da loro descritti, fuse, dopo essersi annerito, a 320-325° come la sostanza da me ottenuta.

Per i caratteri di solubilità non ne potei determinare il peso molecolare. Però il punto di fusione molto più elevato perfino della trianilide dell'acido fosforico, la quale fonde a 212-213°, i caratteri di solubilità e la formazione dei prodotti di addizione di una molecola di alcool etilico o fenolo con due di sostanza, descritti da Michaelis e Silberstein, mi fanno ritenere come fondata l'ipotesi che a questo corpo spetti la formola:

$$\begin{matrix} C_6H_5N \diagdown & & O & & \diagup N\,C_6H_5 \\ & P \diagup & & \diagdown P & \\ C_6H_5NH \diagup & & O & & \diagdown NH\,C_6H_5 \end{matrix}$$

derivante dalla formola ciclica dell'ossicloruro, che, come si è visto, è quella che esiste nelle soluzioni bollenti di benzolo e forse anche di xilol.

L'avere ottenuto in questa reazione anche la ossifosfomonoclorodianilide, della quale potei determinare il peso molecolare, mi fece risparmiare lo studio della reazione con 4 mol. di cloridrato di anilina su 1 mol. di ossicloruro.

3) 5 mol. di cloridrato di anilina e 1 mol. di ossicloruro. Si ottengono i medesimi prodotti della reazione precedente e resta una discreta quantità di cloridrato inalterato.

4) 6 mol. di anilina e 1 mol. di ossicloruro di fosforo. Versai in un pallone gr. 11 di anilina con cc. 30 di benzolo anidro, riscaldai all'ebollizione a ricadere e dall'estremità superiore del refrigerante Schiff, al quale il pallone della reazione era attaccato, versai a goccia gr. 3,2 di ossicloruro di fosforo: la reazione si compiva istantaneamente e se l'ossicloruro di fosforo si versava in una certa quantità, avveniva proiezione della massa, mentre precipitava subito una massa bianca cristallina. Si continuò a riscaldare per circa quindici minuti, dopo raffreddamento si separò il solvente e il residuo si cristallizzò due volte dall'alcool. Fuse a 212-213° ed era la trianilide dell'acido ortofosforico, descritta da U. Schiff (2) e in seguito da Michaelis e Soden (3), che preparata col mio metodo si purifica più facilmente.

(1) Berichte XXVIII.
(2) Ann. d. Ch. *101*, 303.
(3) Ibid. *229*, 334.

Ne determinai il peso molecolare col metodo ebullioscopico in soluzione nell' alcool assoluto, poichè nel benzolo è completamente insolubile.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
	°	
1,4676	0,047	359
2,6801	0,086	358

Per $(C_6H_5NH)_3PO$ si calcola p. m = 323

Michaelis e Silberstein dicono di aver trovato invece il peso molecolare 280 col metodo crioscopico, ma non indicano in quale solvente.

Eteri fenolici.

Anche in queste ricerche agii in soluzioni bollenti di benzolo. I prodotti che si ottengono facendo variare il numero delle molecole del fenolo e dell' ossicloruro sono identici, varia soltanto la quantità relativa.

1) 6 mol. di fenolo e 1 mol. di ossicloruro. Lo sviluppo di HCl cessò dopo circa 30 ore di ebollizione. Distillando frazionatamente e ripetute volte il prodotto della reazione, arrivai a separare un po' di ossicloruro di fosforo inalterato, molto fenolo, alquanto $C_6H_5O.POCl_2$ p. e. 237-238° (1), pochissimo $(C_6H_5O)_2POCl$, che non si riesce a purificare e molto etere trifenilico dell' acido fosforico p. f. 52° mescolato a piccola quantità di $(C_6H_5O)_2POH$ p. f. 60-61°, che rimangono nel pallone della distillazione a temperatura superiore ai 360°, e si separano e purificano facilmente col metodo descritto da Autenrieth (2).

2) 2 mol. di fenolo e 1 ½ mol. di ossicloruro. La durata della reazione è quasi uguale alla precedente, resta molto ossicloruro inalterato, passa anche un po' di fenolo, poi molto $C_6H_5O\,POCl_2$ p. e. 237°-238°, pochissimo $(C_6H_5O)_2POCl$ e anche una certa quantità di etere trifenilico dell' acido fosforico mescolato, al solito, ad acido difenilfosfinico.

Per questa uniformità di comportamento credetti inutile insistere con altri rapporti molecolari dei due reagenti.

Determinai il peso molecolare, che non era conosciuto, sia di $C_6H_5O.POCl_2$ che dell' etere neutro $(C_6H_5O)_3PO$ in soluzione nel benzolo col metodo ebullioscopico.

1) Sostanza p. e. 237-238°

gr. 0,5232 di sostanza fornirono gr. 0,7155 di AgCl

	trovato %	calcolato per $C_6H_5O_2PCl_2$
Cl	33,85	33,64

(1) Berichte XXIX 727.
(2) Berichte XXX 2372.

Concentrazione	Inalz. del punto d'ebull.	Peso molecolare
1,8876	0°,242	208
3,7261	0.492	202

Per $C_6H_5O . POCl_2$ si calcola p. m. = 211.

2) Etere trifenilico dell' acido ortofosforico.

Concentrazione	Inalz. del punto d'ebull.	Peso molecolare
2,0207	0°,176	306
2,9641	0,266	297

Per $(C_6H_5O)_3PO$ si calcola p. m. = 326.

Geologia. — *I roditori pliocenici del Valdarno Superiore.* Nota preliminare del dott. Camillo Bosco, presentata dal Socio Carlo de Stefani.

I paleontologi che si occuparono della fauna mammalogica delle formazioni plioceniche lacustri del Valdarno Superiore, citarono anche alcuni animali dell' ordine dei roditori, distinguendoli anzi con nomi specifici, ma senza pubblicarne descrizioni nè cenni sommarî qualsiasi, se si eccettua una brevissima descrizione di un palato di *Lepus valdarnensis* data dal Weithofer.

Per cortesia dei preposti alla direzione del Museo paleontologico dell' Istituto di studî superiori in Firenze e del Museo dell' Accademia Valdarnese Del Poggio in Montevarchi avendo potuto avere a mia disposizione, non solo il materiale che era stato consultato dai suddetti paleontologi, ma anche altri fossili di recente scoperti, ho creduto che non fosse del tutto inutile uno studio completo di tutti i resti di roditori pliocenici del Valdarno Superiore; e mentre ne ho preparato una memoria descrittiva, ne presento ora un cenno preliminare.

Le specie che io ho riconosciute non sono numerose. Devesi però notare che trattasi di un ordine di animali che comprende in massima parte specie assai piccole, le cui ossa vanno facilmente distrutte; e che nel Valdarno Superiore i resti di vertebrati trovandosi sparsi qua e là le ricerche dei paleontologi sono assai difficili, ed il più spesso le ossa piccole, appena vengono messe allo scoperto dai lavoratori della terra, vanno disperse.

Castor plicidens Major.

1875. Castor plicidens *Forsyth-Major, Considerazioni sulla fauna dei mammiferi pliocenici e postpliocenici di Toscana* (Atti della Società toscana di scienze naturali, vol. I, pag. 40 Pisa).

1876. Castor Rosinae *Forsyth-Major, Sul livello geologico del terreno nel quale fu trovato il cranio dell' Olmo* (Archivio per l'antropologia e l'etnografia, vol. VI, pag. 345. Firenze).

Animale di statura alquanto maggiore del vivente *Castor fiber*, e proporzionalmente più robusto. Con ossa nasali larghe anteriormente ed unite alle premascellari mediante una linea di sutura poco convessa, come nel *Castor fiber* d' Europa. Mandibole con ramo ascendente della branca che prende origine più all' indietro e fa col ramo orizzontale un angolo più ottuso che nella specie vivente. Incisivi molto larghi: molari assai sporgenti, le cui tre pieghe interne di smalto negli individui adulti si mostrano sul piano di masticazione sotto forma di linee sinuose suddivise in pieghettine secondarie.

Di questa specie si conoscono i seguenti esemplari:

1.° Una porzione anteriore di cranio, coi due incisivi, proveniente da località non precisata del Valdarno Superiore, ed ora nel museo paleontologico di Firenze.

2.° Una branca destra di mandibola delle Strette delle Ville presso Terranova, ed ora anch' essa in detto museo.

3.° Una branca sinistra di mandibola di S. Giovanni in Valdarno, ed ora nel museo di Montevarchi.

4.° Un' altra branca sinistra di mandibola, ma di giovane, delle Strette delle Ville, ed ora nel museo paleontologico di Firenze.

Il carattere principale del *Castor plicidens*, pel quale esso si distingue da tutte le altre specie di castoro sì viventi che fossili, è la complicazione delle pieghe di smalto dei denti molari, la quale però non si riscontra che negli individui adulti e manca nei giovani. Di questo fatto, molto interessante, ebbi la prova esaminando la branca sinistra di mandibola di giovane individuo, conservata nel museo paleontologico di Firenze, la quale era già stata veduta dal Major che, sia per le piccole dimensioni, sia per la semplicità delle pieghe di smalto, l' aveva riferita ad una nuova specie che denominò *C. Rosinae*, ma che ancora non descrisse come del resto quel distinto paleontologo neppure descrisse il *C. plicidens*. Una sezione da me fatta nella parte inferiore del premolare e del primo molare di quella branca, mostrò l' esistenza dei caratteristici frastagliamenti delle pieghe di smalto dei molari del *C. plicidens;* cosicchè non mi parve dubbio che la complicazione delle pieghe di smalto iniziatasi nella parte inferiore dei denti dovesse poi coi successivi accrescimento e corrosione presentarsi sulla superficie triturante. Riferii quindi quella branca al *C. plicidens;* e la specie *C. Rosinae* non ha quindi più ragione di essere conservata.

Trogontherium Cuvieri Fischer.

1809. Trogontherium Cuvieri-*Fischer, Mémoires de la Société des Naturalistes de Moscou.* (Vol. II, pag. 250, tav. XXIII).

Il genere *Trogontherium* era stato fin qui rinvenuto fossile in varie località d' Europa, ma non ancora in Italia.

È perciò importante per la geologia la constatazione della sua presenza in Valdarno Superiore durante il pliocene.

Nel museo paleontologico di Firenze si conserva un terzo molare inferiore destro che per dimensioni, forma, inclinazione, e per numero ed aspetto delle isole di smalto sul piano di masticazione, non differisce da quelli di *Trogontherium Cuvieri*. Esso fu scavato nel 1875 presso Terranova.

Arvicola pliocenicus Major.

1889. Arvicola pliocenica *Major* in *Weithofer, Ueber die tertiären Landsaugethiere Italiens* (Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt, vol. XXXIX, pag. 66. Vienna).

Animale di dimensioni intermedie fra quelle dell' *A. amphibius* e dell'*A. nivalis;* con denti molari senza radici e prismi con spigoli salienti arrotondati, ed il primo molare inferiore con cinque prismi dal lato interno e quattro dal lato esterno.

Di questa specie conservansi nel museo paleontologico di Firenze alcuni denti incisivi e molari isolati provenienti dalle Mignaie presso Castelnuovo, e da Poggitazzi presso Terranova.

Per il numero dei prismi del primo molare inferiore e per l'assenza di radici in tutti i molari, questa specie è del tipo dell' *A. amphibius*, da cui differisce per le minori dimensioni e per la forma più arrotondata degli spigoli dei molari.

Hystrix etrusca Bosco.

1899. Bosco, *La Hystrix etrusca* (Palaeontographia italica, vol. IV, pag. 141, tav. X, XI. Pisa).

Animale di statura di un terzo superiore a quella delle maggiori specie viventi. Cranio sensibilmente convesso in alto, molto largo nella regione frontale, restringentesi sul dinanzi, e corto nella regione parietale. Mandibole robuste. Inserzioni muscolari potenti. Denti molari molto sporgenti sull' orlo degli alveoli, con spigoli smussati di modo che la corona dei superiori ha sezione subcircolare e quella degli inferiori subovale.

Formola dentaria comune a tutto il genere: $I\ \frac{1}{1}\ Pr\ \frac{1}{1}\ M\ \frac{3}{3}$.

Fra tutti i roditori pliocenici del Valdarno Superiore è questo il meglio conosciuto, perchè ne furono rinvenuti al Tasso due cranî quasi completi ed in discreto stato di conservazione.

Oltre a detti cranî che ora fanno parte delle interessanti collezioni del museo di Montevarchi, abbiamo di questa specie:

1.° Una branca sinistra di mandibola;

2.° Un premolare inferiore sinistro ed un incisivo superiore sinistro Questi due esemplari provengono da località non precisata del Valdarno Superiore.

Questo animale, per la forma generale del cranio, si avvicinava alle viventi *H. cristata* ed *H. hirsutirostris*, ma differiva da tutte le altre specie fossili fin qui conosciute.

Tenuto conto però del fatto che, come gli altri roditori, anche gli istrici hanno lasciato nelle formazioni terziarie ben pochi resti, e che i lavori di confronto su questi animali sono per ora malagevoli e non possono condurre a risultati certi, non è esclusa la possibilità che con la *H. etrusca* possa essere in avvenire identificata qualche altra specie fossile, e specialmente la *Hystrix* del Roussillon, che dal Depéret fu riferita alla *H. primigenia* descritta dal Gaudry fra i fossili di Pikermi (Grecia).

Della *H. etrusca* furono rinvenuti resti anche nel pliocene delle Valli della Magra e del Serchio.

Lepus Valdarnensis Weithofer.

1889. Lepus Valdarnensis *Weithofer, Ueber die tertiären Landsaugethiere Italiens* (Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt, vol. XXXIX, pag. 55. Vienna).

Animale della statura approssimativa di un *L. timidus*. Cranio però con minore diametro zigomatico, palato più stretto e più lungo, muso più breve e branche mandibolari più alte. Incisivi molto larghi e compressi; gl' inferiori alquanto più larghi dei superiori. Profondi i solchi di tutti i denti.

Se ne conoscono diversi esemplari:

1.° Un frammento di cranio comprendente il palato osseo, la serie molare quasi completa, e l' origine mascellare dell' arcata zigomatica, scavato presso il Castello dell' Incisa, ed ora nel museo di Firenze.

2.° Una estremità incisiva di cranio
3.° Una branca sinistra di mandibola
} probabilmente appartenenti allo stesso animale di cui abbiamo il suddetto frammento di cranio (Museo di Firenze).

4.° Una branca sinistra di mandibola, delle Mignaie
5.° Una branca destra di mandibola, del Tasso
} (Museo di Montevarchi).

Questi resti, sebbene alquanto incompleti, presentano caratteri tali da far differenziare la specie fossile dalle viventi, senza tuttavia poter asserire a quale di queste si avvicini di più. Un confronto colle altre specie fossili è impossibile, non essendo esse conosciute che in modo insufficiente.

Lepus etruscus n. sp.

Animale della statura di un vivente coniglio, ma con branche mandibolari più alte nel tratto ove sono impiantati i denti molari, i cui solchi verticali sono più profondi; le inserzioni muscolari sono deboli.

Di questa specie non si conosce che una branca sinistra di mandibola proveniente dal Tasso, che ora trovasi nel museo di Firenze; per le sue piccole dimensioni e per alcune altre differenze che risultano dal confronto delle diagnosi, questa branca non poteva riferirsi al *L. valdarnensis*; e nessun elemento avendo per riferirla a qualche altra specie fossile, essendo tutte pochissimo conosciute, ho creduto fosse il caso di istituire per essa una nuova specie.

Le seguenti ossa lunghe di *Lepus* sp. conservansi nel museo di Firenze:

1.° Un terzo metacarpale destro, scavato all' Incisa;

2.° La parte inferiore di una tibia destra, di località non precisata del Valdarno Superiore;

3.° Una estremità distale di tibia destra, con relativi astragalo e calcagno, del Tasso;

4.° Un secondo metatarsale destro, delle Valli delle Strette.

Il metacarpale, la tibia, ed il metatarsale sono massicci, e l' estremità distale di tibia ha forma rettangolare caratteristica.

Tutte queste ossa, che per dimensioni si corrispondono, appartennero ad individui della statura un po' maggiore di un *L. mediterraneus*, cioè intermedia fra il *L. valdarnensis* ed il *L. etruscus*.

Nessun elemento ho per riferirli presentemente all' una piuttosto che all' altra di queste due specie fossili, o forse anche ad una terza specie. Attendo che il rivenimento di altro materiale ci possa fornire maggiore luce per una sicura determinazione specifica.

Lagomys sp.

Ho riferito al genere *Lagomys* due denti molari mediani inferiori destri, lunghi in complesso quanto quelli di *L. sardus*, i quali però non sono sufficienti per una determinazione specifica, e neppure per istabilire se si tratti del sottogenere *Lagomys* (s. str.) oppure di un *Myolagus*.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente comunica alla Classe che, durante le ferie scorse, pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Socio straniero Roberto Guglielmo Bunsen, avvenuta il 15 agosto 1899; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 2 luglio 1875.

Il Socio Cannizzaro legge una Commemorazione del defunto accademico [1].

Lo stesso Presidente dà comunicazione delle lettere di ringraziamento, per la loro recente nomina, inviate dai Soci nazionali: Colombo, Favero,

[1] Questa Commemorazione sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Tardy, Volterra, Veronese; dai Corrispondenti: Battelli, Borzì, D'Achiardi, Delpino, Grassi, Maggi, Marchiafava, Ricci; dai Soci Stranieri: von Beneden, Fischer, Fouqué, Hering, Haeckel, Klein, Kohlrausch, de Lapparent, Lepsius, Mascart, Mittag-Leffler, Mond, Pflueger, Pfeffer, Weingarten, Zirkel.

Il Presidente Beltrami dà inoltre comunicazione delle lettere di ringraziamento del Socio straniero Stokes e del prof. Cantor, per gli augurî loro inviati dall'Accademia in occasione del loro giubileo.

Su proposta del Presidente, la Classe delibera all'unanimità d'inviare al Socio Tommasi-Crudeli, che ebbe a superare una grave malattia, gli augurî di pronta guarigione e di sollecito ritorno ai consueti lavori accademici.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci D'Achiardi, Borzì, Zeuner, e dai signori: Berlese, Fiorini, Pascal, Brühl, Lorenz, Bollack; fa inoltre particolare menzione dei volumi V e VIII delle *Opere complete* di Christiaan Huygens, dono della Società olandese delle scienze.

A nome dell'autore, il Socio Cremona fa omaggio di varie pubblicazioni del prof. C. Guidi, e ne parla.

Il Socio Ròiti offre la seconda parte del 1° volume dei suoi *Elementi di Fisica*.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Emden; la R. Scuola navale di Genova; l'Osservatorio di San Fernando.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; l'Accademia di scienze e lettere di Christiania; la R. Scuola Normale Superiore di Pisa; il Museo Teyler di Harlem; l'Università di Tubinga; le Scuole politecniche di Berna e di Karlsruhe; gli Osservatorî di Dublino e di Strasburgo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 5 novembre 1899.

Arrigoni degli Oddi E. — Materiali per una Fauna ornitologica Veronese. Venezia, 1899. 8°.

Id. — Relazione sul IV Congresso internazionale di zoologia, tenutosi in Cambridge nell'agosto 1898. Venezia, 1899. 8°.

Baggi V. — Trattato elementare completo di geometria pratica, Disp. 65. Torino, 1899. 8°.

Chiamenti A. — I Molluschi terrestri e fluviatili della provincia di Venezia. Siena, 1899. 8°.

Crugnola G. — Guidi C.: Lezioni sulla scienza delle costruzioni. Torino. 1898/99. — Recensione. Torino, 1899. 4°.

D'Achiardi A. — Guida al corso di Mineralogia. —Mineralogia generale. Pisa, 1900. 8°.

Études internationales des nuages 1896-97. Observations et mesures de la Suède. III. Upsala, 1899. 4°.

Flores E. — Appunti di geologia pugliese. Trani, 1899. 8°.

Goering. W. — Die Auffindung der rein geometrischen Quadratur des Kreises. Dresden, 1899. 8°.

Guidi C. — Dell' azione del vento contro gli archi delle tettoje. Torino, 1884. 8°.

Id. — Sugli archi elastici. Torino, 1884. 4°.

Id. — Ponte sul Ticino a Sesto-Calende. Torino, 1885. f°.

Id. — Sui ponti sospesi rigidi. Torino, 1885. 8°.

Id. — Sulla curva delle pressioni negli archi e nelle volte. Torino, 1886. 4°.

Id. — Sul calcolo di certe travi composte. Torino, 1887. 8°.

Id. — Sulla resistenza allo schiacciamento del travertino del Barco. Torino, 1887. 8°.

Id. — Sulla teoria della trave continua. Torino, 1890. 4°.

Id. — Il ponte in acciajo sul Tanaro. Linea Genova-Ovada-Asti. Torino, 1892. 8°.

Id. — Notizie sul Laboratorio per esperienze sui materiali da costruzione. Roma, 1895. 8°.

Id. — Sul calcolo delle travi a parete piena. Torino, 1896. 8°.

Id. — Lezioni sulla scienza delle costruzioni. Parti I-V. Torino 1896.-98. 8°.

Id. — Resistenza dei metalli — Di un nuovo apparecchio autoregistratore per le prove a tensione. Torino, 1898. 8°.

Id. — Calcoli di stabilità delle scale metalliche aeree Viarengo. Torino, 1898. 8°.

Guidi C. — Sopra un problema di elasticità. Torino, 1899. 8°.

Id. — Prove di resistenza dei cavi metallici della R. Marina italiana. Torino, 1899. 8°.

Kirk Th. — The Student's Flora of New Zealand and the outling Islands. Wellington s. a. 4°.

Pascal E. — Die Variationsrechnung. Leipzig, 1899. 8°.

Id. — Repertorio di matematiche superiori. II Geometria. Milano, 1900. 16°.

Ròiti A. — Elementi di fisica. 4ª Ed. Vol. I p. 2ª. Firenze, 1899. 8°.

Stossich M. — La sezione degli Echinostomi. Trieste, 1899. 8°.

Id. — Lo smembramento dei « Brachycoelium ». Trieste, 1899. 8°.

Id. — Strongylidae. Lavoro monografico. Trieste, 1899. 8°.

Supplemento annuale alla Enciclopedia di chimica scientifica e industriale. Disp. 179. Torino 1899, 8°.

Tonini C. — La coltura letteraria e scientifica in Rimini dal secolo XIV ai primordî del XIX. Vol. I-II. Rimini, 1884. 16°.

Weinek L. — Ueber die beim Prager photographischen Mond-Atlas angewandte Vergrösserungsmethode. Wien, 1899. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 19 novembre 1899.

E. Beltrami Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica-terrestre. — *Sopra alcune righe non mai osservate nella regione ultra rossa dello spettro dell'argo.* Nota del Corrispondente R. Nasini, di F. Anderlini e R. Salvadori [1].

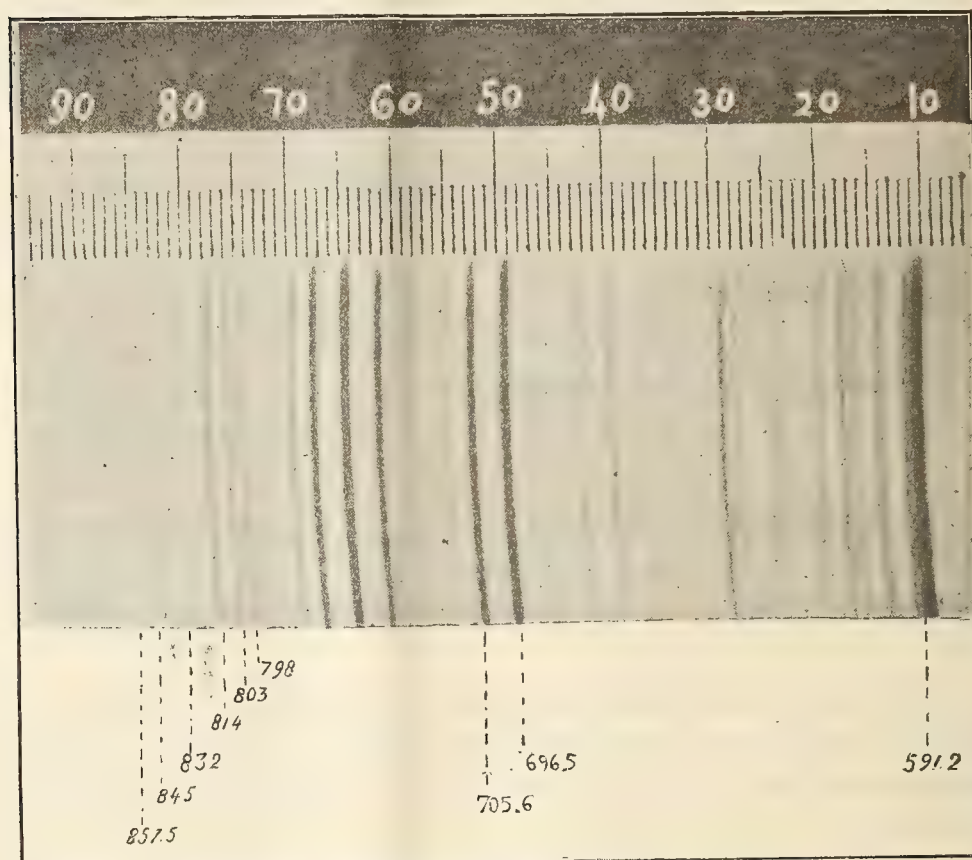
Con questa Nota vogliamo semplicemente annunciare la scoperta da noi fatta nella regione ultra rossa dello spettro dell' argo, di alcune righe che non furono notate nè dal Crookes, nè dal Kayser, nè dall' Eder e dal Valenta, nè da altri.

Lo spettro di cui noi diamo qui la fotografia, veramente è quello del gas residuo di una fumarola del Vesuvio, ma siccome esso è perfettamente eguale in questa regione a quello dell' argo ottenuto dall' aria e a questo pure sono eguali gli spettri degli altri gas delle fumarole del Vesuvio, del gas delle rocce in prossimità al cratere, dei gas della Grotta del Cane, delle Acque Albule di Tivoli, del Bulicame di Viterbo, delle emanazioni di anidride carbonica di Pergine (Toscana) così crediamo che queste righe spettino all' argo oppure a qualcuno dei gas che accompagnano l' argo nell' aria. La diversità sta solo nella differente intensità di alcune righe e noi abbiamo scelto quello spettro in cui quelle che ci interessano appaiono più distintamente.

Le fotografie furono fatte nel solito modo, con uno spettroscopio grande di Krüss a due prismi di Rutherford e ponendo la camera oscura in luogo

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell' Università di Padova.

dell' oculare del collimatore, in modo che l' immagine dello spettro, limitata da una fessura, venisse a cadere sul fondo della camera scura stessa, posta naturalmente nel fuoco dell' obbiettivo.

Si impiegarono le lastre Cappelli, ordinarie, sensibilizzandole con la cianina seguendo la formula suggerita da Schumann. Le lastre erano lasciate

per due minuti in un bagno di ammoniaca assai diluita e poi per altri due minuti nel bagno seguente:

Soluzione alcoolica di cianina $^1/_{500}$.	5-10	cc.
alcool	10	»
acqua	200	»
ammoniaca	2 - 4	»

Con le lastre così sensibilizzate si ottennero appunto le righe dell' ultra rosso, anche quelle affatto insensibili all' occhio. Uno di noi (F. Anderlini) notò una volta con l' occhio le righe di lunghezza d' onda 798; 803; 814 nello spettro dei gas della Grotta del Cane; raggiungendo così e superando il massimo di sensibilità attribuito all' occhio umano nella regione del rosso estremo. La posa per ottenere tali fotografie durava circa due ore e mezzo.

La formula indicata più sopra è quella che ci diede il miglior risultato, si è pure tentato la sensibilizzazione col Verde al Jodio, ma fosse per impurezza della sostanza o per altro motivo, non abbiamo ottenuto risultati soddisfacenti.

Gli spettri ottenuti direttamente dallo spettrografo erano troppo piccoli per poter fare con una certa sicurezza delle misure di lunghezza d'onda, perciò si ingrandirono nel solito modo fotografando dalla negativa una diapositiva e facendo in modo che una scala incisa su una lastrina di vetro venisse a riprodursi insieme collo spettro sulla lastra fotografica.

In tal modo si poterono determinare per estrapolazione le lunghezze d'onda di quelle righe dell'ultra rosso, naturalmente raggiungendo quell'esattezza che il metodo stesso può dare in questa regione; si usò pure il metodo grafico ottenendo coi due metodi una perfetta coincidenza.

Le nuove righe da noi osservate avrebbero le lunghezze d'onda seguenti:

$$\lambda = 798,0 \; ; \; 803,0 \; ; \; 814,0 \; ; \; 832,0 \; ; \; 845,0 \; ; \; 857,5 \; ;$$

Si è cercato di vedere se comparivano altre righe ancora meno rifrangibili prolungando la posa per più di quattro ore, ma non si è avuto nessun miglior risultato. Non è impossibile però che altre righe si potrebbero osservare quando si disponesse di mezzi più adatti per la fotografia dell'ultra rosso.

Fisica. — *Intorno alla dilatazione termica assoluta dei liquidi e ad un modo per aumentarne notevolmente l'effetto.* Nota I di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Il metodo del dilatometro, generalmente usato per misurare la dilatazione termica dei liquidi, dà molto indirettamente la dilatazione assoluta dei medesimi. Qualora, come di solito, ci si serva dell'acqua per misurare la dilatazione del dilatometro che si usa, l'applicazione di tale metodo si basa sulla precedente determinazione delle seguenti quantità: 1° dilatazione del mercurio; 2° dilatazione del dilatometro che venne usato per determinare la dilatazione dell'acqua; 3° dilatazione dell'acqua; 4° dilatazione del dilatometro che si vuole usare, e ciascuna di queste determinazioni richiede una serie di singole determinazioni a temperature diverse, e soggette a speciali cause d'errore. Di queste serie le tre prime sono state eseguite ripetutamente, con tutte le cure, da abili sperimentatori e non possono dar luogo che ad errori appena apprezzabili; invece, a causa delle irregolarità della dilatazione della massima parte dei vetri e dell'influenza che su questa dilatazione esercitano le temperature antecedenti, la loro durata e il tempo trascorso dopo la loro azione, la 4ª serie di determinazioni, quando non sia eseguita con molte cure può dar luogo a errori non trascurabili.

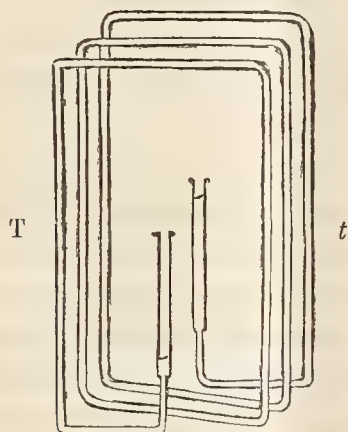
Perciò alcuni fisici [1] determinarono direttamente la dilatazione assoluta dell' acqua e d' altri liquidi usando il metodo di Dulong e Petit il quale però è troppo poco sensibile. Si può bensì aumentare la sensibilità usando tubi comunicanti molto lunghi (Thiesen, Scheel e Diesselhorst usarono tubi lunghi 2 metri) ma così aumentano le difficoltà per mantenere costante e uniforme la temperatura, l' apparecchio riesce incomodo e la misura malagevole e tuttavia l' aumento di sensibilità è molto piccolo.

Per aumentare la sensibilità usai successivamente due modi diversi. Il 1° modo meno efficace consiste nella misura della differenza di livello col metodo del micrometro a liquido (Rend. Lincei, 1893) che si applica molto facilmente a questo caso. A tale scopo occorre che i due estremi del tubo ad U di Dulong e Petit o di Regnault, terminino o peschino in due recipienti cilindrici di sezione molto diversa p. es. 1 cm^2 e 500 cm^2 rispettivamente, e che nel recipiente minore si mantenga costante il livello (facendolo affiorare esattamente ad una punta totalmente immersa e diretta verso l'alto) coll' aggiungere o togliere un volume conveniente di liquido. Così se per effetto del riscaldamento d' uno dei rami del tubo suddetto si produce una differenza di livello che tende a distruggere l' affioramento, e per conservare questo immutato occorre aggiungere o togliere un certo volume noto di liquido, questo volume diviso per la sezione del recipiente maggiore, nel quale il livello ha variato, darà la differenza di livello prodottasi e la sensibilità della misura sarà (teoricamente) tanto maggiore quanto maggiore è la sezione suddetta.

L' apparecchio si può comporre molto facilmente; basta avere una stufa a vapore quale si usa per il punto 100 dei termometri ed una specie di sifone quadro, formato con un tubo di circa 4 mm. di diametro, ripiegato all' estremità inferiore d' un ramo, prima orizzontalmente e poi all' ingiù per un tratto molto corto, in modo che questo ramo si possa introdurre dentro la stufa, si possa far passare il tratto orizzontale per la tubulatura che di solito serve per il manometro ad acqua, e finalmente far pescare l' estremità in un bicchierino munito della punta d' affioramento. L' altro ramo del sifone, (che si potrebbe similmente circondare di ghiaccio, ma che per esperienze di dimostrazione si può lasciare all'aria libera proteggendolo con uno schermo) si fa pescare in un largo cristallizzatore, in cui si versa il liquido sul quale si vuol sperimentare fino all'altezza della punta d' affioramento del bicchierino e poi si riempie il sifone nel modo solito e si procede nel modo sopra indicato. La precisione di questo metodo è limitata dall' errore, certo molto piccolo, che si può commettere nell' apprezzare l' affioramento.

Il 2° modo per aumentare la sensibilità, il quale forma più specialmente l' oggetto della presente Nota, permette di moltiplicare pressochè inde-

[1] F. Barret, Proced. of the Dublin Society of Sciences, 6, 1889. — Thiesen, Scheel und Diesselhorst, Wied. Ann. 63, p. 202, 1897.

finitamente la differenza di livello prodotta dalla dilatazione (che si può misurare poi con quella precisione che si ritiene opportuna) e consiste nell'usare, invece del tubo ad U quadro di Dulong e Petit o del tubo rettangolare di Regnault, un tubo in forma di elica o di spirale, a spire rettangolari, coi lati successivamente e alternativamente verticali e orizzontali e terminante ai due capi con due tubi aperti, adiacenti e un po' larghi. Se si riempie questo tubo col liquido di cui si vuole studiare la dilatazione, avendo cura che non rimangano bolle d'aria, i livelli del liquido nei tubi aperti si disporranno ad uguale altezza

se la temperatura di esso liquido è la stessa in tutti i punti dell'elica. Se però tutti i tubi verticali ad un lato dell'elica si trovano in una stufa o bagno a temperatura T e quelli dell'altro lato si trovano nel ghiaccio o in un bagno a temperatura t diversa da T, alle estremità di ciascuna spira a causa della diversa temperatura e della diversa densità del liquido nei due tubi verticali si produrrà una differenza di pressione la quale agisce nello stesso senso in tutte le spire, e se n è il numero di queste, nei tubi estremi si produrrà una differenza di livello che sarà n volte maggiore di quella che si produrrebbe nel tubo di Dulong e Petit o di Regnault per una ugual differenza di temperatura e per ugual altezza dei tubi verticali.

Siano p. es. H_T, H'_T, H''_T, ecc., le altezze dei singoli tubi verticali a temperatura T, misurate come di solito fra gli assi dei tubi orizzontali adiacenti, siano H_t, H'_t, H''_t, ecc. le altezze dei tubi verticali a t ed h_T, h'_t le altezze del liquido nei tubi estremi alla temperatura ambiente θ, misurate a partire dai tubi orizzontali inferiori, e siano δ_T, δ_t e δ_θ le densità del liquido a T, t e θ, per l'equilibrio dovrà essere:

$$(H_T + H'_T + H''_T + \cdots)\,\delta_T - h_T\delta_\theta = (H_t + H'_t + H''_t + \cdots)\,\delta_t - h_t\,\delta_\theta$$

$$\frac{\delta_T}{\delta_t} = \frac{H_t + H'_t + H''_t + \cdots + (h_T - h_t)\delta\theta : \delta_t}{H_T + H'_T + H''_T + \cdots}$$

Se tutti i tubi della stufa e del bagno avessero rispettivamente le stesse altezze H_T e H_t o che queste fossero le loro altezze medie s' avrebbe:

$$\frac{\partial_T}{\partial_t} = \frac{nH_t + (h_T - h_t)\,\partial_\theta : \partial_t}{nH_T}.$$

Qualora fosse $H_T = H_t$ e inoltre si usassero temperature T e t tali che fosse $(h_T - h_t)\,\partial_\theta : \partial_t = H_T = H_t$ s' avrebbe:

$$\frac{\partial_T}{\partial_t} = 1 - \frac{1}{n}$$

ossia il rapporto delle densità e quindi il coefficiente di dilatazione s' avrebbe indipendentemente dal valore di H ossia senza altra misura che quella delle due temperature.

L' aumento di sensibilità che si ottiene coll' apparecchio ora descritto sarebbe pressochè inutile qualora aumentassero in proporzione gli errori di misura, ma mi pare evidente che tale non è il caso. La misura dei singoli valori di H_T ed H_t non presenta difficoltà e l' errore relativo della loro somma non è certamente aumentato, mentre l' errore relativo nella misura di $h_T - h_t$ è notevolmente diminuito perchè è aumentata la quantità che si deve misurare mentre rimane costante il possibile errore assoluto di questa misura. Inoltre è da notare che sebbene non sia praticamente facile di soddisfare esattamente alle condizioni necessarie per eliminare nel modo sopra indicato il valore di H, si può agevolmente avvicinarsi molto a tali condizioni e ottenere che l' influenza del valore di H e dei suoi possibili errori sia molto piccola, poichè essa va sempre più diminuendo a misura che ci si avvicina alle condizioni suddette (cioè: $(h_T - h_t)\,\partial_\theta : \partial_t = H_T = H'_T = \cdots = H_t = H'_t = \ldots$).

Un' altra causa d' errore che aumenta col numero delle spire e che quindi renderebbe inutile in parte l' aumento di queste, è dovuta al fatto che per il riscaldamento e la dilatazione d' uno solo dei due lati verticali dell' elica, le spire cessano d' essere rettangolari ed i tubi orizzontali cessano di essere esattamente paralleli, e quindi il liquido in essi contenuto esercita una leggera pressione che va aggiunta a quella dei tubi verticali alla temperatura minore; è facile però tener conto di questa pressione misurando le differenze di livello delle estremità dei tubi orizzontali. Sarebbe forse più comodo per la determinazione, di fare i tubi verticali un po' flessibili dando a ciascuno di essi la forma di S molto allungato, e di connettere rigidamente e fuori della stufa e del bagno i tubi orizzontali inferiori e superiori in modo che essi fossero sempre esattamente orizzontali o si potessero ridurre tali mediante apposite viti; oppure si potrebbe eliminare o diminuire notevolmente tale causa d' errore, facendo i tubi verticali della stufa di tal lunghezza che divengano uguali agli altri solo in seguito al riscaldamento.

Per vedere praticamente il modo di comportarsi di questo metodo, costruii anzitutto un piccolo apparecchio per la scuola, allo scopo di rendere ben visibile la differenza di livello che si produce in due vasi comunicanti per effetto delle differenze di temperatura. A tale scopo ripiegai un tubo lungo 1,50 e di 4 mm. di diametro in forma di rettangolo, vi saldai a una estremità un tubo simile che pure ripiegai in forma di rettangolo quasi coincidente col primo e così di seguito in modo da formare un' elica con 4 spire rettangolari, coi tubi verticali lunghi circa 40 cm. e coi tubi orizzontali lunghi circa 20 cm. e colle estremità che nel mezzo del lato orizzontale inferiore erano ripiegate verso l' alto secondo la linea mediana verticale. Riempiendo questo tubo di petrolio o di alcool colorato, questo nei tubi estremi si dispone ad uguale altezza, se però si fa scorrere rapidamente una fiamma di gaz lungo i tubi di uno dei lati verticali dell' elica, si produce rapidamente un dislivello che supera i 10 cm. prima che l' alcool o il petrolio siano vicini alla ebullizione.

Questa elica da me costruita per iscopo di dimostrazione era molto rozza e non avrebbe potuto servire per esperienze di misura, però un abile lavoratore in vetro potrebbe agevolmente costruire un' elica ben regolare con tubi verticali lunghi 50 cm. (una maggior lunghezza renderebbe l' elica troppo fragile, difficile ad essere spedita e maneggiata) con tubi orizzontali lunghi 40 cm. e con 20 o 50 spire, la quale avrebbe uno spessore di circa 10 cm. nel 1° caso e di 25 cm. nel 2° caso. In questa elica l' alcool p. es. per una differenza di temperatura di 1° fra i lati verticali assumerebbe una differenza di livello in circa 25 mm. e quindi la sensibilità sarebbe molto notevole.

Il collocamento di questa elica coi due lati verticali in due bagni differenti presenta qualche difficoltà, però facilmente sormontabile da qualsiasi tolaio. È tuttavia da osservare che, sebbene la flessibilità dell' elica sia molto grande, sarà utile che questa non sia fissata rigidamente ad entrambi i bagni che servono per mantenere costanti le due temperature, ma converrà che le congiunzioni con uno di essi siano chiuse mediante cotone e sovero, ciò che non presenta inconveniente quando in esso bagno si usi vapore o ghiaccio per produrre la temperatura costante. Le connessioni coi bagni potrebbero forse esser rigide qualora questi fossero di latta o di lamiera di ferro che hanno un coefficiente di dilatazione poco diverso da quello del vetro, o qualora i tubi verticali dell' elica avendo forma di S allungato fossero più flessibili.

Tuttavia un' elica di vetro di molte spire e di tubo sottile sarà sempre un apparecchio fragile e non facilmente riparabile; per l' acqua e per quasi tutti i liquidi eccetto gli acidi, potrà servire molto più comodamente un' elica formata di tubo d' ottone di piccolo diametro, sottile, ben stagnato internamente; il tubo ad U usato da Thiesen, Scheel e Diesselhorst per le loro determinazioni sull' acqua era appunto d' ottone stagnato.

Credo utile accennare ad alcuni altri usi del sistema di tubi ad elica. Anzitutto esso potrebbe servire a rendere evidente, senza apparecchi di amplificazione, la dilatazione lineare dei solidi; se l'elica è fissata unicamente a una estremità e si scalda un lato di essa (che può disporsi orizzontalmente in modo da poter essere immerso in un bagno d'acqua o d'olio), le dilatazioni dei singoli tubi si sommano e l'estremità libera si sposterà notevolmente. Tale disposizione potrebbe anche servire per esperienze di misura, qualora l'elica fosse sufficientemente rigida.

Lo stesso apparecchio, nelle condizioni per la misura della dilatazione dei liquidi, può servire come modello per far vedere come nelle pile, specialmente termoelettriche, si accumulino i potenziali rappresentati in questo apparecchio dalle differenze di livello, e come la differenza di potenziale agli estremi sia indipendente dal valore assoluto del potenziale. Facendo gocciolare il liquido dall'estremità ove il livello è più alto nell'altra, s'avrebbe una corrente di cui si potrebbe misurare l'intensità contando il numero delle gocce per minuto, e vedere come influisce il numero e la resistenza interna delle spire e la resistenza esterna rappresentata da un tubo addizionale.

Se nell'elica suddetta i tubi orizzontali sono in tutto o in parte capillari, mentre i tubi verticali hanno maggior diametro, essa può anche servire per rendere visibile un fenomeno simile in gran parte al ritardo che subisce una corrente elettrica, nel periodo variabile, che percorre un conduttore di grande capacità e resistenza, oppure una serie di condensatori o conduttori di grande capacità collegati da fili di grande resistenza. A tale scopo però la forma di elica è inutile e piuttosto nociva all'evidenza, e serve più utilmente una serie di bolle di 10 cm^3 o più di capacità riunite da tubi capillari e munite di piccoli manometri. Se ad una estremità di questa serie di bolle si produce una rarefazione, questa si produce quasi istantaneamente nella 1ª bolla, ed allora l'aria vi affluisce lentamente dalla 2ª bolla ove l'aria si rarefà più lentamente, e così di seguito. La rarefazione così si propaga molto più lentamente che in tubo capillare anche di maggior lunghezza; in un'elica di 20 spire con corti tratti di tubo capillare, la rarefazione diveniva sensibile all'altra estremità con tale ritardo da farmi dubitare che la comunicazione fosse interrotta.

Fisica terrestre. — *Sulla causa verosimile che determinò la cessazione della fase effusiva cominciata il 3 luglio 1895 al Vesuvio.* Nota del Prof. R. V. Matteucci, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

L'efflusso lavico, principiato il 3 luglio 1895 al Vesuvio, è terminato la notte 1-2 settembre scorso; ed i fatti che si sono svolti negli ultimi due mesi di questa eruzione laterale hanno un significato geodinamico di indiscutibile importanza; giacchè, considerati nel loro complesso, lasciano trasparire

con grande verosimiglianza la causa determinante la fine dell'efflusso stesso. Io li riassumerò in poche parole e cercherò di trarne una deduzione.

Da quanto ho esposto in una mia precedente Nota [1], risulta che le manifestazioni del Vesuvio, fino a quell'epoca (1° luglio 1899), erano di pieno dinamismo, caratterizzato dall'attività stromboliana al cratere terminale, da quella effusiva per la via delle fenditure laterali, e dall' attività solfatarica pel tramite di altri crepacci elevati, appartenenti a diverse eruzioni.

Le cose durarono anzi così immutate per qualche altro giorno; e fra l' 8 e il 10 dello stesso mese cominciarono dei saltuarî rallentamenti nell'efflusso lavico, che quasi sempre hanno corrisposto ad una maggiore energia nelle esplosioni al cratere; talmentechè non si incorre certo in una grave inesattezza ritenendo che la somma delle energie spiegate nell'efflusso laterale e nelle esplosioni centrali dev'essersi conservata approssimativamente la stessa. Però, anche non volendo entrare qui in altri dettagli sui quali, in parte, mi trattenni già in altra pubblicazione [2], debbo far notare che una vera diminuzione dell'attività si è bensì verificata durante questo lasso di tempo, ma essa non fu sufficiente a troncare completamente lo sgorgo lavico, il quale allora subì solo una fortissima diminuzione, mentre il dinamismo al cratere anche maggiormente se ne risentì, affievolendosi d' assai le esplosioni. Fu la mattina del 19 luglio, in esatta corrispondenza con un forte terremoto di Roma e con un repentino risveglio dell' Etna, che il Vesuvio si mostrò estremamente calmo. Al di fuori di codesta ricorrenza, si può dire che l'attività del vulcano, in complesso, si è mantenuta sempre la stessa; e così continuarono anche alcuni rigagnoli di lava a riversarsi più che altro dal lato di E. S. E. della nuova cupola.

I saltuarî rallentamenti a cui ho accennato, e che sono durati gli ultimi 55 giorni di questa eruzione, ossia dall' 8 luglio al 1° settembre u. s., si erano verificati del resto in modo molto analogo, durando gli ultimi 40 o 45 giorni, nell' eruzione precedente 1891-94 [3]; e costituiscono uno dei

[1] R. V. Matteucci, *Cenno sulle attuali manifestazioni del Vesuvio* (*fine giugno 1899*). Rend. d. R. Acc. d. Sc. Fis. e Mat. di Napoli, fasc. di giugno e luglio 1899.

[2] R. V. Matteucci, *Su fenomeni magmastatici verificatisi nei mesi di luglio-agosto 1899 al Vesuvio*. Rend. d. R. Acc. dei Lincei, vol. VIII. Roma 1899.

[3] A proposito della fine dell'eruzione laterale precedente, cominciata il 7 giugno 1891 e terminata il 3 febbraio 1894, ebbi a scrivere: « Agli ultimi di dicembre 1893 osservai una sensibilissima diminuzione nell' efflusso lavico, ed anzi mi capitò allora di assistere ad un fatto che mi autorizzò a sospettare assai prossima la fine dell'eruzione. Essendomi cioè recato per due giorni consecutivi alle nuove colate nell'Atrio del Cavallo, mentre nel primo giorno l'uscita del magma era abbondante come pel passato, nel secondo giorno le correnti erano tutte ferme, nonostante che di notte si fossero lasciati vedere qua e là dei punti incandescenti. La notte seguente nuovi trabocchi si fecero ancora strada e continuarono così per più d'un mese. Durante il gennaio seguente però, l'efflusso andò man mano sensibilmente diminuendo, e spesse sere le masse roventi non si vedevano più da

caratteri sul quale ormai possiamo basare una qualche previsione con riserva, sulla prossima fine di una eruzione laterale, tenendo conto anche dell' innalzamento del fondo craterico, e avendo speciale riguardo alla solidità, o meno, del fianco del cono, dalle cui fenditure sgorgarono le ultime lave.

Lungo il tipico periodo di altalena iniziatosi l' 8 luglio, si ebbero ben 5 significanti parvenze di cessazione dello sgorgo lavico; parvenze che io ho seguite ad una ad una, e che più d'una volta mi avrebbero tratto in inganno, facendomi considerare come totali i parziali ristagni che avevo già osservati anche in sul declinare dell'eruzione precedente. *a*) La notte dal 18 al 19 luglio le lave si sono completamente fermate e un sol punto luminoso indicava il luogo dove erano corse il giorno innanzi; *b*) la sera del 25 luglio una sola piccola chiazza luminosa si notava sulla cima della cupola lavica; *c*) la notte dal 30 al 31 detto non si vedeva alcuna incandescenza; *d*) la notte 3-4 agosto, in corrispondenza di una forte diminuzione dell'efflusso, avvenne uno sgorgo nella regione elevata del gran cono (1); *e*) la notte 30-31 agosto non si avvertiva alcuna incandescenza. La mattina del 2 settembre seppi che nella nottata precedente le lave avevano cessato di nuovo d'effluire (2). Come al solito, mi vi recai subito, e questa volta le correnti erano definitivamente ferme, segnando così la fine dell'eruzione durata 50 mesi, ossia dal 3 luglio 1895 al 1° settembre 1899.

Assai interessante è stato per me quel periodo di incertezza di circa due mesi, in cui pareva quasi che le bocche d'efflusso si contendessero l'attività col cratere, e si verificavano quelle alternative che, da una parte tendevano ad ostruire le vie di efflusso, e, dall'altra, a far innalzare il fondo craterico; giacchè la profondità del cratere che durante 48 mesi dell'eruzione si conservò stazionariamente di 200 metri circa, cominciò a diminuire in esatta coincidenza coi rallentamenti dello sgorgo lavico. Tantochè, appena chiusasi la

---

Napoli. Anche i vapori, chiaramente visibili da lontano, non si avvertirono quasi più. Il riversamento lavico continuò a diminuire, finchè il 4 febbraio l'intera colata era completamente ferma ». (R. V. Matteucci, *La fine dell'eruzione vesuviana* (1891-94). Boll. mensuale dell'osserv. di Moncalieri, ser. II, vol XIV, n. 3. Torino 1894).

(1) Questo fenomeno, che io ammisi già in precedenza come assai probabile ad avverarsi, non è stato che una ripetizione dell'altro avvenuto il 31 gennaio 1897, quando cioè l'efflusso lavico cominciato il terzo giorno dell'eruzione (5 luglio 1895) da una bocca a 750 metri sul livello del mare, cessò per ricomparire a m. 790 (R. V. Matteucci, *L'apparato dinamico dell'eruzione vesuviana del 3 luglio 1895*. Rend. d. R. Acc. di Sc. Fis. e Mat. Napoli 1897. — Id. id., *Sul sollevamento endogeno di una cupola lavica al Vesuvio*. Rend. d. R. Acc. d. Sc. Fis. e Mat. Napoli 1898. — Id. id., *Sullo stato attuale del Vesuvio* (*3 luglio 1899*) *e sul sollevamento endogeno della nuova cupola lavica* (*avvenuto nei mesi di febbraio-marzo 1898*). Boll. d. Soc. Sismologica Italiana, vol. V, n. 2. Modena 1899. — Id. id., *Su fenomeni magmastatici*, ecc., l. c.

(2) Notizia telefonica trasmessami gentilmente dall'ing. E. Treiber, ispettore della funicolare al Vesuvio.

fase effusiva, la voragine craterica di demolizione non era più che 100 metri profonda ([1]).

Nei fatti fin qui esposti, troviamo gli elementi necessarî e sufficienti per indagare la più probabile causa che fe' cessare l'ultima eruzione vesuviana, non solo, ma tutte le eruzioni simili a questa.

La fine, precisamente come il principio di una eruzione effusiva laterale, e come tutto quanto l'efflusso lavico a questa inerente, possono essere tutt'affatto indipendenti da diminuzioni e da aumenti di attività. Non dico con ciò che il dinamismo generale terrestre non possa esercitarvi la sua influenza, anzi tutt'altro; ma solo ritengo che esso possa rimanervi anche completamente estraneo, e che ciò si verifichi il più delle volte. Tanto meno poi uno sgorgo lavico laterale ha dei rapporti con le eruzioni precedenti e seguenti, come si ritenne molti anni fa e si continua a ritenere tuttora da alcuni; non è quindi il caso di continuare a parlare di periodi eruttivi con una violenta eruzione di chiusura ([2]).

Le leggi di durata a cui obbediscono le eruzioni effusive sono ancora avvolte dalla più completa oscurità. Se, in generale, più lunghe sono le eruzioni deboli e più corte le forti, non mancano per questo violenti efflussi di lunga durata, nè tranquille emissioni laviche di pochi giorni e, talvolta, di brevi ore. Simili casi sono stati avvertiti da diverso tempo, fin da quando si era soliti a considerare ogni eruzione come conseguenza di aumentata attività e si voleva credere, come alcuni persistono a credere, del resto, tuttora, che un vulcano, con una violenta eruzione, possa quasi esaurire in breve tempo la sua energia e ritornare così allo stato di quiete.

Astrazione fatta da quelle eruzioni effusive che son dovute a veri aumenti di attività, e la cui durata, dipendendo dalla durata di questa, è quasi sempre breve, la durata delle altre oscilla entro limiti assai lontani: esse possono pervenire alla loro fine in poche ore o in diversi anni. Fra le eruzioni che hanno avuto press'a poco la stessa durata dell'ultima vesuviana, si citano: quella del Tambora nell'Isola Sumbawa, del 1815, che durò quattro anni; quella del Wawani, ugualmente, dal 1816 al 1820; il Hverfjal in Islanda ebbe un'eruzione dal 1748 al 1752 e lo Skeidarar Yökull dal 1725 al 1729; le eruzioni del Kliutschewskaja Skopa, il poderosissimo fra i vulcani, durano ordinariamente una settimana, ma quella del 1727 durò fino al 1731 ([3]); l'ultima eruzione di Santorino, cominciata nel 1866 terminò nel 1870.

([1]) Oggi che scrivo (fine di ottobre) il fondo del cratere continua a subire alternativi e sensibili innalzamenti per accumulazione e abbassamenti per sprofondamento.

([2]) Su questo soggetto io mi trattenni brevemente nella mia Nota: *Der Vesuv und sein letzter Ausbruch von 1891-1894*. Tschermak's min. u. petr. Mittheilungen, Bd. XV, III, u. IV Heft. Wien, 1895.

([3]) C. W. C. Fuchs, *Die vulkanischen Erscheinungen der Erde*. Heidelberg 1865, pag. 316.

È però solo per la durata che ho rammentato queste eruzioni avvenute in diversi vulcani i quali, prima e dopo della rispettiva eruzione, si trovarono in quiete; mentre l'ultima eruzione vesuviana, come la penultima, ed altre, fu preceduta e seguìta da un'attività esplosiva rilevante, che fa intravvedere non essere affatto diminuita l' attività complessiva col cessare dell'efflusso. Rimanendo dunque costanti le condizioni dinamiche del vulcano, una sola differenza io sono per constatare fra, durante e dopo l'efflusso: ed è che la lava, allora effluente, soggiorna ora nel camino vulcanico. Ma non è a questa riflessione, a prima vista futile ed oziosa, che vogliamo fermarci; sibbene, partendo da essa, giungere alla più attendibile interpretazione del come e perchè la lava, invece di continuare a deviare dal condotto centrale per scaturire all'esterno in correnti, si è ritirata nel condotto stesso.

Una delle conquiste più belle e profonde riserbate alla petrografia vulcanologica degli anni avvenire sarà certamente la concezione della natura del magma incandescente, qual esso si trova nelle regioni abissali. La via che conduce a questa futura conoscenza è scabrosa e lunga, ma ci è stata già tracciata dal Reyer coll'assioma incrollabile che il magma terrestre si trova differenziato al pari delle masse acquee marine, al pari dell'atmosfera, ecc. [1]; e quest'assioma che i magma vulcanici, come qualunque soluzione, e qualunque emulsione, e qualunque lega siano differenziati (geschliert) è oramai entrato nel dominio della scienza. Ben si può ammettere quindi col Reyer che, anche ad uguali profondità, i magma presentino differenziazioni, presentino cioè proprietà fisico-chimico-litologiche diverse, come diversa temperatura, variabile imbibizione gasosa e diversa composizione, che, previa consolidazione, conduca a rocce dissimili. Senza poter entrare a discutere sulle modificazioni fisico-chimiche a cui, necessariamente senza tregua, dev'essere in preda il magma per dato e fatto di variabili condizioni, basta riflettere che le manifestazioni vulcaniche sono, per lo meno, alimentate dal magma incandescente, per giungere alla conclusione che quelle andranno soggette a variare col variare di questo, col capitare cioè, dell'una o dell'altra delle infinite *nuances* o differenziazioni magmatiche, nel bacino vulcanico, nel camino, nel cratere, nelle fenditure laterali e, infine, a contatto dell'oceano o dell'atmosfera.

La questione è assai complessa; ma noi, nel nostro caso particolare, possiamo limitarci a prendere in considerazione il solo passaggio della lava per le fenditure laterali.

[1] « Das Meer ist schlierig; es besteht aus verschiedenen concentrirten und verschieden warmen Wassermassen; die Luft ist schlierig, weil sie partienweise verschieden mit Wasserdampf, Staub, etc. vermischt ist; schlecht gemischter Teig, Lavamassen, Granite sind gleichfalls schlierig; kurz, wohin wir blicken, die Liquida, sowie die festen Körper sind ungleich gemischt, sie waren seit jeher schlierig. Auch das Magma war seit jeher ungleich gemischt, es besteht aus mineralogisch und texturell abweichenden Partien, die miteinander durch Uebergänge verbunden sind ». Reyer Ed., *Theoretische Geologie*. Stuttgart 1888, pag. 81-82.

È noto che anche in uno stesso vulcano, e perfino in una medesima eruzione si osservano delle marcate modalità nella massa fluida erompente: modalità intime che noi apprezziamo in base alla composizione chimica e costituzione petrografica della lava, alla quantità di sostanze aeriformi che si sviluppano dalla lava stessa, od alla scorrevolezza ed all'aspetto assunto dalle colate.

Si sa in conseguenza che, a parità di altre condizioni, la basicità, la elevata temperatura e, in prima linea, la forte proporzione di gas e vapori cedono al magma maggiore fluidità, e quindi maggiore mobilità e maggiore capacità di percorrere più lunghi e più angusti meati.

S'immagini ora che ad un efflusso laterale venga fornito un magma di tal fatta, ossia piuttosto scorrevole; e che, ad un certo momento, comincino a sopraggiungere dei magma sempre meno fluidi, ossia con crescente attitudine a consolidarsi, ne verrà di conseguenza che, rimanendo immutate le condizioni di penetrazione, questi ultimi magma cominceranno a rapprendersi ed a restringere a poco a poco i condotti di flusso, e finiranno per otturarli completamente.

Simili fatti debbono essersi certamente verificati al Vesuvio anche nell'ultima eruzione laterale 1895-99; e lo studio dell'ultima lava eruttata dirà se la differenziazione magmatica effluita nel periodo delle intermittenze, di cui si è tenuto parola, dipese, oltre che dalla scarsezza di aeriformi avvertita dallo scrivente, anche dalla sua natura petrografica.

Intanto parmi si debba stabilire il principio che, mentre l'inizio degli efflussi laterali sta in principale rapporto con la statica della colonna lavica e con la compagine dei fianchi del vulcano, la loro durata e la loro cessazione dipendono invece, in massima, dalle condizioni fisico-chimico-petrografiche del magma o, in altri termini, dal succedersi delle differenziazioni magmatiche.

Chimica. — *Sul peso molecolare di alcuni elementi e alcuni loro derivati* [1]. Nota di G. Oddo e G. Serra, presentata dal Socio E. Paternò.

Esistono nella letteratura risultati ancora contraditorî sul peso molecolare che l'iodio e lo zolfo mostrano nelle soluzioni. Profittando dei solventi puri che abbiamo preparati per le nostre ricerche sulle cloroanidridi, abbiamo voluto anche noi ripetere alcune di quelle determinazioni e inoltre ne abbiamo eseguite altre su alcuni composti inorganici non ancora studiati in questo senso.

Raccogliamo in unica memoria i diversi risultati ottenuti.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

1. *Iodio*.

Parecchi chimici si sono occupati di determinare il peso molecolare dell' iodio in soluzione, sia col metodo crioscopico che col metodo ebullioscopico in solventi diversi.

I prof. Paternò e Nasini, che furono i primi a richiamare l' attenzione dei chimici nelle applicazioni del metodo crioscopico, in un lavoro pubblicato nel 1888 (1) dimostrarono che l' iodio in soluzione nel benzolo con tre concentrazioni che fecero variare da 0,5599 % a 2,053 %, dà degli abbassamenti nel punto di congelamento del solvente che non conducono alla formola I_2, stabilita come peso molecolare dell' iodio allo stato di vapore, bensì ad una formola compresa tra I_2 e I; invece in soluzione nell' acido acetico, solvente che meglio della benzina si presta a queste determinazioni, con concentrazioni che variavano da 0,4849 a 0,8707 % ottennero costantemente abbassamenti che corrispondono al peso molecolare I_2.

Dopo questo lavoro, nel quale non sfugge ai due chimici italiani l' influenza che possono esercitare i solventi sulla grandezza molecolare delle sostanze disciolte, molte altre determinazioni si sono pubblicate, tendenti principalmente a dimostrare se l' iodio nelle soluzioni rosse, brune o violette mostra la medesima grandezza molecolare. Anzitutto Morris Loeb (2) nel 1888 per mezzo dell' abbassamento della tensione di vapore delle soluzioni credette aver dimostrato che le soluzioni diversamente colorate hanno peso molecolare diverso. Trovò egli difatti che le soluzioni violette in solfuro di carbonio dànno in media il valore 303, il quale resta tra la molecola I_2 e I_3 e le soluzioni rossobrune in etere invece 507, che si accorda abbastanza con la formola I_4.

Gautier e Charpy (3), avendo osservato nel 1890 che le soluzioni diversamente colorate dell' iodio si comportano in modo differente rispetto al mercurio che contiene piombo, e che col riscaldamento le brune diventano più violette e col raffreddamento le violette diventano più brune, pensarono anch'essi che le soluzioni violette dovessero contenere molecole più semplici delle soluzioni brune.

E. Beckmann pure nel 1890 (4) trovò invece col metodo ebullioscopico che la grandezza molecolare dell' iodio in etere (colorito bruno) ed in solfuro di carbonio bollente (colorito violetto) corrisponde sempre ad I_2 ed è indipendente dalla diluizione; credette quindi che il colorito diverso delle soluzioni, non potendosi spiegare con la grandezza molocolare, dovesse forse attribuirsi a composti che fa l' iodio coi solventi.

(1) Gazz. Chim. Ital. 1888, pag. 179.

(2) Berichte d. deutsch. chem. Gesell. XXI (1888), pag. 583 Ref.

(3) Ibidem, XXIII (1890), pag. 135 e 757 Ref.

(4) Ibidem, XXIII (1890), pag. 139 Ref.

Anche I. Hertz (1) quasi nello stesso tempo dimostrava che l' iodio in naftalina, alla quale comunica un colorito oscuro, col metodo crioscopico mostra la grandezza molecolare I_2; e Krüs e Thiele (2) nel 1894 sia col metodo di congelamento che con quello ebullioscopico confermavano le osservazioni di Beckmann ed adottavano la grandezza molecolare I^2, ammettendo d' altra parte che l' iodio nelle soluzioni violette abbia la grandezza I^2 e in quelle brune $(I^2)^n$; però questi ultimi complessi molecolari non sono di tal natura da potere influire sui punti di congelamento o di ebollizione, ma si manifestano soltanto otticamente.

Finalmente Beckmann e Stock nel 1896 (3) si accinsero ad eseguire molte esperienze e osservarono che in p.xilene, bromuro di etilene, bromoformio, naftalina, acido acetico ed uretano col metodo di congelamento si ottiene il peso molecolare I^2; col benzolo si hanno pesi molecolari più elevati; però ritennero che ciò avvenisse perchè l' iodio col benzolo dà soluzioni solide, e se nel calcolo si tenesse conto di ciò, molto probabilmente per la soluzione benzolica solida si troverebbero pure valori per I_2. I medesimi risultati credettero di avere ottenuto col metodo ebullioscopico in tetracloruro di carbonio, cloroformio, cloruro di etilene, benzina, alcool etilico, alcool metilico, metilale e acetone.

E diciamo credettero di avere ottenuto perchè mentre nelle esperienze ebullioscopiche, citate sopra, Beckmann calcolò il peso molecolare secondo la solita formola:

$$M = \frac{C \cdot K}{J}$$

e ottenne valori che oscillano in etere tra un minimo 236 (con la concentrazione 2,321 %) e un massimo 261 (con la concentrazione 15,95 %); e in solfuro di carbonio tra 266 (con la concentrazione 2,964 %) e 283 (con la concentrazione 12,98 %), in queste ultime ricerche invece Beckmann e Stock vollero tener conto della volatilità dell' iodio e calcolarono la grandezza molecolare secondo quest' altra formola:

$$m = \frac{(g_2 - g_1)\,\Gamma}{\Delta}$$

nella quale

g_2 = concentrazione della soluzione;
g_1 = concentrazione del distillato per le diverse soluzioni;
Γ = costante ebullioscopica;
Δ = inalzamento del punto d' ebollizione.

(1) Ibidem, XXIII (1890), pag. 727 Ref.
(2) Ibidem, XXVII, pag. 719 Ref.
(3) Zeitschr. f. phys. Ch. XVII, pag. 107.

E la correzione g che introducono raggiunge un altissimo valore. Ecco difatti alcune delle tavole che gli Autori riportano e nelle quali segnano con l'espressione « molecola osservata » i valori trovati senza tener conto della volatilità dell'iodio e con « molecola corretta » viceversa quelli che sono stati calcolati con la formola precedente e che loro adottano nelle conclusioni; segneremo accanto la loro differenza.

In tetraclorometane (costante adottata = 48).

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Molecola osservata	Molecola corretta	Differenza
1,040	0°,135	370	233	137
2,075	0,273	365	230	135
3,904	0,501	374	236	138
6,001	0,754	382	241	141

In benzol (costante adottata 26,7).

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Molecola osservata	Molecola corretta	Differenza
2,055	0°,155	354	251	103
2,918	0,228	342	242	100
5,311	0,413	343	233	110
8,762	0,680	344	244	100
1,804	0,139	347	246	101
3,110	0,231	360	255	105
5,080	0,405	335	238	97

In alcool etilico (costante 11,5).

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Molecola osservata	Molecola corretta	Differenza
3,217	0°,108	342	241	101
6,650	0,229	334	235	99
9,533	0,332	330	233	97
11,850	0,408	334	235	99

Riconobbero inoltre che la differenza nel comportamento chimico delle soluzioni di iodio diversamente colorate, che Gautier e Charpy riscontrarono rispetto all'amalgama di piombo, è soltanto apparente e consiste nella diversa solubilità del cloruro mercurico nei diversi solventi.

Come si vede divergenze inesplicabili si sono avute anche nei risultati sperimentali. Credemmo quindi necessario ripetere alcune di queste determinazioni e specialmente quelle col metodo ebullioscopico, perchè ci ha colpito il valore elevato della correzione che Beckmann e Stock hanno introdotto, che talvolta oltrepassa la metà del peso molecolare corretto e che, se fosse

attendibile, dovrebbe usarsi anche nel computo delle determinazioni ebullioscopiche in etere e solfuro di carbonio eseguite da E. Beckmann.

L' iodio che s' impiegava veniva purificato per ripetute sublimazioni in presenza di un po' di ioduro di potassio. Ecco i risultati ottenuti:

1°) Col metodo ebullioscopico:

a) In tetraclorometane (soluz. violetta):

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,4078	0°,194	382
2,1991	0,293	394
2,9871	0,402	391

2ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,2672	0,170	392
2,3841	0,328	382
3,2671	0,448	383

b) In solfuro di carbonio (soluz. violetta):

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,1078	0°,110	238
2,2396	0,210	252,6

2ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,4818	0,138	239
6,4664	0,630	243

c) In benzolo (soluz. rossa):

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
6,8997	0°,665	276
9,2496	0,903	273

2ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
2,2387	0,215	278
4,1068	0,392	279

d) In alcool etilico (soluz. rosso bruna):

1ª Serie.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,8488	0°,080	265,7
10,1747	0,357	327

2ª Serie.

3,5749	0,155	265
6,0837	0,254	275

Per I_2 si calcola p. m. $= 253$
I_3 » » $= 379,5$.

Non tenendo conto delle piccole differenze che si riscontrano in alcune di queste determinazioni, le quali non oltrepassano quelle che possono provenire dalla terza cifra decimale della temperatura e rientrano quindi nei limiti di errore sperimentale, le ricerche da noi eseguite dimostrano che l' iodio nelle soluzioni in tetraclorometane dà dei valori che si avvicinano di più a quelli che si richiedono per una molecola di tre atomi, per la quale si calcola p. m. 379,5. Se ciò è da ritenersi però poco probabile, si deve ammettere che in quelle soluzioni bollenti esista un miscuglio di molecole I_2 e I_4 con predominio anzi di queste ultime. Invece nelle soluzioni bollenti in solfuro di carbonio, alcool etilico e benzolo si hanno valori corrispondenti alle molecole di due atomi, e soltanto di poco inferiori pel primo e di poco superiori per gli altri due solventi.

È interessante notare che abbiamo ricavato questi valori *senza introdurre quella correzione che adottano Beckmann e Stock tenendo conto della volatilità dell' iodio.* Le nostre determinazioni coincidono quasi con quelle di loro per le soluzioni in solfuro di carbonio, differiscono di poco quelle in tetraclorometane, per il quale noi adottammo come costante ebullioscopica quella che si ricava dalla formola di Van't Hoff 52,6, e Beckmann e Stock 48; differiscono invece di molto le determinazioni in benzolo e alcool etilico.

Noi non sappiamo spiegare questa grande divergenza nei risultati sperimentali; siamo però convinti, per ripetute esperienze, che, se si ha la cura di mantenere un'ebollizione lenta durante la determinazione, la quantità di iodio che si volatilizza è piccolissima tanto da colorare talvolta poco o quasi affatto i vapori del solvente, e quindi anche i valori della correzione introdotta dai predetti chimici non si possono ritenere del tutto esatti.

2. *Zolfo.*

Non meno intensa che per l' iodio è stata e dura tuttavia la discussione sulla grandezza molecolare dello zolfo nelle soluzioni.

Anche per questo elemento le prime ricerche si debbono ai prof. Paternò e Nasini (l. c.) i quali trovarono in soluzione nel benzolo col metodo crioscopico e con due concentrazioni diverse: 0,8501 e 0,2599 % abbassamenti che conducono alla formola S_6.

Hertz (l. c.) in soluzione nella naftalina con lo stesso metodo trovò la molecola di otto atomi, e il medesimo risultato ottenne Beckmann col metodo ebullioscopico in soluzione nel solfuro di carbonio.

Guglielmo [1] col metodo dell'abbassamento della tensione di vapore nel solfuro di carbonio, impiegando un nuovo apparecchio, molto ingegnoso, sia a 0° che alla temperatura dell'ambiente 10-14°, ottenne dei valori per i quali rimane un po' d'incertezza, com'egli dice, se lo zolfo allo stato di soluzione abbia la molecola composta di 8 o 9 atomi. Osserva poi che le soluzioni più diluite farebbero credere ad una molecola di 8 atomi.

Ondorf e Terasse [2] in soluzione nel solfuro di carbonio ricavarono valori per S_9, mentre Arnstein e Meihuihen [3] trovarono che il peso molecolare dello zolfo, determinato sia a temperatura superiore che inferiore a quella in cui si trasforma da rombico in monoclino e fonde è S_8. Le ricerche furono eseguite in toluene, xilolo, naftalina e solfuro di carbonio.

Anche noi abbiamo voluto eseguire alcune determinazioni in tetraclorometane col metodo ebullioscopico.

Abbiamo impiegato un campione di zolfo, trovato in laboratorio, che era stato purificato per ripetute cristallizzazioni dal solfuro di carbonio. I cristallini venivano polverizzati finamente e riscaldati alla stufa ad aria tra 80 e 85°.

I risultati ottenuti sono i seguenti:

1ª Serie.

Concentrazione %	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
0,8621	0°,183	248
1,6241	0,340	251
2,0414	0,408	258
3,5198	0,525	283

2ª Serie.

Concentrazione %	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
1,0478	0,220	250,5
1,8250	0,374	254
3,3571	0,667	264,7

Per S_8 si calcola p. m. = 256
S_9 " " = 288.

Questi risultati dimostrano che la molecola dello zolfo nelle soluzioni bollenti di tetraclorometane risulta di 8 atomi sino alla concentrazione di circa il 3 %; a concentrazione superiore ci avviciniamo al limite di solubilità

(1) Atti della R. Accad. dei Lincei 1892, vol. I, 2° sem., pag. 210.
(2) Amer. Ch. I., I, 18, 173.
(3) Chim. Centr. 1898, II, pag. 1194.

dello zolfo nel solvente, che è di circa il 4,5 %, i risultati diventano poco concordanti e quindi poco attendibili.

3. *Pentacloruro di fosforo.*

Nessuna determinazione di peso molecolare in soluzione è stata pubblicata finora per questo composto.

Il pentacloruro di fosforo veniva preparato saturando con cloro il tricloruro puro contenuto in un tubo a disseccare di Mitscherlich. Se si agita durante l'azione del cloro, in parte si ottiene attaccato alle pareti, ed in parte in polvere libera. Nel tubo medesimo veniva pesato e da questo versato nell'ebullioscopio. Usammo come solvente il tetraclorometane.

I risultati ottenuti concordano con la formola PCl_5.

Concentrazione	Inalz. del punto d'eboll.	Peso molecolare
	1ª Serie.	
	°	
0,8734	0,210	219
6,4170	1,508	223
	2ª Serie.	
1,2028	0,290	218
3,9228	0,960	215

Per PCl_5 si calcola p. m. = 208,5.

4. *Comportamento del protocloruro e del tricloruro di iodio nelle soluzioni bollenti in tetraclorometane.*

Questi due cloruri di iodio nelle soluzioni in tetraclorometane, invece di farne inalzare il punto di ebollizione lo abbassano. Osservammo questo fenomeno prima nel monocloruro di iodio, e per interpretarlo ne cercammo la conferma nel tricloruro.

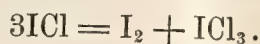
Protocloruro di iodio:

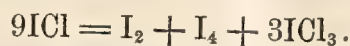
Concentrazione	Abbass. del punto d'eboll.
1,1645	0°,116
3,4694	0,188
6,4351	0,603
7,2759	0,678

Tricloruro di iodio:

Concentrazione	Abbass. del punto d'eboll.
2,2815	0°,242
5,7513	0,682
9,8778	1,454

Le conoscenze che possiediamo ci permettono d' interpretare il fenomeno. Per il tricloruro di iodio infatti si poteva prevedere a priori che dovesse abbassare il punto di ebollizione del solvente che è a 78°,5, perchè esso sublima tra 70-75°. Per il protocloruro, quantunque bolla dissociandosi a 101°, avviene evidentemente in quelle condizioni di temperatura e diluizione la trasformazione

$$3ICl = I_2 + ICl_3 .$$

Però, siccome le molecole di iodio nelle soluzioni bollenti di tetraclorometane, come abbiamo dimostrato, constano per circa metà di 2 e metà di 4 atomi, l' equazione precedente va corretta nel seguente modo:

$$9ICl = I_2 + I_4 + 3ICl_3 .$$

Delle molecole che risultano, mentre I_2 e I_4 fanno inalzare il punto d' ebollizione del solvente, quelle di ICl_3 lo abbassano; e siccome le ultime sono in maggior numero, la risultante è l' abbassamento.

Chimica. — *Preparazione del tetraclorometane* (¹). Nota di E. Serra, presentata dal Socio E. Paternò.

La preparazione del tetraclorometane assolutamente puro, quale si richiedeva per poterlo impiegare come solvente nelle ricerche ebullioscopiche pubblicate assieme col prof. Oddo, presenta non poche difficoltà. Il prodotto che forniscono le fabbriche, come mostra un campione della fabbrica Th. Schuchardt, trovato in laboratorio, contiene ancora notevole quantità di CS^2, riconoscibile anche all' odore, che maschera molto quello del $C\,Cl_4$ e di $CHCl_3$; e con gli ordinarî processi di preparazione si incorre sempre nel medesimo inconveniente, oltre che si ha spesso un prodotto alquanto colorato.

Io riuscii a raggiungere lo scopo col seguente procedimento, abbastanza facile, che ne permette la preparazione senza essere disturbati dal poco aggradevole odore dei prodotti solforati secondarî della reazione.

Si satura a temperatura ordinaria il solfuro di carbonio di cloro in presenza di poca polvere di ferro e di iodio, ed il prodotto ottenuto si distilla, raccogliendo fino alla temperatura di 100-105°.

Ne passano circa i $^5/_8$, che si raccolgono in un pallone di due litri per un litro di distillato. A questo stesso pallone si adatta un tubo di sicurezza a bolle e si attacca ad un refrigerante Liebig.

(¹) Lavoro eseguito nell' Istituto di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

Pel tubo di sicurezza si versa a poco a poco del latte di calce non denso e si agita un poco il contenuto del pallone. La reazione si compie con abbastanza energia tanto che, senza riscaldare, distilla quasi tutto il $C Cl_4$ affatto incoloro. Si compie la distillazione con vapor d' acqua.

Il distillato, decantato dall' acqua, si lava ancora con un po' di soluzione di idrato sodico, si separa e si dissecca con $CaCl_2$ fuso. Il prodotto così ottenuto distilla tra 75-78°, è affatto incoloro, ha odore grato che ricorda un poco il cloroformio e non brucia. Esso contiene ancora tuttavia una discreta quantità di CS^2 e di $CHCl_3$.

Per eliminare queste impurezze vi disciolsi circa gr. 50 di residui della preparazione del monocloruro di iodio, che contenevano notevole quantità di tricloruro e riscaldai a ricadere per alcune ore: si svolsero fumi di acido cloridrico, e col raffreddamento si trovò dell' iodio cristallizzato. Trasformai l' iodio di nuovo in tricloruro a temperatura ordinaria, facendo arrivare nel liquido una corrente di cloro attraverso un tubo che ha l' estremità che pesca nel liquido molto larga, per evitare che il ICl^3, che è poco solubile in $C Cl_4$, potesse ostruirlo: e poscia riscaldai a ricadere di nuovo per circa due ore. Col raffreddamento trovai di nuovo dell' iodio cristallizzato in piccola quantità. Ripetendo una seconda volta la medesima azione, dopo una ebollizione di circa tre ore quasi tutto il ICl_3 rimase inalterato e sublimava a poco a poco nel refrigerante. Trattai il prodotto così ottenuto con acqua a piccole porzioni, agitando, e poscia con carbonato sodico per asportarvi l' iodio. Precipitò alquanto zolfo, che separai con imbuto a rubinetto e distillai in corrente di vapor di acqua il tetraclorometane in presenza di piccola quantità di latte di calce.

Passa così il prodotto incoloro, che disseccato sul cloruro di calcio dalle prime alle ultime goccie distilla alla temperatura costante di 78°,5, alla pressione di 765 mm. di Hg. Ne raccolsi gr. 850; ha odore alquanto più grato di quello del cloroformio, è incoloro e non brucia: non contiene alcuna traccia di zolfo.

All' analisi:

gr. 0,2574 di sostanza bruciata col metodo di Carius fornirono gr. 0,8992 di AgCl.

	Trovato °/o	Calcolato per $C Cl_4$
Cl	93,70	93,66

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 dicembre 1899.

E. Beltrami Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica terrestre. — *Il terremoto Romano del 19 luglio 1899.* Nota del Socio Prof. Pietro Tacchini.

Il fenomeno sismico sul quale oggi ho l'onore d'intrattenere l'Accademia, non la cede per importanza a quello del 1° novembre 1895, intorno a cui ebbi io stesso a riferire nella seduta del 17 novembre di quell'anno.

Gli effetti della scossa su Roma furono assai potenti, ma anche questa volta non si ebbero fortunatamente a lamentare danni notevoli, all'infuori di qualche lesione in muri vecchi o di cattiva costruzione. Di ciò del resto hanno ampiamente parlato a suo tempo i giornali cittadini, ed io mi limito qui a dire che la scossa principale delle $14^h 19^m$ si può ascrivere al grado VII-VIII della scala convenzionale De Rossi-Forel.

Credo piuttosto di maggiore interesse di riferire sul comportamento degli strumenti sismici che questa volta si trovavano in azione in un sotterraneo del Collegio Romano, a circa quattro metri al di sotto del piano stradale, e che erano stati affidati alle cure del mio assistente dott. G. Agamennone. Dalla relazione particolareggiata che il medesimo ha estesa intorno al funzionamento dei varî apparecchi e che a suo tempo sarà pubblicata tra le notizie sismiche nel *Boll. della Soc. Sism. Italiana*, estraggo i seguenti dati più interessanti:

I primi tremiti lievissimi del suolo cominciarono a $14^h 18^m 55^s \pm 3^s$, come si è rilevato dal tracciato di due apparecchi a registrazione continua, ideati dallo stesso dott. Agamennone: l'uno un sismometrografo con un pen-

dolo di 8 metri, gravato d'un peso di 100 Kg e che moltiplica 10 volte; l'altro un microsismometrografo costituito d'un pendolo di 10 metri con una massa di 500 Kg. In quest'ultimo strumento gli stili d'alluminio registrano i movimenti con una moltiplicazione di 1 a 50 sopra due registratori distinti nel modo che fu fatto conoscere in altra Nota precedente (1).

Sul 1° registratore, posto nella parte anteriore dello strumento, il sismogramma è tracciato ad inchiostro sopra una zona di carta che si svolge sempre con una velocità uniforme di 40^{cm} all'ora, ed in esso si vede che la perturbazione è andata assai lentamente crescendo, tanto che l'elongazione massima d'ogni stilo della posizione di riposo non ha dovuto sorpassare $^1/_4$ di mm., ciò che corrisponderebbe ad uno spostamento effettivo del suolo di soli 5 micron, tenuto conto dell'ingrandimento dell'apparecchio. A $14^h\ 19^m\ 2^s$ è sopraggiunto un brusco rinforzo, in seguito al quale il tracciato s'è allargato assai rapidamente e le penne hanno percorso tutto lo spazio disponibile, senza che si possa fare un'analisi proficua del movimento, a causa della velocità troppo piccola della carta.

Il 2° registratore è costituito d'una larga striscia di carta affumicata chiusa in sè stessa, posta nella parte posteriore dello strumento, e sulla quale i prolungamenti degli stili scrivono mediante aghi bilicati. Il medesimo s'è posto in moto con una velocità costante di 40^{cm} al minuto, ossia di 24 metri all'ora, giusto a $14^h\ 19^m\ 2^s$, in corrispondenza cioè del brusco rinforzo testè accennato, il quale per l'appunto è stato sufficiente a spostare gli stili, affinchè chiudessero un circuito elettrico, destinato a porre in moto la carta affumicata. A partire da questo istante comincia un distinto tracciato sinusoidale in ambo le componenti SE-NW e SW-NE e press'a poco della stessa importanza, il quale, a giudicare dal periodo semplice delle ondulazioni che è di $^1/_3$ di secondo, mentre quello strumentale è di 3 secondi, rappresenta assai fedelmente il movimento del suolo. Dopo una quindicina di siffatte rapide ondulazioni che indicano che il terreno ha subìto spostamenti effettivi fino ad $^1/_3$ di mm., il movimento cresce talmente che gli stili ne rimangono scompigliati, e per una quarantina di secondi si vedono quà e là tracce confuse, impossibili ad essere analizzate. Però l'impressione generale che se ne riceve si è che gli stili devono ancora avere oscillato con periodo abbastanza rapido, non molto diverso da $^1/_3$ di secondo.

In seguito al primo scaricarsi del più sensibile di cinque sismoscopî di vario sistema, s'è posto in moto alle $14^h\ 19^m\ 8^s \pm 2^s$ la lastra affumicata del sismometrografo *Brassart* modificato a tre componenti. Si vede dunque che il funzionamento dei sismoscopî dev'essere avvenuto solo al sopraggiun-

(1) G. Agamennone, *Sopra un sistema di doppia registrazione negli strumenti sismici.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. VIII, fasc. 4°, pag. 202, seduta del 19 febbraio 1899.

gere d'onde sismiche già abbastanza sensibili, quelle appunto che hanno cominciato a scompigliare gli stili del microsismometrografo or ora accennato. Di modo che possiamo ritenere che il tracciato sulla lastra affumicata faccia veramente seguito a quello attenutosi, con una moltiplicazione cinque volte maggiore, sulla carta affumicata del microsismometrografo.

Durante i primi cinque secondi dello scorrimento della lastra, e cioè da $14^h\,19^m\,8^s$ a $14^h\,19^m\,13^s$, risulta dall'ispezione del sismogramma che il moto effettivo del suolo s'aggirava intorno a $^1/_2$ mm. in senso orizzontale ed anche meno in senso verticale, ed inoltre che il periodo delle ondulazioni era di $^1/_3$ di mm., in grande accordo col valore sopra trovato per il microsismometrografo. Dopo le $14^h\,19^m\,13^s$ si ha un sensibilissimo rinforzo in tutte e tre le componenti, ed a $14^h\,19^m\,16^s$ il movimento cresce tanto, che gli stili si urtano tra loro e battono ripetutamente contro i ripari laterali, necessarî per impedire agli aghi d'uscire dalla lastra. Il grosso del movimento perdura fin verso le $14^h\,19^m\,25^s$ e durante quest'ultima diecina di secondi il sismogramma è talmente confuso a causa degli urti predetti e delle interferenze, ben più dannose in questo strumento per la lunghezza assai minore del pendolo (metri 1 $^1/_2$), che è difficilissimo procedere a misure. A partire da $14^h\,19^m\,25^s$ si vede che il movimento è già in diminuzione, abbenchè sempre notevole e con rinforzi sensibili quà e là. Verso le $14^h\,19^m\,47^s$ si ha un'ulteriore diminuzione ed il sismogramma si mantiene così fino al $14^h\,20^m\,5^s$, istante questo della fine della corsa della lastra. Dall'esame dell'ultimo tratlo del sismogramma sembra che il periodo oscillatorio del suolo in senso orizzontale sia stato di $^1/_2$ secondo.

Dopo l'arresto della lastra è indubitato che gli stili hanno continuato ancora per qualche tempo a muoversi sensibilmente, come ne fanno fede le tracce dai medesimi lasciate sulla lastra rimasta ferma. Del resto, stando alle indicazioni del sismometrografo di 100 Kg., il solo che non abbia interrotto il proprio tracciato, la durata della perturbazione sismica a Roma non è stata inferiore ai 6 minuti.

Come s'è visto, il movimento degli strumenti, specie del microsismometrografo, è stato troppo rilevante, perchè si potessero ottenere buone indicazioni anche durante la fase massima della scossa. Ciò fa pensare quanto sarebbe utile d'installare nei nostri Osservatorî, a fianco degli strumenti più o meno delicati, altri al confronto pigrissimi e magari sprovvisti di qualsiasi benchè tenue moltiplicazione, affinchè quest'ultimi possano venire in aiuto ai primi in occasione di scosse locali troppo sensibili. E su ciò non ho mancato anche altre volte d'insistere.

Questa considerevolissima scossa avvertita in Roma fu il contraccolpo d'una rovinosa commozione sismica ne' Colli Laziali, intorno alla quale il dott. A. Cancani, allora assistente dell'Osservatorio Geodinamico di Rocca

di Papa, pubblicherà tra poco un' estesa relazione, basandosi tanto sulle numerose notizie pervenute da ogni parte all' Ufficio Centrale di Meteorologia, quanto sui dati da lui stesso raccolti, dietro incarico ricevuto, in una visita ai luoghi più colpiti.

Stando al dott. Cancani, l' epicentro di questo terremoto dovrebbe collocarsi nei pressi di Frascati, Grottaferrata e Marino, le quali località furono tra i Castelli Romani quelle appunto che furono in particolar modo colpite. La scossa parve generalmente a due riprese, prima sussultoria e dopo 4 secondi circa ondulatoria. In aperta campagna si vide il terreno oscillare rapidamente in senso verticale, e gli alberi furono visti muoversi con violenza tanto nell' area epicentrale quanto nelle adiacenze di essa. In tutta Frascati s' ebbero danni più o meno gravi e si dovette rinforzare con catene la maggior parte dei fabbricati. Nel giardino pubblico il busto di Garibaldi ruotò per una dozzina di gradi e per un angolo maggiore si spostò la croce della facciata della chiesa del Gesù. Nella Villa Torlonia è degno di nota il rovesciamento d' una tavola di pietra sostenuta da due grasse mensole di marmo poggiate sul terreno. A Mondragone, presso Frascati, furono sbalzate via da un muro quattro grosse palle di pietra che vi erano fissate con lunghi perni di ferro. A Grottaferrata s' ebbero tali lesioni in quella monumentale abbazia, che si dovettero porre numerose catene. Anche qui la croce della facciata della chiesa ruotò per una diecina di gradi. A Monte Porzio diroccò gran parte della cappella del camposanto, ma più per cattiva costruzione e pendio del terreno che per intensità della scossa. Nella Campagna Romana caddero due archi dell' acquedotto Claudio prossimi alla ferrovia Roma-Napoli, ed un arco di rinforzo in mattoni nell' acquedotto medesimo.

Le località le più lontane conosciute, ove risulti all' Ufficio di Meteorologia che la scossa, più o meno indebolita, fu segnalata dall' uomo, sono: verso il N Spoleto a circa 100 Km. dall' epicentro, verso il NNE Antrodoco (Aquila) a 80 Km., verso il NE Fiamignano ed Avezzano a 70 Km., verso l' E Guarcino (Frosinone) a soli 60 Km., verso l' ESE Isernia a ben 130 Km., verso il SE Sessa Aurunca (Gaeta) a 120 Km., verso il SSE l' isola di Ventotene e quella di Ponza rispettivamente a 130 e 100 Km., verso il S ed il SW il Mar Tirreno, verso il NW Cerveteri e Civitavecchia a soli 40 Km., e finalmente verso il NNW Vetralla (Viterbo) a 80 Km. Come si vede, la propagazione in direzione dell' E e dell' W è stata ben minore in confronto delle altre direzioni e specialmente dell' ESE, del SE e del SSE. Del resto è ben conosciuto, anche per altri terremoti del Lazio, il fatto che le onde sismiche si propagano a minor distanza in direzione del litorale tirreno ad occidente di Roma.

Le onde sismiche non mancarono anche a maggiori distanze, sebbene passate inavvertite ai sensi dell' uomo, di perturbare strumenti sismici più

o meno delicati, Così rimasero influenzati gli svariati apparecchi a registrazione continua d'Ischia, il sismometrografo di Portici, i microsismografi *Vicentini* di Siena e di Quarto presso Firenze, il sismoscopio elettrico a doppio effetto *Agamennone* a Pistoia, i microsismografi *Vicentini* di Padova e di Lubiana, ed il sismometrografo di Catania.

Sarà senza dubbio utile di dare un'idea con quale rapidità le prime onde sismiche, le più veloci, giunsero a molte delle precedenti località. A tal fine nel seguente prospetto sono state riportate le distanze dall'epicentro e le ore, relative al principio della perturbazione, d'ogni stazione, e così pure le velocità medie e superficiali che si ottengono quando si combinino questi dati orarî con quello sicurissimo di Roma, preso come punto di partenza:

Distanza dall'epicentro	Località	Ora del principio (t. m. E. C.)	Velocità apparente al secondo	Strumenti adoperati
Km. 20	Roma (Coll. Rom.)	$14^h\ 18^m\ 55^s \pm 3^s$	—	Microsismometrografo. Sismometrografo.
160	Ischia.	14 19 37	Km. 3,33	Pendoli orizz., sismometrografo, vasca sismica, livelli geod.
170	Portici (Napoli) .	14 19 21	5,00	Sismometrografo.
250	Quarto (Firenze) .	14 19 26 ± 2	7,42	Microsismografo.
400	Padova	14 20 7	5,28	Id.
490	Lubiana (Carniola)	14 21 58	2,57	Id.
520	Catania	14 21 2	3,94	Sismometrografo.

Le differenze che si osservano possono naturalmente dipendere, come ormai è ben noto, non solo dalla diversa sensibilità degli strumenti adoperati, ma eziandio da incertezze, sebbene piccole, nel dato orario di qualche località, tenuto conto delle distanze relativamente piccole colle quali si ha da fare. Se poi si voglia supporre che i primissimi tremiti del suolo registrati a Roma non siano stati capaci di propagarsi fino a tutte le località sopra riportate, allora pel calcolo della velocità sarebbe forse più prudente di assumere come punto di partenza, per alcune di esse, l'ora $14^h\ 19^m\ 2^s$, alla quale s'è manifestato il 1° debolissimo rinforzo riscontrato nel microsismometrografo di Roma [1]. Ciò facendo, evidentemente tenderebbero ad

[1] All'Osservatorio di Rocca di Papa s'ebbe $14^h\ 19^m\ 0^s$ per l'istante in cui scattarono i più sensibili sismoscopî. Può esser di qualche interesse il far conoscere che l'ora esatta, in cui s'arrestò il regolatore elettrico dell'Osservatorio astronomico del Collegio Romano — quello appunto che è rilegato alla mostra etettrica esposta al pubblico — fu $14^h\ 21^m\ 21^s$, ora questa posteriore di quasi 2 $^1/_2$ minuti primi a quella spettante alle primissime trepidazioni registrati dagli strumenti sismici. Da ciò si può comprendere quale valore possano avere, nelle ricerche della velocità di propagazione dei terremoti, i tempi desunti dall'arresto dei pendoli.

elevarsi ancor di più i valori della velocità sopra trovati e precisamente nella misura che segue: Ischia (Km. 4,00), Portici (8,82), Quarto (9,58), Padova (5,85), Lubiana (2,67), Catania (4,17). Comunque sia, si tratta sempre di velocità ragguardevolissime, e l'accertamento di questo fatto lo dobbiamo oggi, per i terremoti italiani, tanto alla sicurezza del dato orario di Roma, fortunatamente vicinissima all'epicentro, quanto alla sensibilità dei moderni strumenti.

Chiudo la presente Nota col far conoscere che questa scossa violenta, di cui si siamo occupati, non è stata preceduta, a quanto si sappia, nè da scossette nè da altri fenomeni precursori. Fu bensì seguita da parecchie repliche sia lo stesso giorno 19, sia nel successivo, ma tutte lievissime, tanto che a Rocca di Papa furono indicate quasi esclusivamente dai soli strumenti. Alcune tra esse furono lievissimamente indicate anche dal microsismometrografo di Roma; e la più importante fu la replica delle $5^h\,^1/_4$ circa del 20 luglio, la quale fu segnalata anche a Velletri e fu percepita appena da qualcuno in Roma. L'ora esatta a cui si scaricarono i più sensibili sismoscopî del Collegio Romano, fu $5^h\,16^m\,53^s \pm 2^s$.

Astronomia. — *Sulle macchie, facole e protuberanze solari, osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre del 1899.* Nota del Socio P. Tacchini.

Presento all'Accademia i risultati di osservazioni solari fatte al R. Osservatorio del Collegio Romano durante il 2° e 3° trimestre del corrente anno.

Macchie e facole.

2° trimestre 1899.

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli fori	Frequenza dei gruppi di macchie	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Aprile . . .	25	1,20	1,92	3,12	0,04	0,04	1,60	10,76	50,91
Maggio . . .	21	0,91	1,24	2,15	0,33	0,05	0,72	7,24	39,74
Giugno . . .	22	1,87	5,73	7,60	0,05	0,05	1,09	19,00	49,09
Trimestre	68	1,32	2,94	4,26	0,13	0,04	1,16	12,34	46,91

Anche in questo trimestre il fenomeno delle macchie solari continuò a diminuire, con un *minimo* marcato nel mese di maggio. La discreta estensione per le macchie nel mese di giugno si deve alla comparsa di una bella

macchia, che doveva essere al bordo il giorno 24 e che arrivò al meridiano centrale il 29 a tre gradi dall'equatore nell'emisfero boreale. Di frequente l'imagine del sole sulla proiezione appariva rossastra in causa dell'atmosfera caliginosa. Le osservazioni furono fatte da me in 39 giornate, in 13 dal sig. Tringali, in 12 dal sig. Vezzani e in 4 dal prof. Palazzo.

3° trimestre 1899.

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli fori	Frequenza dei gruppi di macchie	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Luglio . . .	29	1,66	3,24	4,90	0,35	0,00	1,21	15,58	61,21
Agosto . . .	27	0,11	0,08	0,19	0.96	0,00	0,04	0,44	60,50
Settembre. .	28	0,61	2,61	1,22	0.68	0,14	0,51	3,68	12,50
Trimestre	84	0,81	2,01	2,82	0.66	0,05	0,62	6,75	44,58

Come nei precedenti trimestri dell'anno, anche in questo il fenomeno delle macchie andò diminuendo con un forte *minimo* nel mese di agosto. In corrispondenza di ciò il numero dei giorni senza macchie e senza fori fu più considerevole, così che tutto considerato possiamo ritenere di essere già vicini molto al minimo undecennale delle macchie solari, che probabilmente avrà luogo nel prossimo 1900. Il precedente minimo ebbe luogo nell'ultimo trimestre del 1889 e nei primi due del 1890, e allora il minimo per trimestre di frequenza delle macchie e gruppi di macchie fu di 0,22 e 0,30 e il minimo di estensione delle macchie di 1,56. Le osservazioni nel 3° trimestre 1899 furono fatte da me in 47 giornate, in 27 dal sig. Vezzani e in 10 dal prof. Palazzo.

Protuberanze solari.

2° trimestre 1899.

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Media delle massime altezze	Massima altezza osservata
Aprile . . .	17	2,65	30",9	0°,8	35",4	72"
Maggio . . .	14	1,21	21,4	0,8	21,4	30
Giugno . . .	19	2,68	25,2	0,9	29,2	64
Trimestre	50	2,26	26,1	0,8	29,1	72

Anche nel fenomeno delle protuberanze ebbe luogo una diminuzione in confronto del primo trimestre ed ha pure luogo un *minimo* nel mese di

maggio, come avvenne per le macchie. Spesso l'atmosfera fu leggermente caliginosa e perciò poco favorevole a questo genere di osservazioni. Le osservazioni furono fatte da me in 37 giornate e in 13 dal prof. Palazzo.

3° trimestre 1899.

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Media delle massime altezze	Massima altezza osservata
Luglio . . .	26	2,00	26,9″	1,2°	28,6″	50″
Agosto . . .	26	1,73	25,2	0,8	27,8	54
Settembre. .	24	3,17	33,9	0,8	39,1	64
Trimestre	76	2,28	28,5	0,9	31,6	64

Confrontando questi dati con quelli del trimestre precedente, si vede che il fenomeno delle protuberanze solari si è mantenuto pressochè stazionario. Anche in questa serie di osservazioni risulta l'accordo del *minimo* delle macchie con quello delle protuberanze verificatosi nel mese di agosto. Le osservazioni furono fatte da me in 43 giornate e in 33 dal prof. Palazzo.

Astronomia. — *Sulle stelle filanti del novembre 1899.* Nota del Socio P. Tacchini.

Nella mia Nota sulle osservazioni delle Leonidi fatte nel novembre del 1898, io concludeva che vi era molto da dubitare per il ritorno di una grande pioggia di meteore nel 1899 paragonabile a quella del 1866, e nel fatto così è successo. Le osservazioni furono fatte da me dalle ore 1 $^1/_2$ alle 4 antimeridiane dei giorni 13, 14, 15 e 16, rivolgendo costantemente la mia attenzione alla costellazione del Leone, e le *Leonidi* osservate furono rispettivamente in numero di 7, 5, 2 e 3; il fenomeno dunque ebbe luogo, ma debolissimo come nel 1897 e 1898. Siccome poi le osservazioni nel mattino del 16 erano specialmente raccomandate, perchè secondo le previsioni dei sigg. Stoney e Downing il maximum della pioggia meteorica avrebbe dovuto verificarsi intorno alle ore 6, così il prof. Millosevich continuò le osservazioni fino a crepuscolo avanzato, ma senza nulla vedere, e anche le osservazioni fatte in America hanno dato lo stesso risultato negativo. Siccome però non si tratta di un corpo di forma ben distinta, ma di un fascio di correnti, alle quali corrispondono radianti diversi fra loro molto vicini, così è probabile che nel novembre 1900 e 1901 si abbiano pioggie meteoriche

abbastanza considerevoli, come avvenne per gli anni 1867 e 1868 dopo la grande pioggia del 1866. Aggiungo in fine che furono pure negative le osservazioni da me fatte nelle notti del 25 e 26, per le Bielidi.

Astronomia. — *Osservazioni del pianetino ER 1899, fatte all'equatoriale di $0^m,25$.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

Il pianetino ER 1899 fu scoperto, insieme con altri due, il 27 ottobre ad Heidelberg col solito metodo fotografico da Wolf e Schwassmann.

Io ho potuto osservare l'astro per un mese senza l'aiuto d'alcuna effemeride, la cosa essendo stata facilitata dall' eccezionalissima serenità del novembre scorso.

Ecco la serie delle posizioni del prefato astro:

					α apparente	δ apparente	grandezza
1899	ottobre	30	$10^h39^m12^s$	RCR.	$1^h32^m39^s.74$ ($8^n.528$)	$+5°14'57''.2$ (0.720)	11.0
"	"	31	9 3 13	"	1 31 50 11 ($9^n.306$)	5 14 41 8 (0.726)	11.1
"	novembre	2	9 15 22	"	1 30 5 50 ($9^n.215$)	5 14 26 1 (0.724)	11.2
"	"	5	9 2 40	"	1 27 37 56 ($9^n.207$)	5 14 50 0 (0.724)	11.0
"	"	7	8 50 22	"	1 26 3 98 ($9^n.221$)	5 15 40 3 (0.724)	11.0
"	"	12	10 59 5	"	1 22 27 31 ($9^n.085$)	+5 19 37 1 (0.721)	. . .

Novembre 17 . . . plenilunio

					α apparente	δ apparente	grandezza
1899	novembre	24	$8^h40^m36^s$	RCR.	$1^h16^m21^s.75$ ($8^n.618$)	$+5°40'55''.3$ (0.716)	11.5
"	"	25	6 9 52	"	1 16 2 86 ($9^n.472$)	+5 43 12 1 (0.729)	11.5
"	"	27	6 35 25	"	1 15 25 21 ($9^n.388$)	+5 48 43 2 (0.723)	11.4
"	"	28	6 24 13	"	1 15 8 86 ($9^n.408$)	+5 51 38 1 (0.724)	11.5
"	"	30	6 3 36	"	1 14 40 94 ($9^n.439$)	+5 57 45 4 (0.725)	11.5

Storia della Botanica. — *Intorno ad alcuni Erbarî antichi Romani.* Nota preventiva del Corrispondente R. Pirotta.

Le ricerche bibliografiche intorno alla Flora Romana, da me iniziate da più di quindici anni e costantemente proseguite allo scopo di rendere possibilmente completo il lavoro oramai in corso di pubblicazione sulla *Flora Romana*, mi hanno condotto man mano alla conoscenza di opere rare o poco note o sconosciute affatto, di manoscritti, di illustrazioni figurate e di Erbarî o collezioni di piante disseccate.

Il programma del lavoro, che io mi era fin da principio tracciato, e nel quale si trovava il criterio direttivo di ricordare tutti gli autori dei quali

avrei potuto trovar traccia, antichi e moderni che hanno scritto intorno alla Flora Romana, e tutti coloro che in qualsiasi modo della medesima si fossero occupati, mi imponeva di procedere con molta cautela, sopratutto nell' esaminare e confrontare l' ingentissimo materiale raccolto. Così il lavoro soltanto ora è stato completato coll' aiuto dell' egregio mio scolaro ed ora Conservatore delle Collezioni dell' Istituto Botanico, dott. Emilio Chiovenda.

Di tutti questi manoscritti, opere rare ed Erbarî sarà opportunamente trattato nella *Flora.*

Di alcuni di essi, tuttavia, e per la rarità e per la importanza storica e scientifica, ho stimato opportuno fare particolare menzione e speciale studio. Così in questa Nota preventiva farò cenno di alcuni fra gli Erbarî, e precisamente di uno attribuito a Giovanni Battista Triumfetti e di quelli di Liberato Sabbati, riserbando ad altra occasione il ricordo di altre collezioni di piante disseccate, di manoscritti e d' opere stampate.

L' Erbario del Triumfetti, posseduto dalla Biblioteca Casanatense, porta il titolo di *Hortus Hyemalis*, e consta di XIII grossi volumi in foglio rilegati in pergamena. Di essi i volumi I-IX contengono delle piante secche attaccate sui fogli, una o più per ciascuno, con listerelline di carta incollata. Sono in generale in buonissimo stato di conservazione, e sotto ad ogni pianta, indicate per ogni foglio con numeri progressivi, stà il cartellino col nome. Questi primi volumi sono i più importanti, perchè contengono, insieme a piante coltivate, numerose piante spontanee nostrali (di alcune delle quali è anche indicato il luogo dove furono trovate) ed esotiche che furono mandate dall' Hermann indigene dell' Africa meridionale, e dal Sherard di varie parti del mondo; e finalmente parecchie, che provengono dalle collezioni del Petiver che le inviò con cartellini in parte stampati, in parte da lui scritti.

I volumi X-XII contengono piante in istato di conservazione meno buono, attaccate con un altro sistema, cioè direttamente incollate sui fogli, numerate con lettere dell' alfabeto progressivamente in ogni foglio, e portano i nomi scritti sulla contropagina del foglio che precede. La scrittura usata in questi volumi è diversa da quelle adoperate nei primi.

Nessuno dei volumi porta data. Però, siccome nel vol. IV vengono citate le *Icones* del Barrelier, i soli primi volumi possono essere anteriori al 1714. La scrittura dei cartellini del vol. X-XII è di Liberato Sabbati, che quindi continuò, collo stesso titolo, l' opera iniziata dal Tiumfetti. E tanto più credo questi volumi di molto posteriori ai primi, perchè il vol. XIII, che non è che l' indice manoscritto dei nomi delle piante contenute nell' *Hortus Hyemalis*, è stato compilato dal Sabbati stesso, soltanto nel 1767, come risulta dal titolo: *Index Horti Hyemalis Tomos XII Plantarum in Sceleton redactarum a Jo. Bapta Triumfetti elucubratas complectens quem aduendum R. R. Patri Magistro Audiffredi Ord. Praedic.*

Amplissimae Bibliothecae Casanatensis Praefecto D. D. D. addiettissimus Servus Liberatus Sabbati Chirurgiae Professor et Horti Romani Custos. Romae Anno MDCCLXVII.

Il volume I contiene 45 fogli (dei quali otto senza piante) e 110 esemplari di piante disseccate; il II, fogli 44 con 101 esemplari; il III, fogli 45 con 132 esemplari; il IV, fogli 67 con 80 esemplari; il V, fogli 68 con 115 esemplari; il VI, fogli 68 con 84 esemplari; il VII, fogli 73 con 84 esemplari; l' VIII, fogli 72 con 81 esemplari; il IX, fogli 72 con 93 esemplari; il X fogli 44 con 74 esemplari; l' XI, fogli 35 con 106 esemplari; il XII, fogli 44 con 140 esemplari. Sono dunque in totale fogli 677 ed esemplari 1200.

Liberato Sabbati ha lasciati, col suo nome, ben sei Erbarî. Il più antico, composto in età giovanile, quando era ancora studente, porta la data del 1731 ed il curioso titolo: *Innesto di Piante et Erbe naturali nell' Orticello salubre con diligenza trasmesse da Liberato Sabbati da Bevagna giovane studente di Farmacia.* In Roma MDCCXXXI.

È un volume in foglio legato in pergamena, conservato nella Biblioteca Casanatense, che contiene 184 fogli con piante incollate, parecchie per foglio. Di esse quelle dei primi 12 fogli portano, nel retro del foglio precedente, la spiegazione coi nomi in diverse lingue, un po' di descrizione, indicazione delle proprietà, usi, dell' epoca e luogo in cui si trovano o furono raccolte. Gli altri fogli, mancano di qualunque indicazione. Lo stato delle piante è discreto; ma gli esemplari sono non si rado incompleti.

Un secondo Erbario del Sabbati porta il titolo: *Deliciae Botanicae sive Phithoschinos Tom. Tres ubi per multa scheretra herbarum, summa cum diligentia exiccata et accomodata a Liberato Sabbati, Chirurgo, Chymico Botanico, inspiciuntur. Suis cum nominibus synonymisque descripta juxta Methodum Tournefortianam, nempe doctissimi* Josephi Pitton Tournefort. Hoc in anno MDCCXXXVIII.

Nel foglio interno del I volume stanno i seguenti versi:

Ad lettorem:

Romuleis multas plantas, quas gignit in arvis
Terra latina suis, scripsit amica manus
Incultae languent tu solus candide lector
Ingenio, studiis, nomine, cultor eris.

dall' autore riportati in una sua opera stampata.

Segue poscia l' indice degli autori citati.

Le piante sono incollate sui fogli, spesso parecchie per foglio, ed in generale mal conservate. I nomi sono scritti sugli stessi fogli sopra o sotto ciascuna pianta, o su cartellini incollati sui fogli medesimi. Il I volume con-

tiene 103 fogli, il II 157, il III 210; in totale quindi 570 fogli, con 735 esemplari nel totale.

La terza raccolta di piante secche lasciate dal Sabbati trovasi nella Biblioteca Alessandrina, fu composta dal 1747 al 1752 ed ha il titolo seguente: *Collectio nonnullarum Plantarum juxta Tournefortianam Methodum dispositarum, flores producentium extra tempus statutum solitis, simplicium ostensionibus in Horto Medico Sapientiae Romanae anno MCCXLVII.* E nel tomo I, sul foglio che segue al titolo, sta scritto: *Le piante in questo libro esistenti, seccate furno, e disposte da me Liberato Sabbati da Bevagna, Chirurgo, Botanico, Chimico in Roma, con l' assistenza del Rev.mo Pre.r Ab. D. Gio: Francesco Maratti Romano, Monaco Benedettino Vallombrosano Lettore pratico Bottanico, e Prefetto nell' Orto Medico della Sapienza di Roma, è detta opera fu fatta per ordine dell' Ill.mo e R.mo Sig.r Ab. Niccola De Vecchis Auocato Concistoriale, il quale essendo adorno di tutte le Virtù, assai premuroso anche si rende infare risorgere le Scienze tutte ed Arti e ridurle alla vera perfezzione.*

Sulla faccia interna della legatura di ogni volume sta scritto: *Pro Bibliotheca Alexandrina Romani Archigymnasii.*

Sono quattro grossi volumi in 4° rilegati in pelle; le piante sono, come al solito, incollate, ed in buono stato di conservazione.

Il I volume che riguarda le Classi I-XXII contiene 155 fogli.

Nella retropagina del titolo del II volume si trova scritto: *Opus Liberati Sabbati Arte et Remi Ptris: Abis: Maratti, Marte, constructum.* Questo volume tratta delle Classi I-IX e contiene 143 fogli.

Nel volume III che porta la data del 1748 ed ha lo stesso scritto precedente, si trovano 130 fogli con piante appartenenti alle Classi X-XXII.

Il IV volume è datato dal 1752, non porta lo scritto suddetto sulla contropagina, contiene fogli 158 con piante appartenenti alle Classi I-XXII.

In fine a questo volume trovasi una pianta topografica a colori dell' Orto Botanico al Gianicolo, fatta nel 1752 dallo stesso Sabbati e dedicata a Monsig. Clemente Argenviller.

L' erbario più considerevole composto dal Sabbati è però il: *Theatrum Botanicum Romanum seu Distributio Plantarum viventium in Horto Medico Botanico Sapientiae Almae Urbis juxta Tournefortianam Methodum Illmo et Remo: Dño. Dño. Nicolao Ma. De Vecchis Sacri Consistorii Advocato, Decano, et Romani Archigymnasii Rectori Deputato.* — Tomus I. *Liberatus Sabbati Chirurgiae Professor, et supradicti Horti Custos. D. D. D. Anno MDCCLVI.* Segue sotto: *Bibliotechae Alexandrinae.*

Nel foglio successivo si trova la dedica, dalla quale risulta la parte importante avuta dal Maratti in quest' opera, avendola lui consigliata ed avendo egli dati i nomi delle piante.

Questo ingente lavoro, cominciato nel 1756, fu compiuto venti anni dopo, cioè nel 1776 e comprende ben 19 grossi volumi rilegati in pelle, dei quali i due ultimi col titolo di Appendice. Per i vol. dal V all'ultimo la dedica è: *Ill. et Rev. Domino Pressuli Paulo Francisco Antamori.* I volumi tutti portano la *Explicatio nominum scriptorum rei herbariae quarum mentio fit in hoc opera* ed altre indicazioni relative alle piante stesse, che sono incollate alla maniera delle opere precedenti e in buono stato di conservazione, portano un cartellino manoscritto e in fine di ogni volume l' indice.

Il volume I contiene le piante appartenenti alla Classe 1ª attaccate sopra 114 fogli. Nel vol. II, pure del 1756 trovansi fogli 119 di piante appartenenti alla Classe 2ª e nel III vol. rilegato col II e della stessa data, stanno altri 34 fogli con piante pure ascritte alla Classe 2ª. Il vol. IV del 1760 ha fogli 143 con piante appartenenti alla Classe 4ª; il V, del 1761, ha 100 fogli con piante della Classe 5ª; il VI del 1762 ne ha 74 della Classe 6ª; il VII, senza data, continua la numerazione del VI e contiene fogli 23 con piante ancora della Classe 6ª; l' VIII, del 1764, ha 90 fogli con piante della Classe 7ª; il IX, del 1766 ha fogli 62, dei quali 41 con piante della Classe 8ª e 21 della Classe 9ª; il X, del 1767, con 127 fogli appartenenti alla Classe 10ª; l' XI, del 1768 con fogli 78 di piante appartenenti alla Classe 11ª, e 30 alla Classe 12ª; il XII, del 1769, con fogli 143 di piante appartenenti alle Classi 12ª, 13ª, 14ª; il XIII del 1770 con fogli 99 per le Classi 15ª e 16ª; il XIV, pure del 1770, con fogli 99 per le Classi 15ª e 16ª; il XV, del 1771, con fogli 97 per le Classi 17ª, 18ª 19ª, 20ª; il XVI, del 1772, con fogli 84 per la Classe 21ª; il XVII, pure del 1772 con fogli 77 per la Classe 22ª.

Il I volume dell' Appendice (col titolo: *Appendix ad Theatrum Botanicum Romanum* ecc.) è del 1776, porta la stessa dedica all' Antamori e la stessa indicazione: *Pro Bibliotheca Alexandrina.* È costituito da 79 fogli con piante delle classi 1ª alla 6ª; ed il II volume, pure del 1776, ha paginatura dei fogli continua con quella del I e ne contiene 55 con piante delle altre classi fino alla 22ª.

Col medesimo titolo di *Theatrum Botanicum Romanum seu Distributio plantarum* ecc., trovasi nella Biblioteca Casanatense un volume *Classem X complectens*, il quale però è senza dedica, senza l' indicazione del *Pro Bibliotheca Alexandrina* e datato dal 1767. Le piante che esso contiene sono in parte soltanto le stesse che si trovano a rappresentare la Classe 10ª nell' opera completa. È quindi probabile, che vi fosse stata un' altra copia di questo importante Erbario.

Nel 1766 il nostro Sabbati componeva un altro Erbario, che si trova nella Biblioteca Casanatense, e porta per titolo: *Catalogus Plantarum juxta methodum Tournefortianam in Sceleton redactarum plurimae ex vigintidua-*

bus classibus genera nonnullasque Species complectens in duos Tomos divisus a Liberato Sabbati Chrirurgiae Professore et Horti Romani custode elaboratus. Romae MDCCLXVI.

I due volumi sono legati in pelle, le piante stanno, al solito modo, incollate sopra i fogli. Dopo il frontispizio vi è l' *Explicatio nominum auctorum* ed in fine l' indice. Nel volume I sono contenuti 98 fogli con piante appartenenti alle prime sette classi del Tournefort; nel II, 106 appartenenti alle altre classi.

Finalmente nel 1770 il Sabbati componeva un altro erbario, che si conserva nella Biblioteca Alessandrina, e che ha un titolo molto simile al precedente, e cioè: *Catalogus Plantarum juxta Methodum Tournefortianam in Sceleton redactarum genera nonnulla nonnullasque Species complectens à Liberato Sabbati Chirurgiae Professore et Horti Romani Custode.* Romae, MDCCLXX.

E un volume in foglio rilegato in pelle, che nel foglio seguente al titolo porta la *Explicatio nominum mutilatorum Auctorum quibus in presenti opuscolo usi sumus.* Le piante sono incollate sopra 126 fogli e si trovano in buonissimo stato di conservazione. In fine al volume trovasi l' indice alfabetico.

A nessuno può sfuggire l' importanza di questi Erbarî, che sono stati composti o diretti da uomini, che verso la fine del secolo XVII e nel secolo XVIII tanta parte ebbero, insieme ad altri egregi, a tenere in alto onore la Botanica in Roma anche con pubblicazioni le quali vengono, col mezzo delle piante raccolte negli Erbarî, ad avere un valore di molto più grande. Perciò un accurato e completo studio degli Erbarî medesimi, già da tempo iniziato, è ora in corso di stampa e vedrà ben presto la luce.

Matematica. — *Sulle superficie che possono generare due famiglie di Lamé con due movimenti diversi.* Nota del dott. Paolo Medolaghi, presentata dal Socio V. Cerruti.

Le numerose ricerche di cui sono state oggetto le superficie che possono generare due famiglie di Lamé con due diversi movimenti, non hanno ancora, come è noto, completamente risoluta la questione: il risultato più generale è quello dovuto al signor Adam, il quale ha fatto conoscere tutte le superficie che con due diverse traslazioni possono generare una famiglia di Lamé [1].

[1] Per tutte queste ricerche vedi Darboux, *Leçons sur les systèmes orthogonaux* (T. I, pag. 86 e seg.).

Io espongo ora un metodo nuovo e lo applico in questa Nota al caso in cui i due movimenti sono tra loro permutabili: ritrovo così il teorema dell'Adam per i gruppi di traslazioni, e determino poi tutte le superficie che generano una famiglia di Lamé con una traslazione, ed una seconda famiglia con una rotazione intorno al medesimo asse.

I. Applicando ad una superficie S_0 un gruppo ∞^1 di movimenti si ottenga una famiglia di Lamé, e sia:

$$H_1^2\, du^2 + H_2^2\, dv^2 + H_3^2\, dt^2$$

la forma che l'elemento lineare dello spazio assume per il corrispondente sistema triplo: le superficie dedotte da S_0 siano quelle che corrispondono ai diversi valori di t, ed alla S_0 corrisponda il valore zero del parametro. I punti che si trovano situati sulla stessa traiettoria ortogonale hanno tutti le medesime coordinate (u, v); così viene a stabilirsi una corrispondenza tra i punti di S_0 e quelli di una superficie generica S_t della famiglia. Un'altra corrispondenza si può ottenere considerando il movimento T che conduce S_0 nella S_t; sia in questo modo (u_1, v_1) il corrispondente su S_t del punto (u, v) su S_0. Ad uno stesso punto di S_0 si possono dunque far corrispondere con due leggi diverse due punti (u, v) ed (u_1, v_1) di S_t e si ottiene così una corrispondenza tra punti di una medesima superficie. Questa corrispondenza trasforma in sè stesso il sistema delle linee coordinate; essa è perciò analiticamente rappresentata da equazioni della forma:

$$u_1 = \varphi(u, t); \quad v_1 = \psi(v, t) \tag{1}$$

che per $t = 0$ dànno $u_1 = u$; $v_1 = v$.

Se in entrambe le (1) mancasse il parametro t, esse avrebbero la forma $u_1 = u$; $v_1 = v$ e significherebbero che le traiettorie del movimento sono anche traiettorie ortogonali della famiglia considerata. Questa famiglia si comporrebbe perciò di piani: le altre due famiglie che completano il sistema triplo sarebbero composte entrambe o di cilindri, o di superficie di rotazione.

Ritornando al caso generale ed interpretando le (1) come le equazioni di una schiera di corrispondenze tutte sulla medesima superficie, è facile vedere che tale schiera è un gruppo. Una famiglia di Lamé, che non sia formata di soli piani, o di sole sfere, individua un sistema triplo, e perciò se la famiglia di Lamé è trasformata in sè stessa da un movimento, anche il sistema triplo viene trasformato in sè stesso: ne segue che la forma delle equazioni (1) non dipende dalla superficie iniziale S_0.

Si applichi ora alla S_t un movimento V del gruppo ∞^1 di movimenti e si ottenga una superficie S_v in cui il punto (u_2, v_2) corrisponda ad (u_1, v_1). Sulla S_v si ha una corrispondenza $(u_2, v_2; u, v)$ relativa alla superficie iniziale S_0 ed al movimento TV, una corrispondenza $(u_2, v_2; u_1, v_1)$ relativa

ad S_t ed al movimento V, e la risultante $(u_1, v_1; u, v)$ è anch'essa contenuta nelle equazioni (1).

Quando la famiglia considerata si compone di piani o di sfere, basta aggiungere la condizione che il sistema triplo sia trasformato in sè stesso dal movimento perchè questo risultato sussista.

Sono ora da distinguere due casi secondo che il parametro t si presenta in entrambe le (1), od in una sola tra esse. Nel primo caso si ha la forma canonica:

$$u_1 = u - t\,; \quad v_1 = v - t$$

e le superficie $u - v =$ costante sono invarianti nel movimento. Nel secondo caso si ha la forma canonica:

$$u_1 = u - t\,; \quad v_1 = v$$

e le superficie $v =$ costante sono invarianti nel movimento.

Quasi tutte le precedenti considerazioni sussistono se invece dei movimenti si parla di trasformazioni conformi dello spazio.

II. Consideriamo una schiera ∞^2 di superficie eguali:

$$\begin{aligned} x &= x(u, v, a, b) \\ y &= y(u, v, a, b) \\ z &= z(u, v, a, b) \end{aligned}$$

in cui a, b sono i parametri che individuano la superficie, ed u, v le coordinate di tutti i punti omologhi; sia:

$$\begin{aligned} dx^2 + dy^2 + dz^2 = H_1^2\, du^2 + H_2^2\, dv^2 + m\, da\, du + m_1\, db\, du + \\ + n\, da\, dv + n_1\, db\, dv + p\, da^2 + p_1\, db^2 + q\, da\, db \end{aligned}$$

onde per la famiglia $b = \varphi(a)$:

$$\begin{aligned} dx^2 + dy^2 + dz^2 = H_1^2\, du^2 + H_2^2\, dv^2 + \left(m + m_1 \frac{d\varphi}{da}\right) da\, du + \\ + \left(n + n_1 \frac{d\varphi}{da}\right) da\, dv + \left(p + q \frac{d\varphi}{da} + p_1 \left(\frac{d\varphi}{da}\right)^2\right) da^2 . \end{aligned} \tag{1}$$

Se questa è una famiglia di Lamé, deve esser possibile con un cambiamento di coordinate della forma:

$$u = U(u_1, a)\,; \quad v = V(v_1, a) \tag{2}$$

ridurre la forma (1) a non contenere che i quadrati dei differenziali. Ma la trasformazione (2) dipenderà effettivamente anche dalla funzione $\varphi(a)$ e dalle sue derivate; sarà perciò del tipo:

$$\begin{aligned} u &= U\left(u_1, a, \varphi(a), \frac{d\varphi}{da}, \dots \frac{d^r\varphi}{da^r}\right) \\ v &= V\left(v_1, a, \varphi(a), \frac{d\varphi}{da}, \dots \frac{d^r\varphi}{da^r}\right) \end{aligned}$$

e si dovrà avere:

$$\left(m+m_1\frac{d\varphi}{da}\right)\frac{\partial u}{\partial u_1}+$$
$$+2H_1^2\frac{\partial u}{\partial u_1}\left(\frac{\partial u}{\partial a}+\frac{\partial u}{\partial \varphi}\frac{d\varphi}{da}+\frac{\partial u}{\partial\frac{d\varphi}{da}}\frac{d^2\varphi}{da^2}+\cdots\frac{\partial u}{\partial\frac{d^r\varphi}{da^r}}\frac{d^{r+1}\varphi}{da^{r+1}}\right)=0$$

ed una analoga equazione per V.

Se queste equazioni devono essere soddisfatte per qualunque funzione φ, è necessario che sia:

$$\frac{\partial u}{\partial\frac{d^r\varphi}{da^r}}=0\ldots\frac{\partial u}{\partial\frac{d\varphi}{da}}=0.$$

e perciò U (e V) non dipenderà che da $u_1(v_1)$, a, e b. È utile insistere su questo risultato: se una superficie può generare una famiglia di Lamé con due movimenti diversi, è noto che lo stesso avviene anche per tutti i movimenti che risultano dalla combinazione di quei due; e si può perciò supporre, senza nulla togliere alla generalità dei risultati, che i movimenti in questione formino un gruppo ∞^2. Si ha dunque una schiera di ∞^2 superficie eguali ed ogni schiera ∞^1 staccata dalla schiera ∞^2 è una famiglia di Lamé: prese due superficie ad arbitrio, vi sono infinite di tali famiglie che contengono le due superficie; ma la corrispondenza determinata dalle traiettorie ortogonali tra i punti delle due superficie è una sola: essa non dipende dal cammino percorso per passare dall'una all'altra superficie, ma soltanto dalle posizioni iniziale e finale. È da notare che il ragionamento seguìto per giungere a questo risultato, si applica anche alle trasformazioni conformi dello spazio.

Con considerazioni identiche a quelle del n. I si dimostrerà che le

$$u=\mathrm{U}(u_1\,,a\,,b)\,;\quad v=\mathrm{V}(v_1\,,a\,,b)$$

rappresentano un gruppo di trasformazioni, e si potranno perciò ricondurre a forme canoniche.

Per restare in questa Nota nei limiti che mi sono prefisso, supporrò ora che la superficie S_0 possa generare una famiglia di Lamé con movimenti permutabili: pel primo movimento M_1 siano:

$$u_1=\varphi(u\,,t)\,;\quad v_1=\psi(v\,,t)$$

le formole della corrispondenza tra punti omologhi nel movimento, e punti omologhi nel sistema triplo; pel secondo movimento M_2 siano:

$$u'=\Phi(u\,,\tau)\,;\quad v'=\Psi(v\,,\tau).$$

Applicando ad S_0 prima il movimento M_1 e poi il movimento M_2, si ottenga una superficie S_1 su cui la corrispondenza sarà:

$$u_1' = \Phi(u_1, \tau)\,; \quad v_1' = \Psi(v_1, \tau)$$

applicando invece prima M_2 e poi M_1 si avrà su S_1 la stessa corrispondenza, rappresentata dalle formole:

$$u_1' = \varphi(u', t)\,; \quad v_1' = \psi(v', t)\,.$$

Quindi:

$$\Phi(\varphi(u, t), \tau) = \varphi(\Phi(u, \tau), t)$$
$$\Psi(\psi(v, t), \tau) = \psi(\Psi(v, \tau), t)\,.$$

D' altra parte è noto che due gruppi ∞^1 della varietà ad una dimensione non possono essere permutabili: quindi i gruppi:

$$u_1 = \varphi(u, t)\,; \quad u' = \Phi(u, \tau)$$

o sono identici tra loro, od uno tra essi si riduce alla trasformazione identica; lo stesso deve dirsi dei gruppi in v. Se i due gruppi in u fossero identici, e lo fossero pure tra loro i due gruppi in v, i movimenti non sarebbero distinti e formerebbero un unico gruppo ∞^1. Ne segue che una almeno delle formole di trasformazione deve ridursi alla identità; ciò che può esprimersi nel seguente modo:

Se una superficie può generare due famiglie di Lamé con due movimenti diversi, permutabili tra loro, in uno dei due sistemi tripli una famiglia si compone di superficie invarianti nel movimento.

Questo risultato ed il ragionamento che vi conduce sussistono anche sostituendo alla parola ' movimento ' la locuzione ' trasformazione conforme dello spazio '.

Sulle superficie invarianti consideriamo le traiettorie del movimento, e da tutti i punti di una di tali linee conduciamo le traiettorie ortogonali della famiglia: le superficie che così si ottengono incontrano ortogonalmente la famiglia delle superficie invarianti, ed è evidente che quando il movimento è una rotazione od una traslazione esiste una terza famiglia di superficie ortogonali alle due precedenti. In un tale sistema triplo le traiettorie del movimento sono traiettorie ortogonali e la terza famiglia si compone quindi di piani: è questa una soluzione del problema che potremmo dire triviale.

Resta solo l' ipotesi che la famiglia di superficie invarianti possa far parte di due diversi sistemi tripli; ma in tal caso essa si compone di piani o di sfere. Se il movimento è una traslazione, le superficie invarianti sono piani paralleli ad una data direzione, e le altre due famiglie del sistema triplo sono composte di superficie modanate; se il movimento è una rotazione intorno ad un asse, le superficie invarianti sono sfere coi centri su quel-

l' asse e le altre due famiglie del sistema triplo sono composte di superficie di Joachimstal.

Si hanno dunque i seguenti teoremi:

Se una superficie può generare due famiglie di Lamé con due traslazioni, essa è una superficie modanata a sviluppabile direttrice cilindrica.

Se una superficie può generare due famiglie di Lamé con una traslazione ed una rotazione intorno al medesimo asse, essa è o una superficie modanata a sviluppabile direttrice cilindrica, o una superficie di Joachimstal.

Sui teoremi analoghi che potrebbero stabilirsi pei gruppi permutabili di trasformazioni conformi dello spazio, mi riservo di tornare in altra occasione.

III. Dopo i risultati ottenuti nel numero precedente, la effettiva determinazione delle superficie cercate non presenta alcuna difficoltà e solo dei calcoli lunghi. Il Lévy [1] ha già eseguita una parte di questi calcoli: egli dopo aver osservato che le superficie modanate a sviluppabile cilindrica possono generare per traslazione una famiglia di Lamé, si è proposto di determinare quelle superficie modanate che generano una famiglia di Lamé anche per rotazione intorno all' asse di traslazione. Oltre le sfere, che insieme ai piani possono considerarsi in simile questione come soluzione triviale, egli ha trovato quelle superficie modanate di cui la sviluppabile direttrice è un cilindro circolare. Ponendo invece la condizione che tali superficie debbano generare una famiglia di Lamé per una traslazione ortogonale alle generatrici del cilindro direttore, si otterrebbero solo piani, sfere e superficie cilindriche.

Tali risultati possono ottenersi del resto assai semplicemente con considerazioni geometriche. Lo mostrerò ora cercando le superficie di Joachimstal che generano una famiglia di Lamé per traslazione lungo l' asse dei piani di curvatura.

Se in un sistema triplo una famiglia si compone di superficie di Joachimstal con lo stesso asse o, vi è una seconda famiglia per le superficie della quale le linee di curvatura di un sistema sono tutte in piani passanti per o; tale famiglia si compone dunque di superficie di Joachimstal, e la terza famiglia si compone di sfere coi centri sull' asse o. Se inoltre un tale sistema triplo deve trasformarsi in sè stesso per traslazione lungo l' asse o, bisogna che le sfere siano di egual raggio; è chiaro che questa è anche condizione sufficiente; nel senso che una qualunque superficie di Joachimstal in cui le linee di curvatura sferiche sono tutte su sfere di egual raggio può generare per traslazione e rotazione due famiglie di Lamé.

[1] L. Lévy, *Sur les systèmes triplement orthogonaux* (Journal de Math. 1892).

Si ha quindi il teorema seguente:

Le sole superficie che per rotazione e per traslazione lungo un medesimo asse o, *generano famiglie di Lamé sono, oltre i piani e le sfere, le superficie modanate in cui la sviluppabile direttrice è un cilindro circolare parallelo ad* o, *e le superficie di Joachimstal in cui le linee di curvatura di un sistema sono tutte su sfere di egual raggio coi centri sull' asse* o.

Fisica. — *Intorno alla dilatazione termica assoluta dei liquidi e ad un modo per aumentarne notevolmente l'effetto.* Nota II di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

In una Nota precedente descrissi un modo per aumentare a volontà la differenza di livello che si produce nell'apparecchio di Dulong e Petit per effetto della dilatazione termica dei liquidi; esso consiste nel sostituire al tubo ad U di Dulong e Petit un tubo ad elica a spire rettangolari coi lati rispettivamente verticali e orizzontali. Se si riscalda un lato dell'elica, supposta piena di liquido, in ciascuna spira si produce una differenza di pressione agente nello stesso senso per tutte le spire, e nei rami estremi dell'elica si manifesta una differenza di livello tanto maggiore quanto maggiore è il numero delle spire.

Collo scopo di studiare il modo di funzionare del metodo, volli eseguire esperienze di misura con un apparecchio di maggiori dimensioni di quello usato per dimostrazione, e con le opportune cure per avere temperature costanti e ben determinate. Mi proposi di determinare la dilatazione dell' acqua da 0° a 100°, e sebbene le difficoltà incontrate a causa della ristrettezza dei mezzi di cui potevo disporre, e le incertezze inevitabili nella costruzione di un nuovo apparecchio e nell' uso di un nuovo metodo non mi abbiano permesso finora di eseguire altre esperienze all' infuori d' una sola preliminare, dovendo per non breve tempo interrompere l'esperienze, credo utile descrivere l' apparecchio da me usato ed il modo di procedere delle medesime.

Volli sperimentare con un'elica di 10 spire e con tubi verticali di un metro; siccome però mi sarebbe stato difficile costruirla tutta d' un pezzo, e adoperarla senza romperla, deliberai di stabilire le comunicazioni fra i tubi orizzontali e le estremità ripiegate orizzontalmente dei tubi verticali mediante corti tubi di gomma.

Come apparecchio di riscaldamento a 100° usai una grande stufa a vapore a doppia parete, quale si usa per determinare il punto 100° dei termometri, di cui feci prolungare il cilindro esterno e quello interno (che aveva 18 cm. di diametro) in modo che avessero l' altezza di m. 1,20. Alla parte superiore di questi feci saldare una tubulatura laterale simile e sulla stessa

verticale di quella che già trovavasi alla parte inferiore, che attraversa i due cilindri e che serve ordinariamente pel manometro ad acqua; la distanza verticale degli assi di queste due tubulature era di 1 metro.

Per raffreddare a zero, o per mantenere alla temperatura ambiente l'altro lato dell'elica, usai un recipiente cilindrico d'ottone alto circa 1,20 m. con due tubulature laterali, una in alto, l'altra in basso, collocate lungo una stessa verticale e cogli assi distanti 1 metro. Tanto la stufa che questo bagno erano collocati sopra solidi treppiedi, in modo che le tubature suddette, inferiori e superiori rispettivamente fossero alla stessa altezza, prospicienti l'una all'altra, distanti circa 90 cm. e cogli assi coincidenti.

I tubi verticali erano di vetro, di 4 mm. di diametro, ed in origine avevano la lunghezza di circa 1,30 m.; furono poi ripiegati ad angolo retto alle estremità, colle precauzioni più sotto indicate, in modo che la distanza fra gli assi dei tratti ripiegati fosse quella voluta di circa 1 metro. Questi tubi ripiegati si potevano introdurre agevolmente nella stufa o nel bagno, si poteva farne sporgere le estremità ripiegate al di fuori delle tubature suddette e stabilire le comunicazioni fra i tubi della stufa e quelli del bagno, mediante tubi orizzontali di vetro lunghi circa 60 cm. e congiunti alle estremità ripiegate dei tubi orizzontali mediante corti tubi di gomma, in modo da formare l'elica voluta. In tal modo l'apparecchio non è punto fragile, si può facilmente comporre e scomporre, e nel caso che qualcuno dei tubi presenti qualche difetto o si rompa, lo si può facilmente cambiare; inoltre l'altezza dei tratti di tubo che si trovano sia a 0° che a 100° è perfettamente determinabile col catetometro, osservando i tratti ripiegati orizzontalmente che sporgono sia dal bagno che dalla stufa.

Usando tubi di 4 mm. di diametro e tenuto conto dello spessore dei tubi di gomma per le congiunzioni, entro tubulature di 15 mm. di diametro si possono far passare 7 tubi, in modo da formare un'elica di 7 spire, ed entro tubulature di 25 mm. di diametro si potrebbero far passare 19 tubi e formare un'elica di 19 spire; nel mio apparecchio le tubulature avevano 22 mm. di diametro ed usai un'elica di 10 spire, non senza qualche difficoltà a causa delle imperfezioni della costruzione degli apparecchi. Affinchè le estremità ripiegate dei 10 tubi verticali possano stare simultaneamente entro le tubulature circolari suddette, bisogna che questi tubi abbiano diverse lunghezze, e perciò i tubi da me usati formavano 3 strati, uno di 3 tubi lunghi circa 99 cm., uno di 4 tubi lunghi 1 metro ed uno di 3 tubi lunghi 101 cm., riuniti in modo che i tubi più corti fossero compresi fra le ripiegature di quelli più lunghi.

Affinchè i tubi così congiunti non formassero un arruffio non facilmente estricabile, era necessario anzitutto che essi fossero piegati regolarmente e che avessero esattamente le lunghezze prescritte; deviazioni anche piccole, specialmente nella grandezza dell'angolo dei tratti ripiegati, rendono molto difficile

l'unione del sistema dei tubi. Perciò per piegare regolarmente i tubi feci uso d'un telaio di legno coi lati orizzontali lunghi 98,5 cm. e coi lati verticali ben perpendicolari ad essi e lunghi circa 20 cm.; sulla faccia orizzontale superiore di questo telaio fissai a 10 cm. da ciascuna estremità un blocco di legno; questi erano di ugual spessore e su di essi collocavo il tubo di vetro da ripiegare. Riscaldando il tubo in corrispondenza delle facce verticali del telaio, e facendo uso della fiamma da smaltatore un po' bianca, la cui azione è più limitata e meglio definita che non quella di Bunsen, il tubo si rammollisce e lentamente si piega per effetto del peso delle estremità; scaldando lentamente, e spostando opportunamente la fiamma si riesce agevolmente ad ottenere che le estremità si adattino esattamente contro le facce verticali del telaio, ed abbiano l'inclinazione e la distanza voluta. Del resto le ripiegature si spostano facilmente senza deformarsi, qualora si scaldi e si allarghi di poco un lato della ripiegatura e poscia si scaldi e si richiuda l'altro lato della ripiegatura stessa. Adattando sulle faccie verticali del telaio lamine di legno di spessore conveniente, potei ottenere le 3 lunghezze di tubi richiesti.

I tubi che avevo a mia disposizione, che si trovavano in questo Gabinetto fisico da tempo immemorabile, scaldati si svetrificavano, facilmente si sformavano e riuscivano molto fragili; per evitare questo inconveniente ed altresì per determinare con maggior esattezza la lunghezza dei tratti di tubo a 100° o a 0°, le estremità ripiegate dei tubi verticali erano formate da tubi capillari a pareti spesse (tubi da termometro); perciò usai tubi di vetro di 4 mm. di diametro lunghi circa 98 cm., alle cui estremità saldavo due tratti di tubo capillare lunghi circa 18 cm. sui quali veniva a cadere la ripiegatura che facevo nel modo sopra indicato. Un'avvertenza importante da seguire quando si fanno le saldature del tubo capillare col tubo di maggior diametro, si è quella di evitare la produzione di rigonfiamenti, e di cambiamenti bruschi di diametro nel punto delle saldature, ed anzi di far sì che il foro capillare si raccordi col foro di maggior diametro con un lungo tratto leggermente conico; ciò per evitare che poi, durante l'esperienza, vi si formino o trattengano bolle d'aria. In ciascun gruppo dei tubi di ugual lunghezza, cioè di 99, 100 e 101 cm., i tubi componenti, già muniti dei corti tubi di gomma che dovevano servire per le congiunzioni, erano tenuti assieme da fascette di lamina sottile d'ottone, prima legate strettamente e poi saldate, in modo che i tratti ripiegati si trovassero su di un piano un po' inclinato, talchè osservando poi col catetometro, le estremità anteriori non venissero a coprire interamente quelle posteriori; i 3 gruppi poi furono riuniti nel modo già indicato, separandoli con laminette piane metalliche in modo che l'insieme dei 10 tubi formasse un sistema di tubi disposti regolarmente in 3 strati vicini ma non a contatto. Introdotti questi tubi nella stufa e nel bagno rispettivamente, questi ultimi non dovendo subire una notevole variazione di temperatura, vi furono fissati riempiendo con gesso gl'interstizi nelle tubulature e più tardi imbevendo il

gesso con paraffina fusa. Invece i tubi introdotti nella stufa furono lasciati riposare liberamente entro le rispettive tubulature, e gl' interstizi vennero riempiti di cotone.

Completai poi le comunicazioni in modo da formare l'elica di 10 spire mediante tubi orizzontali di vetro di 4 mm. di diametro, di conveniente lunghezza (circa 60 cm.) e corti tubi di gomma, avvicinando poi lentamente e progressivamente la stufa e il bagno in modo che questi tubi orizzontali fossero quasi a contatto colle estremità ripiegate che dovevano mettere in comunicazione. Nella disposizione da me adottata, i due tubi che stabiliscono la comunicazione fra due strati diversi, hanno necessariamente un' inclinazione di 5 mm. circa su una distanza di 600 mm., perchè l' elica incominciava coi tubi più lunghi (101 cm.) che percorreva tutti, poi passava successivamente nei 4 tubi medi, e poi in quelli corti coi quali terminava; incominciando e terminando l' elica coi tubi medî, sarebbe stato possibile ottenere che i tubi di passaggio da uno strato all' altro avessero avuto inclinazioni due a due uguali e contrarie.

Le estremità libere dell' elica si trovavano nel lato orizzontale inferiore e il più lontano possibile dalla stufa, e comunicavano con due tubi di gomma lunghi oltre 1 metro che terminavano con due tubi di vetro, aperti e adiacenti, di circa 1 cm. di diametro.

Nel mettere in azione questo apparecchio, si presentarono parecchie difficoltà. Nel riempire l' elica di acqua bollita si formarono parecchie bolle d' aria, alcune delle quali rimanevano prigioniere e invisibili nei rigonfiamenti di alcune saldature più imperfette. Continuando a far passare acqua bollita, il loro numero e la loro grandezza andò diminuendo, poi invertendo la direzione della corrente d'acqua, potei spingerle nei tubi orizzontali, dove non solo divennero così visibili, ma le potei anche scacciare staccando la congiunzione di gomma presso la quale trovavasi la bolla. Occorreva però che in entrambi i tubi con cui terminava l' elica, l' acqua si trovasse ad un livello più alto dei tubi orizzontali superiori, cosicchè l' acqua effluisse lentamente da entrambi i lati della congiunzione interrotta. Invece il far il vuoto nell' apparecchio riuscì più dannoso che utile, perchè a causa del cattivo stato delle congiunzioni in gomma, da esse penetravano numerose bolle.

Un altro inconveniente preveduto era quello della lentezza con cui passava il liquido e si stabiliva l'eqilibrio delle pressioni nell' interno dell'elica. Thiesen, Scheel e Diesselhorst nel loro apparecchio secondo Dulong e Petit, avevano stabilito alla base dei tubi verticali due tubi di comunicazione, uno piuttosto largo che si poteva chiudere con un robinetto ed uno capillare lungo 2 metri, esattamente livellato che doveva servire durante la misura. A causa però delle oscillazioni della temperatura e della lentezza con cui si uguagliavano le pressioni attraverso questo lungo tubo capillare, esso non fu potuto usare.

Avendo intenzione di sperimentare a temperature ben costanti quali quella del ghiaccio fondente e dell' ebollizione dell' acqua, tale inconveniente non avrebbe avuto importanza nel mio apparecchio, sebbene la lunghezza complessiva dei tubi capillari fosse di 4 m.; pur troppo però quelli che avevo a mia disposizione erano molto più capillari di quello che fosse necessario, e l' inconveniente accennato veniva inutilmente accresciuto. Tuttavia, siccome da esperienze preliminari risultò che ciascuno dei tubi verticali, colle sue due appendici capillari, per una differenza di pressione agli estremi di 1 metro d' acqua, lasciava passare 10 cm^3 d' acqua al minuto, e quindi il sistema dei venti tubi avrebbe lasciato passare 0,5 cm^3 d' acqua al minuto, credetti di poter evitare sufficientemente l' inconveniente accennato. Nel fatto risultò che attraverso l'elica per una pressione di m. 2,50 d'acqua passava 1,25 cm^3 d'acqua al minuto, e siccome la capacità totale calcolata dell'elica era di circa 200 cm^3, occorrevano circa 3 ore perchè l' acqua si rinnovasse completamente, supposto che essa si spostasse senza mescolarsi colla sopraveniente. Essendo la temperatura di tutti i punti dell' elica uguale a quella ambiente e stabilendo fra i livelli del liquido nei tubi estremi una differenza di circa 100 mm., questa diminuiva di 1 mm. ossia di 1/100 del suo valore per minuto.

Finalmente un terzo inconveniente fu che riscaldando la stufa a 100°, nei tubi in essa contenuti si svilupparono bolle di aria e vapore che interrompevano la colonna d' acqua ed impedivano che essa obbedisse liberamente alla pressione idrostatica. Per evitare ciò, non solo riempii l'apparecchio di acqua lungamente bollita, ma vi mantenni per una intera notte una corrente di acqua bollita che facevo effluire con una pressione di 2,50 metri d'acqua. A tale scopo facevo bollire lungamente l' acqua in un gran bicchiere di vetro sottile (coperto con un recipiente di latta contenente acqua fredda, che rinnovavo di tanto in tanto quando era riscaldata). Collocato poi il bicchiere sopra un sostegno molto elevato, per mezzo d' un lungo tubo a sifone congiunto a un' estremità dell' elica facevo scorrere in questa l' acqua bollita. Inoltre, durante l' esperienza, i due tubi con cui terminava l' elica erano in comunicazione con un serbatoio d' aria alla pressione di circa 2 metri d'acqua oltre la pressione atmosferica.

Tuttavia, forse perchè i tubi di gomma e le cavità che presentavano i tubi svetrificati fornivano una larga provvista d' aria, non mi riuscì d' evitare completamente il suddetto inconveniente; non v' è dubbio che continuando a far passare acqua bollita nell' apparecchio, sarei riuscito ad esaurire la provvista d' aria chiusa nella gomma o nelle cavità del vetro, ma essendosi rotti due tubi della stufa (forse troppo strettamente legati) e dovendo a ogni modo interrompere le esperienze, non volli rimettere i tubi rotti o sperimentare coll' elica di 8 spire, contando di riprendere le esperienze in in migliori condizioni.

Nella seguente tabella sono esposti i risultati di una serie di esperienze; la temperatura della stufa era di 99°,9; quella dell' altro recipiente 27°,5; è da notare che questo, non essendo ben saldato e lasciando sfuggir l'acqua, era vuoto ed i tubi si trovavano in un bagno d' aria. I termometri erano stati accuratamente confrontati con un campione di Baudin. Nella 1ª linea trovansi i valori del dislivello h osservato nei tubi estremi dell' elica; nella 2ª linea trovasi il valore $dh{:}d\tau$ della variazione di esso dislivello per minuto primo dedotto da molte osservazioni ripetute, che non duravano mai meno di 10′.

h mm.	418,5	394	354	383	374	369
$\frac{dh}{d\tau}$	— 0,44	— 0,14	+ 0,48	0	0,075	+ 0,11

I diversi valori di h furono ottenuti sollevando o abbassando l' uno o l' altro dei tubi estremi, in modo che la differenza di livello fosse ora maggiore ora minore di quella presunta corrispondente all' equilibrio, alla quale successivamente cercavo di avvicinarmi; pur troppo però la produzione di bollicine d' aria o di vapore gettavano qualche dubbio sui risultati, in quanto che il rallentamento o la cessazione dei movimenti delle colonne liquide poteva dipendere da ostruzione parziale o totale dei tubi capillari. Rimediavo temporaneamente a ciò sollevando di molto uno dei tubi estremi (e precisamente quello che comunicava immediatamente colla parte inferiore d' un tubo della stufa), in modo da costringere le bollicine supposte che dovevano trovarsi alla parte superiore dei tubi della stufa a passare nei tubi orizzontali, dove a causa della loro piccolezza, della bassa temperatura e del maggior diametro dei tubi, divenivano innocue.

Prima d' incominciar le esperienze, quando la stufa e il bagno erano a temperatura ambiente, determinai il valore di $dh{:}d\tau$, producendo un dislivello di 7 cm. ed osservando la sua variazione col tempo, dalla quale risultò $dh{:}d\tau = 0{,}0105\,h$; però avendo trascurato di invertire il dislivello e non essendo sicuro della vera posizione d' equilibrio dei due livelli, a causa delle possibili differenze di temperatura della stufa a doppia parete e del bagno a una sola parete, il numero così trovato non ha molto valore e conviene quindi, per dedurre il valore di h corrispondente alla posizione d' equilibrio, basarsi unicamente sui risultati riportati nella tabella.

Questo valore di h perciò può variare da 379 a 386 mm. a seconda delle coppie di valori che si considerano. Se si tien conto di tutti i valori, poichè le ragioni per escludere l' uno o l' altro sono troppo incerte, si ha un valore medio di $h = 383$ mm. che soddisfa abbastanza bene alla massima parte delle esperienze e che varia di pochissimo qualunque sia il valore di $\frac{1}{h}\frac{dh}{d\tau}$ che si adotta.

La lunghezza media dei 3 tubi più lunghi era a 100° di 1013,2 mm., quella dei 4 tubi medi era di 1001,7 mm. e quella dei tre tubi più corti di 989,5 mm. Dei tre tubi anteriori rispetto al catetometro la colonnetta liquida era visibile; degli altri era visibile solo il lato superiore o inferiore del tubo capillare e ne dedussi la posizione dell'asse, poichè m'era noto il diametro di questi tubi. Così l'altezza totale dei tubi a 100° era di metri 10,015, cui faceva equilibrio una uguale altezza di tubi a 27°,5 diminuita del dislivello osservato di 383 mm. Ne risulta per la densità dell'acqua a 100° il valore 0,9583, che è bensì un po' differente da quello 0,9586 trovato col dilatometro; ma la differenza non parrà grande se si considera che l'esperienza riportata è la prima esperienza preliminare.

Possibilmente ripeterò e continuerò le esperienze con un apparecchio modificato secondo gl'insegnamenti che risultano dall'esperienza precedente. Anzitutto credo indispensabile che tutti i tubi verticali abbiano molto approssimativamente la stessa lunghezza (e non già 3 diverse lunghezze come nell'apparecchio descritto); occorrerà quindi far costruire la stufa e il bagno prismatici invece che cilindrici; con tubulature piatte in modo che i tubi vi stiano uno accanto all'altro, e non uno sotto o dentro l'altro; sarà utile altresì usare tubi d'ottone stagnato como hanno fatto Thiesen, Scheel e Diesselhorst, qualora mi risulti che non ne risulta errore sensibile nella misura delle altezze.

Fisica. — *Contributo allo studio del Magnetismo generato dalle fulminazioni nei mattoni.* Nota del dott. PERICLE GAMBA, presentata dal Socio BLASERNA.

Fino dal 1771 G. B. Beccaria [1] aveva osservato che mattoni colpiti dal fulmine presentavano una magnetizzazione al pari del ferro e dei suoi minerali, ma posteriormente essa fu attribuita invece alla cottura, giacchè, come aveva trovato il Boyle, l'argilla cotta sotto l'influenza del campo terrestre si magnetizza [2]. D'altronde non era mai stato osservato alcun mattone prima e dopo la fulminazione, per poter indicare con certezza gli effetti del fulmine. Però sarebbe stato facile dimostrare in due modi, che questa ob-

[1] *Elettricismo artificiale di G. B. Beccaria.* Torino 1771, pag. 307, paragr. 735. — *Deux nouveaux points d'analogie du magnétisme imprimé par la foudre sur les Briques et les Pierres ferrugineuses. Copie d'une lettre écrite dans le 1776* par J. Beccaria à Louis Cotti de Brusasque. *Observations sur la Physique* etc. par M. Rozier. Tomo 9, pag. 382, 1777. A Paris.

[2] *Lettre de M. Romme rélative à l'aimantation des Briques par la foudre et par le feu ordinaire. Observations sur la Physique* etc. par M. Rozier, Tomo X — Luglio 1777. A Paris.

biezione portata contro l'asserzione del Beccaria non regge gran fatto; sia coll'esame diretto della distribuzione del magnetismo imposto, sia coll' intensità della magnetizzazione stessa. Si sa che un mattone od un vaso qualsiasi di argilla, esposto ad alta temperatura sotto l' influenza del campo magnetico terrestre, acquista una polarità costante ed invariabile a seconda del modo con cui è stato cotto [1]. Si può quindi osservare una distribuzione regolare del magnetismo indotto, trovandosi i due poli uno al di sopra, l'altro al di sotto dell'oggetto rispetto alla posizione nella quale era tenuto durante la cottura; nè mai accade diversamente di così. Mentre si scorge facilmente una grande irregolarità nel magnetismo indotto nei mattoni fulminati, in modo che si possono trovare i poli su di una linea diagonale rispetto alle faccie del mattone stesso ed anche trasversale, senza alcun riguardo alla posizione del mattone; e talvolta si possono pure trovare nello stesso pezzo due punti di forte polarità a piccola distanza tra loro. Questi fatti riscontrati sempre in ogni fulminazione, sarebbero sufficienti a togliere ogni dubbio sulla provenienza del magnetismo osservato. Ad ogni modo si conosce anche quale sia l' intensità magnetica che assume un mattone cotto; essa è così debole da non produrre alcuna deviazione sull'ago magnetico di una piccola bussola tascabile [2], e quindi per avvertirla e misurarla sarebbe necessario operare con istrumenti di molta maggiore sensibilità. Mentre le magnetizzazioni scoperte nei luoghi fulminati sono state indicate sempre da bussolette ordinarie, sull' ago delle quali talvolta era tale l' effetto da esse prodottovi, da capovolgerlo addirittura. Una magnetizzazione quindi così intensa dei mattoni può provenire dalla cottura esclusivamente, senza che sieno intervenute altre cause? Evidentemente no. Non si può quindi attribuire questa magnetizzazione che alle scariche elettriche atmosferiche.

Il ragionamento che precede può essere esteso alle fulminazioni in generale sulle altre roccie soggette al magnetismo; per le quali poi esso è confortato da studî recentissimi, che hanno portato anche un contributo sperimentale mediante scariche artificiali [3], e che tolgono ogni dubbio sulla provenienza delle forti polarità, che su esse si riscontrano.

Io sono ora in grado di contribuire allo studio delle fulminazioni sui mattoni in appoggio all'asserzione del Beccaria, appunto sotto il doppio punto di vista poco sopra accennato.

Espongo nel presente lavoro il risultato di alcune osservazioni, fatte in alcune costruzioni costituite quasi essenzialmente di mattoni, riservandomi di continuare in seguito questi studî e di riferirne in proposito.

[1] G. Folgheraiter, *Variazione secolare dell' inclinazione magnetica*. R. Accad. dei Lincei, vol. V, 2° sem. 1896, pag. 66.

[2] Come bussola normale il prof. F. Keller suggerisce quella il cui ago magnetico non superi 3 cent. di lunghezza.

[3] F. Pockels, *Ueber den Gestirnsmagnetismus und seine wahrscheinliche Ursache Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie, und Paleontologie*. Jahrg., 1897, Bd. I.

1°. Villa di proprietà del cav. prof. Zampa, situata in « Monte Scosso » nei dintorni di Perugia. Si trova fra una casa colonica ed una piccola chiesetta; è più elevata e sta molto lungi dall'abitato. Il comignolo di un camino fu fulminato circa la metà del mese di luglio 1899; in seguito alla fulminazione fu rotto in parte; ricostruito parzialmente presenta alcuni *punti distinti* e *zone distinte*. È formato esclusivamente di mattoni tenuti insieme da calce mista a rena silicea del Tevere, che ordinariamente non presentano proprietà magnetiche, come ho potuto constatare in altri comignoli della stessa casa e di altre.

Esso ha la forma seguente: sopra uno zoccolo quadrangolare alto circa 20 cent. si eleva un vivo di oltre 60 cent. con trifore comunicanti coll' interno del camino in tutte e quattro le faccie; su esso sporge una cimasa dello spessore di circa 5 cent., la quale sostiene tre gradini alti ciascuno circa 10 cent,, terminati in una palla di travertino murata a calce sulla sommità. La faccia più interna verso il tetto della villa è rivolta a Nord-Ovest. A destra e a sinistra, quantunque il camino sia stato riportato a nuovo e ridipinto, si può seguire la traccia del fulmine fino circa la metà della sua altezza. Durante questo percorso, l'ago della bussoletta risente l' influenza di un campo magnetico, che ne sposta la posizione normale ed in alcuni punti, che discendendo vanno indebolendosi, si hanno degli spostamenti di oltre 90°, tutti della stessa polarità; a destra di chi sul tetto osserva il camino si ha polarità Sud, a sinistra polarità Nord. Nella faccia di fronte all'osservatore si notano due soli punti distinti d' intensità magnetica notevole, tale da rovesciare i poli della bussola, l' uno più alto di polarità Nord, l' altro più basso circa 10 cent. di polarità Sud, ma situati su due mattoni diversi. Nell' interno del camino, per quanto fosse malagevole introdurvi la bussola, pure ho potuto constatare con sicurezza a sinistra un punto distinto di intensità mediocre di polarità Sud, che sembra stare in corrispondenza colla zona esterna di polarità opposta e che forse è il principio di un' altra zona. Dalla parte destra, malgrado accurate osservazioni non ho potuto rinvenire internamente alcuna traccia di magnetizzazione, forse per essere stato il materiale vecchio fulminato sostituito con del nuovo. Il fulmine poi, abbandonato il camino, si gettava sul tetto rompendo dei mattoni e sfuggendo per la grondaia che era in diretta comunicazione col suolo; i mattoni erano stati sostituiti con dei nuovi, ed i frammenti dei vecchi non ho potuto rintracciarli, onde poterli esaminare. È notevole il fatto che la faccia del camino volta a Nord ha assunto polarità dello stesso nome, e quella volta a Sud ugualmente; di più la punta del camino, che era di travertino, non presentava alcuna magnetizzazione, come del resto era prevedibile (questa osservazione fu fatta il 2 settembre 1899).

2°. Palazzo Minciotti in « Petrignano d'Assisi » (Umbria). È situato nel centro del paese, non è molto elevato e poco lungi ha la chiesa del

luogo, cui sovrasta il campanile sfornito anch' esso di parafulmine. Il 16 agosto 1896 è stato colpito dal fulmine in uno dei suoi angoli e precisamente nel muro esterno di un granaio. Il fulmine, sfondato il tetto in prossimità del trave centrale, è penetrato nell' interno ed ha lasciata traccia di sè lungo tutte la parete fino al suolo sotto la finestra che dà luce al granaio. Questo è un vasto stanzone diviso a metà da un arco di sostegno in muratura sotto il trave principale. All'angolo di questo colla parete laterale si vede un largo crepaccio lungo circa un metro, sopra cui è stata asportata l' impellicciatura di calce; così sono messi a nudo i materiali con cui è stato costruito il muro. Questo consta essenzialmente di pietre calcaree alternate con frammenti o con strati di mattoni collocati orizzontalmente. Sulla sommità di questo crepaccio, proprio al di sotto del tetto, vi è una serie di mattoni soprapposti. Su essi più specialmente si nota una larga zona distinta di polarità Sud, che comprende quasi tutta la parte di costruzione suddetta. Sui frammenti di mattoni alternati coll' altro materiale si può notare un solo punto distinto di polarità Sud, ma d' intensità debole, nello spigolo di un grosso pezzo sul quale si scorgono le traccie della fulminazione (1). Altri mattoni ancora presentano una leggera magnetizzazione appena sensibile con molta attezione per la bussola da me adoperata. Il resto del materiale non presenta, come era prevedibile, alcuna polarità. Seguendo poi la traccia lasciata dal fulmine, non ho potuto constatare alcuna magnetizzazione, poichè essendo probabilmente assai debole per lo strato di calce abbastanza spesso (circa un cent.) che rivestiva la parete, non poteva essere avvertita dalla mia bussola. Nella facciata esterna non si ha alcuna manifestazione magnetica, per quanto si scorga anche su essa una leggera fenditura corrispondente al cammino percorso dal fulmine (osservazione fatta il 18 ottobre 1899).

3°. Alle mie precedenti osservazioni aggiungerò ancora un altro caso di fulminazione su mattoni, constatato dal sig. G. Zettwuch e gentilmente comunicatomi:

Un casale denominato « De' Frontini » a circa 4 Km. al Sud di Viterbo tra la ferrovia e la strada provinciale che conduce a Vetralla, costruito essenzialmente di mattoni e calce, fu colpito dal fulmine durante l'estate del 1897. Il fulmine entrato da un camino situato lungo un muro laterale del casale, dopo breve tratto abbandonato il cammino e forata la parete laterale, era penetrato in una stanza del piano superiore. Ivi, dopo aver scheggiato un armadio posto lungo quella parete, forando in due punti il piancito, passò nella sottostante cucina, dove pure lasciò perforato il muro, e quindi si disperse nel suolo. I buchi della parete del piano superiore erano stati riempiti di calce alcuni giorni prima dell'osservazione (fatta il 10 settembre 1899)

(1) Intendo per traccie della fulminazione le screpolature lasciate lungo il suo cammino dal fulmine sulla calce, che ricuopriva la parete e la conseguente fenditura della parete stessa.

ed accomodati. Ad ogni modo, esplorate le regioni del muro corrispondentemente ai buchi, il signor Zettwuch trovò che sopra tre regioni esplorate, due diedero segno non dubbio di polarità magnetica non indifferente, della stessa polarità Nord. Una delle regioni corrispondeva esattamente al punto d' ingresso del fulmine. Inoltre potè constatare che, spostando leggermente la bussola lungo la parete attorno ai buchi murati, l'ago si mostrava irrequietissimo, dando segni non dubbi della presenza di una notevole magnetizzazione.

Dalle precedenti osservazioni risulta che anche sui mattoni, come su altro materiale magnetico (soggetto al magnetismo), può venire generata una polarità da una fulminazione, indipendentemente dall' azione induttrice del campo terrestre, ed i cui effetti sono molto evidenti; anzi si può a mio avviso senz'altro asserire che i punti distinti, distribuiti in modo affatto irregolare e le zone distinte, che s' incontrano su costruzioni esclusivamente di mattoni, o di mattoni misti ad altro materiale non magnetico, non possono essere dovuti che a violenti scariche elettriche atmosferiche, come ho già precedentemente accennato.

L'aver trovato poi delle zone distinte in mattoni sovrapposti, cioè un largo tratto che presenta una forte polarità tutta dello stesso segno, sta a confermare le conclusioni già tratte dal dott. Folgheraiter [1], che le zone distinte scoperte nelle roccie magnetiche o sui ruderi della campagna Romana, composti essenzialmente da molti pezzi di pietrisco e da granelli di pozzolana, non sieno stati prodotti altrimenti che dalla presenza di un forte campo magnetico, che ne abbia orientate in un dato modo tutte le particelle magnetiche, indipendentemente dalla loro posizione rispetto al campo terrestre. Si può dire che lo stesso sia avvenuto per quelle contenute in una serie di mattoni, che maggiormente abbiano risentito l' influenza di quel forte campo magnetico, cui istantaneamente sono state messe in presenza.

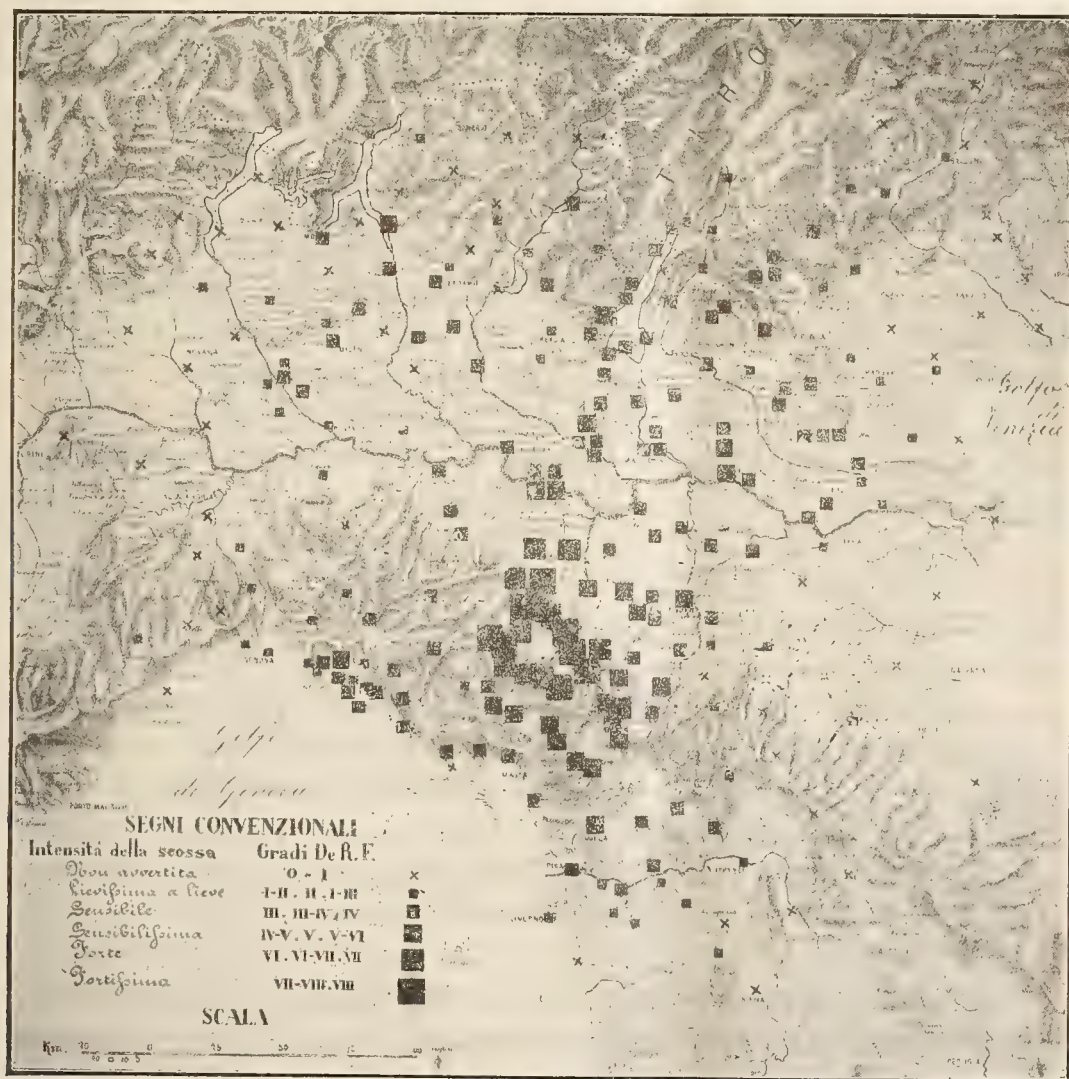
Avendo potuto asportare, grazie alla cortesia dei proprietarî, alcuni frammenti di mattoni fortemente magnetizzati in seguito alla fulminazione, mi riservo di determinare per loro mezzo se ed in qual maniera varii il magnetismo in quel modo acquistato.

Prima di chiudere questa Nota mi sento in dovere di ringraziare nuovamente i sigg. cav. prof. Zampa e dott. Minciotti per il cortese consenso rilasciatomi di compiere le precedenti osservazioni e per il materiale fornitomi, onde completare gli studî iniziati.

[1] G. Folgheraiter, fascicolo 8° dei *Frammenti concernenti la Geofisica nei pressi di Roma,* 1899.

Fisica terrestre. — *Il terremoto Emiliano della notte dal 4 al 5 marzo 1898.* Nota di G. Agamennone presentata dal Socio Tacchini.

L'epicentro di questo importante terremoto deve ricercarsi nell'Appennino parmense-reggiano in un punto caratterizzato in cifra tonda dalle seguenti coordinate geografiche:

lat. N 44° 1/2, long. 10° 1/3 E da Greenwich.

La massima intensità del fenomeno s'è verificata nel versante NE dell'Appennino ed ha raggiunto il grado VIII della scala *De Rossi-Forel.* L'area di massimo scuotimento raggiunse un migliaio di chilometri quadrati, mentre la porzione di superficie terrestre, dove la scossa arrivò a farsi sentire più o meno sensibile all'uomo, fu di circa 70000 km.[2] Si può avere un'idea dell'andamento del fenomeno dall'annessa carta che non ha bisogno d'alcuna

spiegazione. Dall' esame della medesima si acquista ben presto la convinzione che la Valle Padana non ha punto ostacolata la trasmissione del movimento verso la Lombardia ed il Veneto, e ciò è dovuto probabilmente al fatto che il focolare sismico è stato assai profondo, perchè la maggior parte del movimento siasi potuta propagare al di sotto dei potenti strati alluvionali e pliocenici, e precisamente attraverso rocce ben più profonde ed elastiche.

Le località le più numerose, ove vennero segnalati il rombo ed il sussulto del terreno, sia pure associato al movimento orizzontale, si trovano nella regione epicentrale e ne' suoi dintorni, ma la percezione del sussulto e del rombo s' è avuta anche in alcune località lontanissime. Sembra poi che il rombo abbia preceduto la scossa e che il movimento sussultorio sia stato avvertito avanti l' arrivo dell' ondulazione del suolo.

In quanto alla durata del fenomeno, si può assegnare in media una dozzina di minuti secondi nelle provincie più colpite e nulla di più per le altre. Naturalmente gli strumenti sismici, situati in località più o meno distanti, sono stati perturbati assai più a lungo. Così, un sismografo rimase in moto a Parma per una quarantina di secondi, il microsismografo di Padova per un buon $^1/_4$ d' ora, ed il pendolo orizzontale di Strasburgo per quasi una mezz' ora. La scossa fu percepita dalle persone come avvenuta in due riprese principali, sia in prossimità, sia a grande distanza dall' epicentro.

In quanto alla direzione della scossa, osservata dall' uomo o registrata qua e là dagli strumenti, non s' è potuto ricavare alcun fatto positivo che potesse autorizzare la determinazione dell' epicentro in base alle varie direzioni.

Si può dire infine che l'Appennino reggiano-parmense è stato colpito all' improvviso dalla scossa di cui ci occupiamo, dopo un riposo sismico abbastanza lungo, tanto che bisogna risalire al 1896 per trovare qualche terremoto relativo alle sole regioni circostanti a quelle ore colpite. Ma se sono mancate scossette precursori, sonosi avute al contrario varie repliche, delle quali una, lievissima sì ma forse di grande estensione, avvenne circa 7-8 minuti dopo la grande scossa. Varie altre scossette ebbero luogo nella stessa notte, ma non ben precisate. Solo pare sicuro che poco prima della mezzanotte sia stato avertito un lieve movimento nel Reggiano, presso all' epicentro, ed un altro consimile verso l' alba del giorno successivo.

Premessi questi brevi cenni estratti da una monografia (¹) sopra il terremoto in questione e che è bene aver presenti, vengo ora a far conoscere per sommi capi i risultati d' un mio studio sopra la velocità di propagazione di detto terremoto, e che sarà pure pubblicato nel *Boll. della Soc. Sism. Italiana.*

(¹) G. Agamennone, *Il Terremoto nell'Appennino parmense-reggiano della notte dal 4 al 5 marzo 1898.* Boll. della Soc. Sism. Ital. Vol. V, 1899-1900, pag. 72-92.

Scopo precipuo di questo studio è stato non tanto quello di voler conoscere con quale velocità si propagarono realmente le onde sismiche, quanto l'altro di dare un'idea delle gravi difficoltà alle quali fino ad oggi si è andato incontro in tali ricerche, per il fatto della estensione relativamente debole di terremoti consimili a quello di cui ci andiamo occupando. Infatti, data la ragguardevolissima velocità delle onde sismiche, posta ormai fuori di dubbio dalle moderne misure, ne consegue che se non si ha da fare con distanze un po' considerevoli, gli errori anche relativamente piccoli, inerenti alla determinazione delle ore, e la diversa sensibilità delle persone o degli strumenti possono falsare grandemente i risultati e far pervenire a leggi, le une più strane delle altre e non di rado tra loro contradditorie.

Pel nostro terremoto si sono avuti in tutto 212 dati orarî, oscillanti tra 20^h e $22^h\,{}^3/_4$. A produrre in essi una così enorme latitudine hanno contribuito, oltre tante altre specie di errori, perfino quello di due ore intiere nella riduzione delle ore pomeridiane al sistema attualmente in uso in Italia, del contare cioè da 0^h alle 24^h. Fatta l'esclusione delle poche ore le più divergenti, tutte le restanti variano ancora da 22^h a $22^h\,{}^1/_2$. Non volendo prendere in considerazione, senza ragioni giustificative, le ore espresse in multipli di 5, ne restano per tal fatto scartate i ${}^2/_3$ del numero totale e ne rimangono solo 71, oscillanti ancora da $22^h\,2^m$ a $22^h\,25^m$. Esaminando quest'ultime ci formiamo ben presto la convinzione che molte tra esse debbono ancora contenere grossi errori, quantunque siano state date come precise od almeno incerte entro ristrettissimi limiti. La causa principale del disaccordo è senza dubbio la mancanza d'un esatto tempo campione nella più parte delle stazioni. Basandoci sulle migliori ore, osservate tanto in prossimità dell'epicentro quanto alle distanze più notevoli, non abbiamo creduto d'esagerare mettendo ancora da parte tutte le ore anteriori a $22^h\,3^m\,8^s$ e posteriori a $22^h\,10^m$, eccezione fatta per l'ora di Shide (Inghilterra).

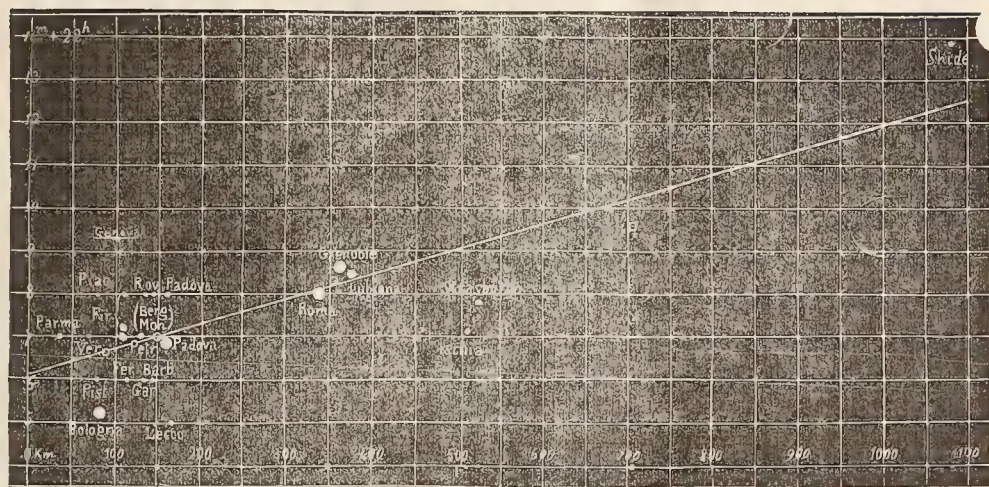
Però c'inganneremmo di grosso se volessimo ritenere egualmente esatti tutti i 56 dati rimanenti, che presentano tra essi ancora una differenza massima di ben 7 minuti, non tutta spiegabile, nè con la diversa distanza dall'epicentro, nè colla varia fase del movimento a cui le ore furono osservate, quantunque si presuma che le medesime si riferiscano al principio della scossa. E se è probabile che molte di esse non si allontanino troppo dal giusto valore che per pura casualità, altre invece se ne allontanano in una misura allarmante, tanto che s'impone un'ulteriore epurazione fatta col criterio di abbandonare i dati orarî, anche se pochissimo divergenti, per tutte quelle località ove non si abbia una sufficiente garanzia del tempo campione, o dove l'errore probabile è riconosciuto essere superiore ai 2 minuti dagli stessi relatori, o dove infine, in seguito a speciale inchiesta, s'è dovuto riconoscere che questo limite d'incertezza non è punto sicuro. Ciò facendo, si sono posti in disparte un'altra buona metà dei predetti 56 dati orarî, in modo che non

ne restano da utilizzare che soli 25, i quali non rappresentano neppure l'ottava parte del numero totale dei dati a nostra disposizione. E bisogna notare che sopra questi 25 dati, che sono il residuo di tante successive vagliature, ben dieci presentano ancora un errore probabile di $\pm 2^m$, otto di $\pm 1^m$, tre di $\pm 0^m\,{}^1/_2$, quattro sole di $\pm 0^m\,{}^1/_4$.

Per procedere al calcolo della velocità media apparente delle onde sismiche mediante il metodo de' minimi quadrati, e non volendo d'altra parte rendere troppo oneroso il lavoro, a causa del considerevole numero d'equazioni di condizione colle quali si avrebbe da fare, si sono ordinati i 25 dati orarî a seconda delle distanze crescenti delle rispettive località dall'epicentro e poi si sono divisi in quattro gruppi. Il 1° comprende dieci dati orarî, appartenenti a località la cui distanza varia da 35 a 115 km. dall'epicentro; il 2° nove dati orarî, osservati a distanze oscillanti da 130 a 165; il 3° tre dati, osservati da 340 a 370 km. di distanza; ed infine il 4° comprende pure tre dati orarî, ma ottenute a distanze da 510 a 1080 km. Facendo per ogni gruppo la media delle ore e delle distanze, tenuto debito conto del peso spettante ad ogni dato orario, si ottengono così quattro sole equazioni di condizione, le quali corrispondono a quattro località fittizie con le ore e distanze medie seguenti:

	Distanza dall'epicentro	Ora d'arrivo della scossa	$\sqrt{\text{peso dell'ora}}$
1ª località	km. 91 $^1/_2$	$22^h\ 6^m,6$	26
2ª "	152	" 7,0	18
3ª "	354	" 8,3	20
4ª "	703	" 9,6	6

In base a questi valori, si ricava col metodo de' minimi quadrati una velocità media apparente di circa 2900 metri al secondo [1]. Nell'annessa figura schematica, dove le ascisse rappresentano le distanze delle varie località dall'epicentro e le ordinate i tempi, si trovano segnate con cerchi le 4 località fittizie predette, con dischetti tutte le 25 località di cui s'è utilizzata l'ora, ed infine con una linea retta la velocità media superficiale che è venuta fuori dal nostro calcolo. I diametri dei dischetti sono press'a poco proporzionali alla precisione delle rispettive ore. Calcolando ora per ogni stazione, in base alla velocità media trovata, l'ora a cui la scossa avrebbe dovuto principiare, e comparandola a quella che fu realmente osservata, si trovano differenze che raramente sorpassano, e di poco, il limite d'errore assegnato ad ogni località, come si rileva dalla tabella che segue:

[1] Per la forma delle equazioni da me adottate, rimando a quanto già esposi nella mia precedente Nota: *Velocità di propagazione delle principali scosse di terremoto di Zante* ecc., pubblicata in questi stessi Rendiconti. Ser. 5ª vol. 2°, pag. 393, seduta del 17 dic. 1893.

Distanza dall'epicentro	Località	Ora del principio		Differenza	Fonte
		osservata	calcolata		
Km. 0	Epicentro	—	22^h 6^m 6^s	—	—
35	Parma	22^h 7^m $\pm 1^m$	22 6 19	$+0^m 41^s$	Oss. met.
70	(*)Vergato (Bologna) .	22 7 ± 2	22 6 31	$+0$ 29	Uff. telegr.
80	Piacenza	22 8 ± 1	22 6 35	$+0$ 25	Oss. met.
80	Pistoia	22 6 ± 2	22 6 35	-0 35	Id.
85	Bologna	22 $5.10^s \pm 1/4$	22 6 36	-1 26	Id.
105	(*)Genova	22 9 ± 2	22 6 43	$+2$ 17	Id.
110	(*)Firenze	22 7 ± 1	22 6 45	$+0$ 15	Id.
110	Firenze	22 7.7 $\pm 1/2$	22 6 45	$+0$ 22	Oss. Xim.
110	Firenze	22 8 $\pm 1/2$	22 6 45	$+1$ 15	Oss. Querce
115	Ferrara	22 6 ± 2	22 6 47	-0 47	Oss. met.
130	Petrognano (Firenze)	22 7 ± 1	22 6 52	$+0$ 8	Oss. geod.
135	(*)Gargnano (Salò) . .	22 6 ± 2	22 6 54	-0 54	Uff. telegr.
135	Rovigo	22 8 ± 2	22 6 54	$+1$ 6	Oss. met.
145	(*)Barbarano (Vicenza)	22 6 ± 2	22 6 57	-0 57	Uff. telegr.
145	Bergamo	22 8 ± 2	22 6 57	$+1$ 3	Oss. met.
145	(*)Monza	22 8 ± 2	22 6 57	$+1$ 3	Id.
160	Padova	22 6.52 $\pm 1/4$	22 7 3	-0 11	Ist. fisico
160	Padova	22 8 ± 1	22 7 3	$+0$ 57	Oss. met.
165	(*)Lecco	22 5 ± 2	22 7 5	-2 5	Uff. telegr.
340	Roma	22 8 $\pm 1/4$	22 8 6	-0 6	Coll. Rom.
360	Grenoble	22 8.34 $\pm 1/4$	22 8 13	$+0$ 21	Prof. Kilian
370	Lubiana	22 8.24 $\pm 1/2$	22 8 16	$+0$ 8	Prof. Belar
510	Ischia	22 7.7 ± 1	22 9 5	-1 58	Oss. geod.
520	Strasburgo	22 7.49 ± 1	22 9 8	-1 19	Prof. Gerland
1080	Shide (Inghilterra) .	22 13.56 ± 1	22 12 24	$+1$ 32	Prof. Milne

(*) In questa località l'ora fu dedotta senza il sussidio d'alcun istrumento sismico.

Fanno eccezione Bologna ed Ischia, per le quali la differenza in questione si eleva rispettivamente a circa $1^m \, ^1/_2$ e 2^m, mentre l'errore presunto non avrebbe dovuto sorpassare $0^m \, ^1/_4$ per la 1ª località ed 1^m per la 2ª. Siccome non è probabile che tanta differenza debba ascriversi a ragguardevolissime anomalie nella propagazione del moto sismico dall'ipocentro fin proprio a Bologna e ad Ischia, così questo esempio mi pare abbastanza eloquente per dimostrare con quanta riserva bisogna accettare anche i dati orarî, che a prima vista possono sembrare sicurissimi sotto ogni riguardo, e quanta oculatezza occorra perchè dal confronto degli uni cogli altri possa uno formarsi un criterio abbastanza esatto della precisione dei singoli dati, prima di servirsene.

Se si volessero paragonare direttamente tra loro le ore più sicure, quali sono quelle di Firenze, Padova e Roma, si otterrebbe una velocità di circa 2600 metri al secondo dal confronto di Padova con Roma, e di 4100 metri da quello di Firenze con Roma. Il 1° di questi valori è forse troppo piccolo, perchè il solo strumento che in questa occasione funzionava in Roma era meno sensibile di quello di Padova, mentre il 2° valore risulta invece troppo alto, tenuto conto della minore sensibilità degli strumenti di Firenze in confronto di Roma. Questi due valori costituiscono forse due limiti entro cui cade la vera velocità di propagazione delle onde sismiche le più veloci, quelle almeno che poterono influenzare in modo percettibile i varî strumenti a distanze più o meno ragguardevoli.

Che questa velocità siasi mantenuta approssimativamente costante col crescere delle distanze, noi non abbiamo serî motivi per dubitarne, poichè abbiamo visto già sopra che le differenze tra le ore osservate e quelle calcolate nelle varie stazioni, in base alla velocità da noi trovata, restano generalmente nei limiti degli errori probabili assegnati, e di più i segni positivi e negativi di dette differenze si alternano senza alcuna legge, che possa dare anche un semplice indizio d'aumento o decremento della velocità colla distanza. Che se qualcuno poi volesse ritenere che la velocità sia andata realmente crescendo coll'allontanarsi delle onde sismiche dalla regione epicentrale, per il fatto che il dato orario d'Ischia resta nella figura troppo al di sotto della linea retta che caratterizza la velocità media, c'è da obiettare che l'opposto si verifica per il dato orario di Shide d'una precisione circa uguale. Eppure se l'accrescimento della velocità colla distanza realmente sussistesse nella misura che da taluni si vorrebbe, il medesimo avrebbe pur dovuto ancor meglio affermarsi per Shide, che si trova ad una distanza dall'epicentro perfino doppia in confronto d'Ischia.

Un calcolo sulla velocità di propagazione della fase massima del movimento, quale fu registrata nelle varie località, avrebbe condotto a risultati ancor meno attendibili, vista l'incertezza nel poter determinare per ogni località il massimo della perturbazione e considerata la diversità degli strumenti qua e là adoperati.

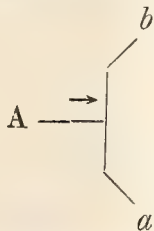
Fisica terrestre. — *Il terremoto di Balikesri (Asia M.) del 14 settembre 1896.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Socio Tacchini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Nuovo metodo per la distillazione frazionata a pressione ridotta* (1). Nota di G. Oddo, presentata dal Socio E. Paternò.

Varî metodi ed apparecchi sono stati descritti finora per eseguire la distillazione frazionata a pressione ridotta; quasi tutti però hanno l' inconveniente di richiedere oltre che l' uso di un apparecchio speciale, che forniscono le fabbriche e non sempre si può avere a disposizione, molte cure con relativa perdita di tempo affinchè si possa riuscire ad ottenere una grande rarefazione e raccogliere prodotti esenti di grasso.

Credo utile quindi pubblicare questo mio metodo perchè riesce alla portata di tutti: non richiede infatti altra abilità che saper saldare un tubo a ti; è inoltre rapido e si può adottare per qualunque massa di liquido, raccogliendo senza interruzione quante frazioni si vogliano.

Consiste infatti nell' attaccare all' estremità del refrigerante nel quale si fa la distillazione un piccolo tubo a T di questa forma

L' attacco si eseguisce introducendo l' estremità della canna del refrigerante nell' estremità A del tubo, e tenendo uniti i due capi per mezzo di un pezzettino di tubo di gomma lubrificato appena con un po' di grasso, affinchè possa ruotare più facilmente.

L' estremità del refrigerante è bene che sia un po' assottigliata e a becco di flauto, per evitare che nello spazio anulare che resta trale due superfici entri per capillarità del liquido.

Alle estremità *a* e *b* del tubo si attaccano pure, per mezzo di anelli di gomma nel modo suddetto, i due recipienti nei quali si vuole raccogliere:

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

uno è un pallone o una provetta, l'altro un pallone Erlenmeyer che per la canna di sviluppo viene legato alla pompa.

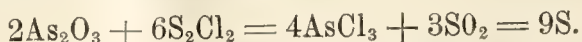
Si fa inclinare da principio il tubo a ti dalla parte del pallone Erlenmeyer e si raccoglie in questo la prima porzione che distilla; quando si vuole incominciare a raccogliere la seconda si fa ruotare il tubo a T e s'inclina dalla parte dell'altro collettore. Nel caso in cui invece di due si vogliano raccogliere quattro frazioni, basterà attaccare, sempre col metodo descritto, altri due tubi a T uguali alle estremità *a* e *b* del primo e manovrare con ciascuna di queste modificazioni come si è detto, per raccogliere le diverse frazioni separatamente.

Nei cataloghi di varie fabbriche [1] si trovano disegnati dei tubi immaginati da Pauly, Bredt ed altri, la cui applicazione si avvicina a quelli del mio. Basterà però guardarne il disegno per convincersi che non solo non tutti i chimici hanno l'abilità di costruirseli, quando loro occorrono; ma, ciò che è più interessante, la separazione delle diverse frazioni non può avvenire nettamente a causa della superficie ristretta che intercede tra un foro di efflusso e l'altro successivo.

È quasi inutile avvertire che se il liquido che distilla bolle a temperatura elevata e ha calorico specifico basso basterà attaccare direttamente il mio tubo a ti alla canna di sviluppo del pallone Erlenmeyer in cui avviene l'ebollizione togliendo il refrigerante.

Chimica. — *Azione delle anidridi arseniosa e antimoniosa sul protocloruro di zolfo* [2]. Nota di G. Oddo e E. Serra. presentata dal Socio E. Paternò.

Riscaldando a ricadere anidride arseniosa con protocloruro di zolfo, avviene esclusivamente la seguente reazione:

$$2As_2O_3 + 6S_2Cl_2 = 4AsCl_3 + 3SO_2 = 9S.$$

Gr. 19,8 di As_2O_3 (1 mol.) furono mescolati con gr. 40,5 di S_2Cl_2 (3 mol.) e riscaldati a ricadere: appena il liquido entrò in ebollizione, cominciò a svilupparsi anidride solforosa. Dopo circa un'ora la reazione era terminata, poichè era cessato lo sviluppo di questo gas e il liquido che ricadeva era incoloro. Col raffreddamento lo zolfo formatosi, che a caldo era rimasto in soluzione, cristallizzò quasi completamente. La parte liquida, decan-

(1) Vedi p. es. il catalogo di Max Kaehler e Martini, Berlino, del 1899, pag. 59, nn. 794 e 797.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Cagliari, settembre 1899.

tata, distillò del tutto incolora a 132° ed aveva tutti i caratteri del tricloruro di arsenico.

Col sesquiossido di antimonio e di bismuto la reazione avviene del tutto identicamente e si formano, assieme allo zolfo, che precipita, e all' anidride solforosa, che sfugge, i tricloruri di antimonio e di bismuto.

PERSONALE ACCADEMICO

Cenno necrologico del Socio straniero ROBERTO GUGLIELMO BUNSEN, letto dal Socio CANNIZZARO nella seduta del 5 novembre 1899.

« Roberto Guglielmo Bunsen che ha cessato di vivere a 88 anni nello scorso agosto, era nato nel 1811 a Gottinga. Con la tesi « Enumeratio ac descriptio hygrometrorum » ottenne in quella Università la laurea dottorale prima di aver raggiunto il ventesimo anno, a quell' età, in cui ora sogliono appena incominciarsi gli studî superiori specialmente presso di noi. A 22 anni divenne privato docente.

« Dopo alcuni studî fatti a Parigi, a Berlino, a Vienna, incominciò a dar saggio della sua speciale attitudine e singolare perizia sperimentale, pubblicando nel 1834 lo studio analitico dell' Allofano nella formazione dell' argilla plastica (1) e la proposta dell' ossido di ferro per antidoto dell' acido arsenioso (2); e nel 1835 un esteso studio di alcuni speciali composti dei cianuri doppi coll' ammoniaca (3).

« Nel 1836 divenne professore di chimica nel Politecnico di Cassel al posto di Wöhler; nel 1838 nell' Università di Marburgo; nel 1851 in quella di Breslavia e nel 1852 finalmente fu chiamato all' Università di Heidelberga ove si fermò, e compì tutta la sua luminosa carriera di professore e di scienziato, sinchè gli ressero le forze cioè sino al 1889, anno nel quale deliberò ritirarsi, all' età di 78 anni.

« Il Bunsen rimarrà nella storia di questo secolo il modello dell' uomo che avendo sortito da natura doti favorevoli, si è dedicato esclusivamente al culto della scienza ed all' insegnamento di essa.

« Egli attese al compimento di tale nobile missione con costante assiduità e zelo per 56 anni di seguito senza alcuna interruzione (4).

(1) Annali di Poggendorff *31*, 55 (1834).
(2) « « « *32*, 124 (1834).
(3) « « « *34*, 131 (1835).
(3) Non si creda però che così concentrato com' era negli studî, il Bunsen fosse indifferente al corso degli avvenimenti politici. Tra le preziose doti morali che lo fecero

« Non si può certamente in un breve discorso narrare anche in modo sommario questa lunga vita scientifica.

« Ovunque negli svariati ed estesi campi della chimica e della fisico-chimica fiutava un' importante problema da risolvere, interveniva colla sua meravigliosa originale destrezza sperimentale, inventava all' uopo nuovi metodi e costruiva nuovi apparati che alla sicurezza dei risultati associavano una estrema semplicità caratteristica. Con tali nuovi metodi e nuovi apparati, oltre di risolvere i problemi che si era proposto, apriva ad altri nuove vie e forniva nuovi strumenti i quali presto si diffondevano in tutti i laboratorî chimici; nei quali perciò rimane indelebile il nome del Bunsen.

« È meraviglioso poi come Egli accoppiava la continua operosità scientifica coll' efficace insegnamento pratico, che dava personalmente lavorando alla presenza ed insieme agli allievi (1).

« Appena nominato ad Heidelberga volle seguire e migliorare l' esempio che Liebig aveva dato a Giessen colla fondazione di quella prima vera scuola pratica e laboratorio di ricerche per numeroso stuolo di allievi. Ottenne di far costruire sotto la sua direzione un nuovo laboratorio assai più ampio di quello di Giessen, e nel quale introdusse tutte le speciali disposizioni che la sua esperienza e la sua singolare perizia gli suggerirono per agevolare lo sperimentare ed evitare gli inconvenienti che il lavoro contemporaneo e vario di più studenti nel medesimo ambiente suole presentare.

« Fece così un istituto chimico che per molti riguardi servì di modello ai più vasti e ricchi istituti di scienze sperimentali che più tardi si vennero ovunque costruendo.

« Appena nel 1855 fu compito ed aperto questo nuovo laboratorio, vi affluirono allievi da tutti i paesi: una nuova generazione di chimici fu così dal Bunsen educata al corretto sperimentare; dei quali molti si avviarono

---

adorare da chiunque lo avvicinò, ebbe pure un vivo interesse per la libertà ed il progresso civile di tutti i popoli: era non solo un caldo patriota tedesco, ma anche un amico sincero dell' Italia che visitava volentieri e di cui desiderava il risorgimento politico. Nel 1860, essendomi fermato pochi giorni ad Heidelberga nel momento che Garibaldi liberava le Due Sicilie dalla tirannide borbonica, fui testimonio dell' interesse che Egli prendeva per la riuscita di quell' impresa. Non ostante che la sua attenzione fosse concentrata sull' importante scoverta del cesio intorno a cui allora lavorava, pure seguiva con febbrile ansietà gli avvenimenti, ed ho scolpito nella mia memoria l' entusiasmo con cui accolse la notizia del passaggio di Garibaldi dalla Sicilia nel continente: entusiasmo la cui calda manifestazione pose in pericolo la preziosa piccola quantità del sale di cesio che in quel momento svaporava in un crogiuolo di platino.

(1) L' efficacia di questo modo di insegnamento pratico dato da Bunsen coll' esempio lavorando in presenza dei suoi allievi, è posta in rilievo dal professore von Baeyer in un discorso fatto nella sezione di chimica del Congresso della Società dei naturalisti e medici tedeschi che ebbe luogo nello scorso settembre in Monaco di Baviera, ed offre argomento di seria considerazione a coloro che debbono fondare e dirigere scuole pratiche di chimica.

per la via delle indagini originali sotto il suo impulso e la sua direzione e divennero tra i più illustri chimici di questi ultimi tempi, come tra gli altri, Landolt, Lothar Meyer, Pebal, Quincke, Roscoe, Beilstein, Carius, Lieben, Aug. Matthiessen, Baeyer e Volhard, ecc. ecc.

« Intorno a tale attivo centro di studî chimici, che si era formato nel laboratorio di Bunsen, furono attirati liberi docenti del valore di Kekulé e di Erlenmeyer, i quali diffondendo le nuove dottrine della chimica organica, cooperarono col maestro compiendone l'insegnamento [1].

« A ragione perciò è generalmente giudicato che l'azione esercitata dal Bunsen sul progresso della chimica coll'insegnamento del suo laboratorio in Heidelberga, non sia meno ragguardevole e di minore importanza di quella esercitata coi suoi lavori originali; i quali pur costituiscono uno dei più ricchi ed importanti capitoli della storia della chimica in questo secolo.

« Nella folta ed intrecciata selva di tali lavori iniziati e condotti dal Bunsen spesso contemporaneamente sopra i temi più varî, riesce difficile discernere al progresso di qual ramo della chimica, della fisico-chimica o delle loro applicazioni alle scienze naturali abbia Egli maggiormente contribuito.

« La prima serie di ricerche, che pose in grande rilievo il di lui merito e ne stabilì la riputazione tra i primi chimici dell'epoca, sui composti di quel radicale contenente arsenico che Egli chiamò Cacodile [2], compita in più anni e pubblicata in più memorie dal 1837 al 1843 [3], appartiene alla chimica organica; e sebbene sia stata l'unico esteso e diretto contributo dato da lui a questo ramo, ebbe tal valore ed esercitò tale influenza sul progresso ulteriore, da fare considerare il Bunsen tra i più validi pionieri della chimica organica moderna.

« Come ha ben detto von Baeyer ripubblicando dopo molti anni quelle memorie [4] « esse furono considerate già da molto tempo come classiche e

[1] Nella Necrologia di Pebal scritta da Lothar Meyer è narrata la venuta del Kekulé ad Heidelberga verso il 1855 per abilitarsi alla privata docenza, e la propaganda attiva da lui fatta tra gli allievi del laboratorio di Bunsen in favore della nuova teoria dei tipi. Vedi: Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft 1887, vol. 3.

[2] Il Bunsen diede questo nome al radicale ed ai composti di esso per il cattivo odore che hanno, odore che rende inabitabile qualsiasi camera in cui ne sia versata qualche goccia. I composti del cacodile non sono soltanto puzzolenti, ma anche velenosissimi e molti di essi fortemente esplosivi. Il Bunsen fu colpito all'occhio dritto dall'esplosione del tubo in cui analizzava il cianuro di cacodile, e stette per settimane tra vita e morte per gli effetti combinati dell'esplosione e della velenosità dei vapori. Avendo perduto un occhio non si scoraggiò, riprese e compì il suo lavoro, dando prova della sua destrezza sperimentale nell'evitare i danni provenienti dalle proprietà dei composti che avea dovuto scoprire col suo danno.

[3] Annali di Poggendorff. *40,* 219 (1837); *42,* 145 (1837); Annali di Liebig *37,* 1 (1841); *42,* 14 (1842); *46,* 1 (1843).

[4] Vedi Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften n. 27.

« meritano tale lode, specialmente come modello di una ricerca, che dimostra « come i più difficili problemi dell' arte chimica sperimentale possano essere « risolti dalla mano di un maestro ».

« Dal punto di vista teoretico poi, queste memorie ebbero una grande influenza sullo svolgimento e sulla evoluzione che subì la teoria dei radicali. Da quel lavoro trasse esempio e prese le mosse il Frankland prima in compagnia del Kolbe, che era stato assistente del Bunsen a Marburgo e quindi da sè solo, per quell' importante serie di ricerche sui radicali alcoolici e sui così detti composti organo-metallici; ricerche colle quali il Frankland fece fare alla chimica un grande progresso, avendo introdotto il concetto dell' equivalenza dei radicali alcoolici all' idrogeno e della diversa capacità di combinazione degli elementi, detta poi valenza.

« L' influenza dei lavori del Bunsen su quelli del Frankland è attestata da quest' ultimo, che nelle sue memorie chiamò sempre il Bunsen suo maestro.

« Ed è avvenuta la coincidenza della morte quasi contemporanea in questo anno di questi due chimici i quali coi loro lavori tanto contribuirono al primo avviamento della chimica organica moderna.

« Il Bunsen ha anche un posto eminente nella storia della chimica geologica.

« In più occasioni si occupò di argomenti di geognosia e di geologia, come per esempio fece, dopo una gita fatta coi professori dell' Università di Pisa, Pilla e Matteucci nel 1844, pubblicando una Memoria *Sul terreno carbonifero della maremma toscana* (1); ma le sue ricerche più importanti nel campo geologico sono quelle riguardanti i fenomeni vulcanici e pseudo-vulcanici dell' Islanda. Gli studî dei grandi fenomeni che si manifestano sulla corteccia terrestre erano invero prediletti da Lui, che avea per sole distrazioni le gite per monti e valli e tra i pochi graditi sollazzi lo accorrere ovunque avvenissero eruzioni vulcaniche.

« Dopo l'eruzione dell' Hecla avvenuta nel 1845, egli si recò nell' Islanda e vi intraprese studî, che continuò poi per più anni, sulla composizione delle roccie vulcaniche delle varie età, dei gas e vapori che emanano dai fumaruole e dal cratere dei vulcani e sull' azione di essi sulle roccie, e fondò una originale teoria sulla origine delle roccie vulcaniche che appoggiò colle importantissime ricerche sulla variazione del punto di fusione col variare della pressione (2).

(1) Annali di Liebig, *49*, 264 (1844).

(2) Annales de chimie et de physique (1852) XXXV, 383. James Thomson nel 1849 avea teoreticamente previsto l'influenza della pressione sui punti di fusione. Sir William Thomson la confermò sperimentalmente, quasi contemporaneamente a Bunsen, il quale intraprese molte esperienze sullo stesso argomento per ispiegare la influenza della pressione sulla natura chimica delle rocce.

« Egli inoltre fece un accuratissimo studio fisico e chimico delle pseudo-eruzioni, dette Geyser, che avvengono in Islanda, e ne diede la spiegazione con ingegnosi esperimenti fisici (1).

« Queste ricerche gli offrirono l'occasione di studiare e migliorare i metodi analitici noti e di introdurne dei nuovi semplici e razionali. Così egli fece tutte le volte che dovette fare analisi di minerali, di prodotti chimici, di acque o di gas, e perciò le numerose sue memorie in cui sono esposte tali analisi hanno il doppio pregio: quello cioè dell'importanza speciale del problema che in ognuna vi si risolve, e quello altresì dell'importanza del contributo che ognuna apportò al progresso della chimica analitica.

« Di questa specie sono, tra le molte altre, quelle sulla determinazione col metodo dell'analisi volumetrica della composizione degli ossidi superiori del cerio, e quella sul metodo generale di separazione delle terre rare, il quale da un lato lo condusse a preparare pure l'Itria e l'Erbina e dall'altro tracciò la via ad altri chimici per ulteriori scoverte di nuovi metalli. Il Bunsen non si limitò però a contribuire soltanto occasionalmente al progresso della chimica analitica in cui era sommo maestro, ma lo fece altresì direttamente con importanti pubblicazioni il cui speciale oggetto era un argomento di quella speciale disciplina. Tali sono per esempio la memoria *Sopra un metodo volumetrico di applicazione molto generale* (2); quella *Sulla distinzione e separazione dell' arsenico, antimonio e stagno* (3); quella *Sulle ricerche al cannello ferrominatorio* (4); quella tanto originale ed utile *Sulle reazioni delle fiamme* (5); e quella *Sul lavamento dei precipitati* (6) che diede luogo a descivere la sua ingegnosa pompa ad acqua, e finalmente quel capolavoro che è il *Trattato sui metodi gassometrici.*

« Come ho già in parte detto, egli in varie occasioni avea analizzato gas, sia quelli che emanano da sorgenti naturali (dai crateri dei vulcani, dalle lave o dai Geyser) sia quelli che emanano dagli alti forni (7) ed avea ideato nuovi metodi per tali analisi, ed in generale per lo studio di tutte le proprietà dei fluidi aeriformi (come peso specifico, diffusione ecc.) e dei fenomeni che presentano nelle loro reazioni.

« Avea perciò costruito un eudiometro ed apparecchi di misura che ogni sperimentatore può fabbricare da sè; avea così riverificato la legge di Henry e

(1) Annali di Liebig, *51*, 265 (1847); *62*, 1 (1847); *65*, 375 (1848); *99*, 90 (1854); Annali di Poggendorff, *72*, 159 (1847); *81*, 562 (2850); *83*, 197 (1851); Journal für praktische Chemie, *56*, 53 (1852).

(2) Annali di Liebig, *86*, 265 (1853).

(3) » » » *106*, 1 (1858); *192*, 305 (1878).

(4) » » » *111*, 257 (1859).

(5) » » » *138*, 257 (1866).

(6) » » » *148*, 269 (1868).

(7) Annali di Poggendorff, *45*, 339 (1838); *46*, 193 1839); *50*, 81, 637 (1840); Journ. de Pharm., *14*, 444 (1848).

quella di Dalton, e determinato i limiti di esse nell' assorbimento dei gas per mezzo di liquidi ed anche studiato con artificî ingegnosissimi le circostanze, i modi ed il tempo del propagarsi dell'esplosione nei miscugli gassosi detonanti; il che gli permise di costruire quella lampada generalmente in uso, nella quale sbocca dal becco il gas combustibile già mischiato all' aria senza che la fiamma si propaghi in basso. In varie pubblicazioni avea esposto i risultati di molte di tali ricerche ed i metodi gassometrici da lui inventati fatti adottare nel suo laboratorio prima a Marburgo e poi ad Heidelberga.

« Il Kolbe, nel 1843, in un articolo di dizionario avea reso di pubblica ragione una gran parte di tali metodi, ed allora Bunsen si risolse di riesaminarli, compierli e raccoglierli nel pregevole volume pubblicato nel 1857 col titolo sopra indicato, e che ha insegnato per più anni in tutti i laboratorî i metodi per la misura e l'analisi dei gas, rimanendo tuttavia pregevole guida nonostante i nuovi apparati eudiometrici introdotti.

« Il Bunsen di buon' ora rivolse la sua attenzione sul partito che nella chimica si sarebbe potuto trarre dalla corrente elettrica. Sin dal 1841 Egli si era procurato una sorgente economica di corrente abbastanza costante, sostituendo nella pila di Grove al platino il carbone convenientemente preparato e determinando accuratamente le variazioni nell' intensità della corrente prodotte da tale sostituzione [1].

« Nel laboratorio di Marburgo fece impiegare questa sua nuova pila al Kolbe suo assistente, per intraprendere quelle importanti ricerche sull' elettrolisi dell' acido acetico e di altri acidi grassi dalle quali ebbero origine quelle fatte poi dal Kolbe in compagnia di Frankland e quelle tanto feconde di quest' ultimo.

« Avendo inoltre Bunsen bisogno per le ricerche fotochimiche di magnesio, ricorse all' elettrolisi del cloruro fuso e riescì con ingegnosa forma data all' elettrode di carbone su cui si raccolgono i globuli metallici, ad impedire che vengano a galleggiare sul cloruro fuso [2]. Riuscì pure ad ottenere il cromo metallico [3] dalle soluzioni di suoi sali, dopo di aver accuratamente determinato le condizioni più favorevoli alla separazione dei metalli ed aver così scoverto la grande influenza che ha sull' andamento e sull' esito della elettrolisi la densità della corrente.

« Rivolse poi ogni cura a perfezionare il metodo della preparazione dei metalli alcalini e terrosi [4] mercè l' elettrolisi dei loro sali fusi, metodo che fu tanto fecondo in mano sua ed in mano dei suoi allievi sopratutto del

[1] Annali di Liebig, *38*, 311 (1841); Annali di Poggendoff, *54*, 417 (1841); *55*, 565 (1842).

[2] Annali di Liebig, *82*, 137 (1852).

[3] Annali di Poggendorff, *91*, 619 (1854).

[4] Annali di Pogendorff, *92*, 648 (1854).

Matthiessen (1) e di Hillebrand e Norton (2) i quali due ultimi sono così riesciti ad ottenere allo stato metallico compatto il Cerio, il Lantanio ed il Didimio.

« Anche l'azione chimica della luce fu oggetto dello studio di Bunsen. Le ricerche in questo campo furono fatte in compagnia di Roscoe e pubblicate in più memorie dal 1855 al 1859 (3), che sono tuttavia considerate tra le più importanti pubblicazioni di chimica generale in questo secolo.

« Leggerò alcuni brani del giudizio che ne dà il prof. Ostwald, il quale volle ripubblicarle nella *Raccolta dei lavori classici delle scienze esatte* (4).

« Le ricerche fotochimiche di Bunsen e Roscoe, meritano il nome di « lavoro classico per due riguardi, in primo luogo perchè fondamentali « ed esemplari per il loro argomento, essendo state con esse le leggi gene- « rali che governano le azioni chimiche della luce, studiate sino allora « in alcuni punti ma non mai sistematicamente, sottoposte ad uno studio « esteso e particolareggiato che servì di fondamento e di punto di partenza « a tutte le ulteriori ricerche su questo soggetto, e perchè inoltre non si « può fare a meno di dichiararle non solo un esempio classico, ma l'esempio « classico per eccellenza di tutti i lavori sperimentali ulteriori nel campo « della Chimico-fisica. In nessun altro lavoro scientifico di quel tempo si « ritrova quel meraviglioso insieme di perizia fisica, chimica e di calcolo, « di acutezza nell'istituire le ricerche e di pazienza e perseveranza nell'ese- « guirle, di minuziosa diligenza nell'osservare ogni piccolo fenomeno ed infine « di larghe e profonde vedute sulle grandi questioni meteorologiche e co- « smiche ».

« Ciò che però tramanderà ai posteri più venerato il nome del Bunsen associato a quello di Kirchoff, è certamente l'introduzione dell'analisi spettrale fatta nel 1860, la quale può ben dirsi da loro scoverta (5). Non è mestieri in quest'aula di lungo ragionamento per dimostrare la fecondità dell'analisi spettrale, la quale condusse il Bunsen alla scoverta del Cesio e del Rubidio e dopo di lui condusse altri chimici alle scoverte del Tallio, dell'Indio, del Gallio e finalmente dell'Elio.

« Coll'analisi spettrale si è inoltre fondata la chimica siderea, e molto più ancora si aspetta da codesto metodo per chiarire la condizione di molti corpi celesti e forse la condizione medesima della materia in generale.

« Con quello splendido e celebre lavoro non si fermò l'attività del Bunsen; continuò invece ricerche e pubblicazioni di non lieve valore su diversi argo-

(1) Annali di Liebig, *94*, 107 (1855); Journal de pharmacie, *23*, 155 (1855).

(2) Annali di Poggendorff, *155*, 633 (1875); *156*, 466 (1875).

(3) » » » *96*, 373 (1855); *100*, 443, 481)1857; *101*, 235 (1857); *108*, 193 (1859).

(4) N. 34 e 38.

(5) Annali di Poggendorff, *110*, 161 (1860); *113*, 337 (1861).

menti tra i quali quelle sopra i metodi di determinare le densità di vapori (1) e quello importantissimo sugli spettri delle terre rare per mezzo delle scintille; ciò che giovò alla difficile separazione e riconoscimento di quei metalli rari. Nel 1870 poi pubblicò la descrizione di quel suo originale e celebre calorimetro a ghiaccio (2) col quale egli, prima, ed in seguito altri chimici, specialmente suoi allievi, determinarono i calorici specifici di molti metalli, sopratutto di quelli per la preparazione dei quali egli avea a disegno perfezionato il metodo elettrolitico. Così egli rettificò il peso atomico e le formule dei composti dell'Indio; e coi suoi proprî lavori direttamente, o con quelli dei suoi allievi o seguaci, eliminò non pochi dubbî sulle formule da attribuire ai composti di molti altri metalli trai quali a quelli del Cerio, Lantanio e Didimio. Si deve perciò riconoscere avere Egli notevolmente contribuito alla conferma ed accettazione del sistema dei pesi atomici attualmente in uso, e perciò alla razionale classificazione degli elementi poggiata su tal sistema.

« Nè voglio tacere che uno dei suoi allievi, il Pebal, guidato dai criterî del suo maestro, dimostrò sperimentalmente la dissociazione del vapore del cloruro di ammonio (3), confermando quello che era stato indovinato da me, e rimosse così l'ultimo ostacolo alla sicura applicazione della teoria di Avogadro e di Ampère.

« Il Bunsen invero non prese direttamente parte alle discussioni teoretiche che si agitavano in quel periodo della sua vita scientifica; ma non era stato indifferente all'argomento fondamentale della chimica, qual'era quello dei pesi atomici degli elementi e delle forme delle loro combinazioni (4). E quando ferveva su tal soggetto la polemica, egli si adoperava in silenzio a raccogliere dati sperimentali ed insegnare metodi per raccoglierne al fine di troncare i dubbî sulle quistioni pendenti.

« Questa fu sempre la sua missione.

« E la compì mirabilmente.

« L'ultimo lavoro da lui pubblicato nel 1887 riguarda un nuovo calorimetro a vapore (5) fondato sull'utilizzazione del calore latente di evaporiz-

(1) Metodi gassometrici 2ª ediz., pag. 154 (1877).

(2) Annali di Poggendorff. *141*, 1 (1870).

(3) Annali di Liebig, *123*, 199 (1862); *131*, 138 (1864).

(4) Nel 1860 essendomi avviato al Congresso dei chimici convocato a Karlsruhe da Weltzien, Wurtz e Kekulé per il settembre di quell'anno, mi fermai alcuni giorni ad Heidelberga ed ebbi occasione di conversare col Bunsen sull'argomento che si dovea discutere nel Congresso, cioè sulla scelta del sistema dei pesi atomici e della notazione dei loro composti. Egli si mostrò informato di ciò che io aveva pubblicato sull'argomento e su cui avea conversato col suo intimo amico Kopp; soddisfatto del tentativo di porre in accordo le deduzioni dai calorici specifici e dall'isomorfismo con quelle ricavate dall'applicazione della teoria di Avogadro, non discusse lungamente; ma la sua conversazione si rivolse subito ad enumerare le nuove esperienze da fare per troncare i dubbî.

(5) Annali di Wiedemann, *31*, 1 (1887).

zazione, e del quale Joly [1] aveva avuto contemporaneamente l'idea. Bunsen mostrò che con una disposizione opportuna si potevano ottenere risultati molto precisi; finora però l'apparato proposto non fu, per quanto io sappia, adoperato.

« Nel 1889 compiti i 78 anni mancandogli le forze fisiche, decise ritirarsi dall'insegnamento e visse in riposo fino all'agosto scorso.

« Non è certamente cosa lieta, sopra tutto per chi si avvicina a quell' età a cui dovrà seguir l'esempio di lui, imparare dal suo medico come egli passò quest' ultimo decennio della sua vita.

« Incominciò una lotta tra il desiderio che continuava in lui vivissimo di creare qualcosa col lavoro e l'impotenza prodotta dagli acciacchi fisici; tentò nei primi anni una ricerca sperimentale fatta coi soliti mezzi semplici, sopra non so quale questione di ottica; ma la vista dell'occhio sinistro, il solo che un'esplosione gli aveva lasciato intatto, si venne in tal modo indebolendo che egli dovè rinunziare al suo proposito. La conversazione degli amici a lui devoti potè sulle prime soddisfare il bisogno vivissimo in lui d'essere almeno informato dei più rilevanti progressi delle scienze naturali, ma anche l'udito veniva indebolendosi e questo conforto dovè sempre più ridursi. La melanconia che di lui s'impossessò non era in altro modo temperata che dalle gite nei boschi e nei monti da lui tanto amati. Un altro conforto però non gli mancò mai, e fu le prove di venerazione e benevolenza che gli venivano da tutti coloro che avevano goduto della sua intimità, e la serenità con cui poteva sempre guardare indietro tutta la sua vita spesa in beneficio della scienza e dell'insegnamento.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai signori Masoni, Brandza e Nallino.

Il Socio Cerruti fa omaggio, a nome dell'autore, della pubblicazione, avente per titolo: *Aritmetica particolare e generale*, del prof. Amodeo.

Il Socio Capellini offre una pubblicazione del Socio straniero Karpinsky, ed un suo lavoro: *Sulle balenottere mioceniche di S. Michele presso Cagliari*, e ne discorre.

Il Corrispondente Finali presenta l'opera del dott. C. Tonini, intitolata: *La cultura letteraria e scentifica di Rimini dal secolo XIV al secolo XIX*, e ne parla.

[1] Proc. Roy. Soc. ,*41*, 248, 352 (1887).

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Buffalo; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; il Museo di storia naturale di Bruxelles; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società Veneto-Trentina di scienze naturali di Padova; la Società zoologica di Londra; la R. Scuola d'applicazione per gl'ingegneri di Roma; il Corpo Reale delle Miniere di Roma; l'Istituto geografico militare di Vienna; le Università di Leipzig, di Giessen e di Freiburg.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 3 dicembre 1899.

Amodeo F. — Aritmetica particolare e generale. Vol. I degli Elementi di matematica. Napoli, 1900. 8°.

Bachmetiew P. — Ueber die Temperatur der Insekten nach Beobachtungen in Bulgarien. Leipzig, 1899. 8°.

Baggi V. — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 66, 66bis. Torino, 1899. 8°.

Al-Battānī sive *Albatenii*. Opus astronomicum ad fidem Codicis escurialensis arabice editum, latine versum, adnotationibus instructum a C. A. Nallino. Pars. III. Romae 1899. 4° (Pubbl. R. Oss. di Brera n. XL 3).

Bonetti I. — Discorso per la solenne commemorazione del prof. C. Razzaboni. Bologna, 1899. 8°.

Brandza D. — Flora Dobrogei. Bucuresci, 1898. 8°.

Calandruccio S. — Sulle trasformazioni dei leptocefalidi in murenoidi. Catania, 1899. 8°.

Capellini G. — Balenottere mioceniche di S. Michele presso Cagliari. Bologna, 1899. 4°.

Carnera L. — Le ore di sole a Torino rilevate mediante l'eliofanometro nel triennio 1896-98. Torino, 1899. 8°.

Cavani F. — Elogio storico del prof. C. Razzaboni. Bologna, 1899. 8°.

Congresso (Il) di Bologna e le onoranze al prof. C. Razzaboni. Firenze, 1899. 8°.

De Angelis d' Ossat G. — I sofismi e le scienze naturali. Siena, 1899. 4°.

Gaillard C. — À propos de l'ours miocène de la Grive-Saint-Alban (Isère). Lyon [1899] - 8°.

Gallardo A. — Algunas reflexiones sobre la especifidad celular y la teoria fisica de la vida de Bard. Buenos Aires, 1899. 8°.

Id. — Notas fitoteratologicas. Buenos Aires, 1899. 8°.

Hulth J. M. — Oefversikt af faunistiskt och biologiskt vigtigare litteratur rörande Nordens Fåglar. Stokholm, 1899. 4°.

Karpinsky A. — Ueber die Reste von Edestiden und die neue Gattung Helicoprion. St. Petersburg, 1899. 8°.

Longo B. — Contribuzione alla cromatolisi (picnosi) nei nuclei vegetali. Roma, 1899. 4°.

Maragliano D. — Di alcune particolarità di struttura dell' Olecrano. Firenze, 1899. 8°.

Masoni U. — Corso di idraulica. 2ª ediz. Napoli, 1900. 8°.

Muggia A. — Parole per la inaugurazione del ricordo marmoreo dedicato al prof. C. Razzaboni. Bologna, 1899. 8°.

Naccari A. — Dell' influenza delle condizioni meteoriche sulla mortalità nella città di Torino. Torino, 1899. 8°.

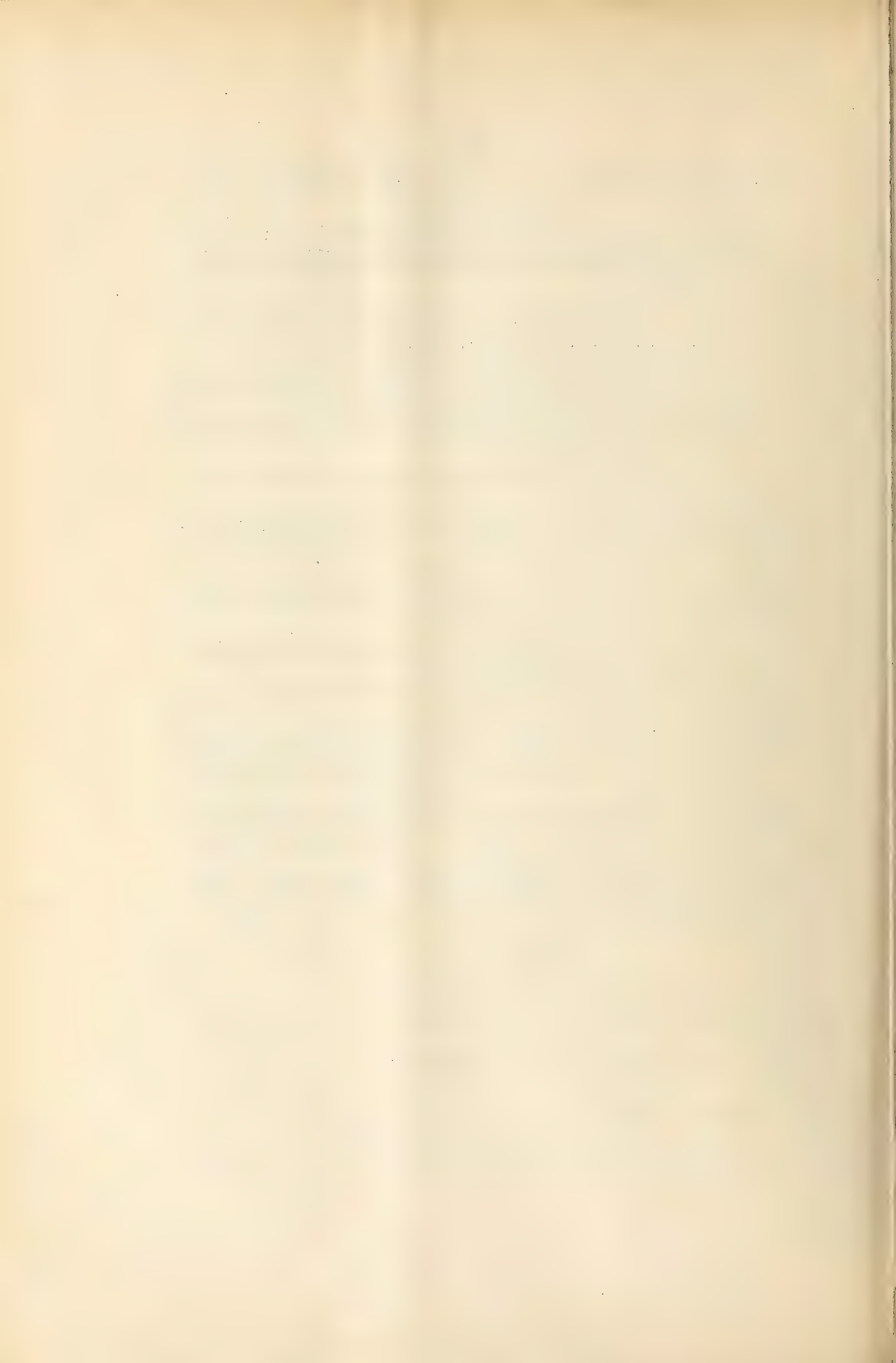
Id. — Intorno alla resistenza ed alla carica residua dei dielettrici liquidi a varie temperature. Torino, 1899. 8°.

Pflüger E. — Ueber den Einfluss welchen Menge und Art der Nahrung auf die Grösse des Stoffwechsels und der Leistungsfähigkeit ansüben. Bonn, 1899. 8°.

Reina V. — Determinazioni di latitudine e di azimut eseguite nel 1898 nei punti Monte Mario — Monte Cavo — Fiumicino. Firenze, 1899. 4°.

Roberto G. — I vortici. Torino, 1899. 8°.

Scuola (R.) di applicazione degli ingegneri di Bologna. Notizie generali. Bologna, 1899. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 dicembre 1899.

A. Messedaglia Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Intorno ad alcuni modi per correggere e per evitare l'errore di capillarità negli areometri a peso costante e a volume costante ed intorno ad alcune nuove forme dei medesimi.* Nota I di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

1. *Metodo del Marangoni per correggere l'errore di capillarità.* — Gli areometri a peso costante per la loro semplicità e per la proprietà di essere autoindicatori, sono frequentemente in uso, nonostante l'errore non piccolo causato dalla tensione superficiale dei liquidi nei quali si fanno galleggiare e nonostante i perfezionamenti e le semplificazioni che hanno subìto altri strumenti destinati allo stesso scopo, come la bilancia di Mohr, gli areometri di Reimann e di Lohnstein ecc.

Non credo che finora siano stati proposti altri metodi per correggere o per evitare l'errore suddetto in tali areometri, all'infuori di quello del Marangoni il quale usando due areometri di pesi e volumi diversi ma con tubi dello stesso diametro e considerando per ciascun liquido non i singoli pesi ed i singoli volumi immersi, ma le loro differenze, è riuscito ad eliminare per differenza l'errore suddetto. Il Sandrucci (Nuovo Cimento, 1895) giunge allo stesso risultato usando essenzialmente lo stesso metodo e la stessa formula, ma invece di usare due areometri ne usa uno solo, di cui fa variare peso e volume aggiungendo o togliendo un peso addizionale.

Questo metodo del Marangoni è certamente diretto, di esito sicuro ed anche di uso facile. Le serie di areometri molto sensibili, valevoli per tutte le

densità più comuni, cioè da 0,700 ad 1,850 si compongono necessariamente di molti areometri (talora oltre 20) e sono perciò accompagnate da un areometro cercatore, di piccolo volume e corta scala, che serve per dare un valore approssimativo della densità cercata e quindi indicare quale degli areometri della serie conviene al liquido di cui si cerca la densità; ora quest' areometro cercatore può servire altresì per effettuare la correzione col metodo del Marangoni. Giova anzi notare che è molto utile, ma non indispensabile, che tutti gli areometri della serie ed il cercatore abbiano tubi dello stesso diametro; inoltre si può evitare il calcolo colla formula del Marangoni ed invece leggere direttamente la densità cercata nell' areometro sensibile, ed apportarvi poi la correzione per la capillarità, dedotta dall' indicazione dell' areometro cercatore e che con una opportuna costruzione degli areometri può aversi senza calcolo. Difatti la condizione d' equilibrio d' un areometro galleggiante può scriversi: $d = (p + 2\pi RF) : v$ essendo p ed R il peso dell' areometro ed il raggio del suo tubo ed essendo d ed F la densità esatta e la tensione superficiale, in senso verticale, del liquido; ossia $d = D + 2\pi RF : v$ essendo D la densità erronea del liquido, quale è data direttamente dall' areometro ed affetta dall' errore di capillarità. Per il cercatore si avrà invece: $d = D' + 2\pi R'F : v$ e quindi eliminando $2\pi F$ si ricava:

$$d = D + \frac{D - D'}{R'v/Rv' - 1}$$

ossia la densità esatta è uguale alla densità data direttamente dall' areometro sensibile, più una correzione espressa dal 2° termine. Scegliendo convenientemente i volumi degli areometri ed i diametri dei tubi, si può fare in modo che il denominatore del 2° termine sia 1 oppure 10; così nel caso di $R = R'$ per $v = 2v'$ oppure per $v = 11v'$ s' avrebbe:

$$d = D + (D - D') \quad \text{oppure} \quad d = D + \frac{D - D'}{10}$$

formule molto semplici che si calcolano rapidamente. È utile notare che l' errore di capillarità $d - D$ è in ragione inversa del volume immerso ed in ragione diretta del diametro del tubo.

2. *Altro metodo semplice per determinare l' errore di capillarità.* — Un metodo per determinare e quindi correggere l' errore di capillarità, che ha il vantaggio di non richiedere un areometro supplementare, che non sempre si ha disponibile, e che si applica molto facilmente anche agli areometri a volume costante, è quello fondato sulla legge seguente, ovvia, ma che non ho veduto nè espressa nè applicata in nessun caso. La legge è che: *l'abbassamento che subisce un areometro per effetto della tensione superficiale del liquido nel quale galleggia, è uguale all' innalzamento medio che esso liquido subisce in un tubo aperto di ugual diametro*, e più generalmente la

depressione e l' innalzamento suddetti stanno come i raggi o i perimetri dei tubi rispettivi.

Quindi, se si prende un tubo aperto ai due capi, tale che il tubo dell' areometro vi entri giusto senza oscillarvi, e s' immerge il tubo parzialmente e verticalmente nel liquido, usando tutte le cure perchè il menisco vi si formi nelle stesse condizioni come attorno al tubo dell' areometro, l' altezza media del liquido nel tubo aperto rappresenta e misura di quanto il punto d' affioramento corretto dall' errore di capillarità sta al disotto del livello del liquido o del punto d' affioramento che realmente si osserva. Non occorre scala speciale per misurare l' altezza del liquido nel tubo aperto, potendo servire quella dell' areometro; l' errore derivante dal fatto che nelle scale dei densimetri la lunghezza degl' intervalli varia coll'altezza, è trascurabile; per altezza media si può prendere l'altezza del punto più basso del menisco al disopra del livello esterno, aumentata di $^1/_3$ dell' altezza del menisco stesso.

Se però, come spesso avviene, il tubo dell' areometro fosse piuttosto largo, l' altezza capillare in un tubo di ugual diametro sarebbe molto piccola e gli errori di parallasse, di lettura, e dell'apprezzamento del valor medio sarebbero relativamente molto grandi; in questo caso è utile di usare un tubo aperto di diametro metà o un terzo di quello dell'areometro e dividere rispettivamente per due o per tre l'altezza capillare osservata. Si può anche rendere più facile e più esatta la lettura dell'altezza capillare nei tubi un po' larghi facendovi galleggiare, entro il tubo, un dischetto di lamina sottile di mica o anche di metallo, e giova anche per osservare nettamente la posizione del livello esterno farvi galleggiare un disco della stessa lamina con un foro pel quale passa liberamente ma senza troppo intervallo il tubo suddetto. In tal modo i menischi iu massima parte si spianano, e l' errore di parallasse si evita facilmente collocando l' occhio rispettivamente nel piano dei due dischi che funzionano come ottimi indici del livello del liquido.

Se il menisco non si forma regolarmente, sia dentro il tubo aperto che attorno al tubo dell' areometro, converrà pulire questi tubi nei modi soliti, ed a tal proposito è da notare che lo spirito del commercio, forse perchè impuro, è spesso inefficace, anzi dannoso, e l' acido nitrico bollente incomodo ad usarsi; invece la soluzione calda di carbonato sodico o di liscivia è comoda nell'uso ed efficace.

Che l' uguaglianza affermata dalla legge suddetta si verifichi, almeno in teoria, è pressochè evidente; in entrambi i casi essendo uguali la tensione superficiale, l' angolo di raccordamento ω e il contorno della superficie liquida a contatto del vetro, saranno pure uguali le forze che equilibrano questa tensione lungo il contorno suddetto, cioè il peso della colonnetta liquida sollevata nel tubo capillare, ed il peso della colonna di liquido spostata dall'areometro per effetto d'essa tensione. Se h è l'altezza di queste colonnette, F la tensione superficiale per mm., ω l'angolo di raccordamento ed R il raggio

esterno del tubo dell'areometro e quello interno del tubo aperto, in entrambi i casi per l'equilibrio deve essere:

$$2\pi R.F \cos\omega = \pi R^2 hd\,, \quad h = \frac{2F\cos\omega}{Rd}\,, \quad F\cos\omega = \frac{Rh}{2}\,d.$$

Che l'angolo di raccordamento non dipenda dalla forma della superficie del solido, risulta dall'esperienze del Volkmann (Wied. Ann.); tuttavia, siccome queste esperienze, come pure quelle del Wilhelmy (Pogg. Ann.), che determinò colla bilancia la trazione che la superficie liquida esercita su una lamina o su un cilindro immersovi parzialmente, sono state eseguite in condizioni e con apparecchi molto diversi da quelli soliti per le determinazioni cogli areometri, ho creduto utile eseguire qualche esperienza in queste ultime condizioni e direttamente sugli areometri, rendendo inoltre la depressione prodotta negli areometri galleggianti dalla tensione superficiale del liquido permanentemente visibile e paragonabile coll'altezza capillare in un tubo aperto di ugual diametro, dimodochè queste esperienze si prestano anche per la dimostrazione nella scuola, e a tale scopo mi sono servito della disposizione seguente.

3. *Modo semplice per evitare l'errore di capillarità negli areometri a scala.* — Se si infila il tubo d'un areometro o densimetro dei soliti, in un dischetto forato ossia anello piano, di lamina sottile metallica, che possa scorrere facilmente su esso tubo e star fermo per attrito a un'altezza qualsiasi, e sia largo p. es. 1 mm. o 2, e s'immerge l'areometro in un liquido finchè questo giunga all'orlo del dischetto, la superficie liquida aderisce a questo orlo piuttosto tenacemente (più per l'acqua, meno per l'alcool, meno ancora per il petrolio) e può incurvarsi all'insù o all'ingiù per un certo tratto senza staccarsene o oltrepassarlo. Quindi se il dischetto è stato collocato sufficientemente vicino al punto d'affioramento e si lascia libero, con precauzione, senza urti, l'areometro, la superficie liquida continua ad aderire all'orlo suddetto incurvandosi verso l'alto o verso il basso a seconda che il dischetto è al disopra o al disotto della posizione esatta del punto d'affioramento. Regolando la posizione del disco si può ottenere che la superficie liquida si mantenga perfettamente piana e orizzontale, ciò che si scorge agevolmente osservandovi per riflessione gli oggetti circostanti, ed in tal caso la tensione superficiale non ha componente verticale, e quindi non agisce sulla posizione dell'areometro il cui punto d'affioramento è così quello esatto senza errore di capillarità [1].

Per ottenere che il dischetto possa scorrere lungo il tubo dell'areometro ma non caschi per effetto del suo peso, si può procedere in varî modi facili a

[1] Il principio di questo metodo è dovuto al Lohnstein che l'ha usato nell'areometro a volume costante (Wied. Ann. XLIV, pag. 61, 1891; Zeitschr. für Istrumentenkunde 1894).

immaginarsi. Si può usare un dischetto con un foro un po' piccolo,senz'altro, e le sbavature del foro possono fare da molla; converrà in tal caso prima fare il foro nella lamina sottile e poscia ritagliarla intorno al foro; però questo dischetto facilmente si sforma, e specialmente se il tubo non è ben cilindrico facilmente o non scorre, o casca. Si può saldare al dischetto due alette o striscie un po' cilindriche, le quali s' appoggino sul tubo e facciano da molla, e affinchè il liquido non salga lungo di esse, occorrerà che siano saldate nel mezzo della striscia piana del disco ad ugual distanza dal tubo e dall'orlo; niente vieta che le alette si trovino al disotto del disco e stiano immerse nel liquido. Alle alette si può anche sostituire un'elica di filo metallico (della quale si può a volontà diminuire il diametro, stirandola), coll' avvertenza suddetta di saldare il filo nel mezzo della striscia piana. Si può anche fare a meno di saldare il dischetto all' elica; usai un dischetto di mica, con un foro un pochino troppo grande tale che il tubo dell'areometro vi scorresse liberamente, così l' areometro e il dischetto galleggiavano indipendentemente, abbassando però l'elica finchè veniva a contatto col disco, tale indipendenza cessava e si poteva far sparire il menisco come nei casi precedenti.

Finalmente si può anche usare una fascetta o tubetto di lamina metallica un po' sottile (spessa p. es. da $^1/_{10}$ a $^1/_2$ mm.), che faccia molla e possa così scorrere e fermarsi lungo il tubo. La si prepara facilmente avvolgendo strettamente per circa 2 spire una striscia rettangolare di lamina metallica, saldando il lembo esterno mentre quello interno fa da molla, e rendendo ben piano l' orlo superiore, al quale si fa poi aderire la superficie liquida.

Si può credere a prima vista che questo metodo così semplice, il quale sopprime con perfetta sicurezza l' errore di capillarità, renda inutile il metodo precedente che serve a correggerlo mediante l' altezza capillare nel tubo aperto, ma in realtà anzi i due metodi si completano reciprocamente. Il metodo dell' altezza capillare dà direttamente e automaticamente, con una precisione spesso sufficiente, la grandezza dell' errore che si vuol correggere; questa inoltre può servire per stabilire con molta approssimazione la posizione del dischetto corrispondente all' affioramento esatto, evitando così una serie di tentativi specialmente penosi se il liquido aderisce poco all' orlo del disco e facilmente lo oltrepassa. D' altra parte l' uso del dischetto scorrevole, per determinare la posizione esatta del punto d'affioramento, dà modo d'assicurarsi se la correzione ottenuta col metodo precedente è realmente esatta, e di renderla facilmente tale se non lo è.

Ho eseguito alcune esperienze per paragonare i risultati dei due metodi e per verificare come fosse soddisfatta in pratica la legge espressa nel paragrafo precedente. Ho sperimentato anzitutto con un areometro con tubo molto sottile (2,14 mm. di diametro) nel quale potevo impedire la formazione del menisco mediante una fascetta scorrevole di lamina sottile d' ottone, ed inoltre ho usato un tubo aperto ai due capi di 2,38 mm. di diametro interno (mi-

surato al pari di quello dell' areometro con un microscopio a debole ingrandimento munito di micrometro oculare). Pur volendo operare nelle condizioni solite delle misure areometriche, non mi parve utile trascurare affatto ogni cura nella ripulitura delle superfici dell'acqua e del vetro. Perciò usai acqua ricevuta direttamente dal rubinetto della condotta, e ne rinnovai spesso la superficie facendo traboccare l'acqua dal recipiente; inoltre lavai il tubo dell' areometro con soluzione calda di carbonato sodico, fregando con uno straccetto tenuto da un manico di vetro, ed evitando di tenere l' areometro direttamente colle dita; per il tubo aperto, che era vecchio e coperto di polvere e cristallizzazioni, usai prima acido nitrico caldo e poscia la soluzione suddetta.

Immerso parzialmente il tubo aperto nell' acqua, colle solite cure perchè il livello interno vi assuma una altezza costante, il valore medio di questa risultò di mm. 13,0, quindi secondo la legge di Jurin, in un tubo di 2,14 mm. di diametro interno essa altezza sarebbe stata di 14,46 mm.

Immerso contemporaneamente l' areometro nell' acqua, colla fascetta scorrevole completamente immersa, e lasciando che si formasse il menisco, determinava col catetometro la posizione della sommità dell' areometro, quindi sollevato questo tanto da poter asciugare bene con carta da filtro il tubo e la fascetta, collocavo questa in modo che facendo galleggiare con precauzione l'areometro, la superficie liquida aderente all'orlo superiore della fascetta rimanesse piana, giovandomi della determinazione fatta col tubo aperto, Determinavo allora la nuova posizione della sommità dell' areometro, che risultò più alta della precedente di 14,4 mm., valore che ottenni anche ripetendo l' esperienza e dopo rinnovata la superficie dell' acqua e lavato nuovamente con soluzione sodica e con acido nitrico bollente il tubo dell' areometro. Questo valore differisce pochissimo da quello trovato per l' altezza capillare, ciò che conferma la legge suddetta e fornisce per la tensione superficiale F cos ω, il valore 7,7 mgr. per millimetro.

Se allorquando l' areometro galleggia senza menisco, lo si abassa in modo che l'acqua oltrepassi l'orlo superiore della fascetta e salga lungo il tubo, il menisco si forma nel modo solito, e l'areometro viene a subire la depressione dovuta alla tensione superficiale, e siccome il punto d'affioramento esatto è indicato dall' orlo superiore della fascetta, rimane apparente e verificabile, sia sopra apposita scala, oppure facendo uso del catetometro, che esso punto si trova tanto al disotto del livello generale quanto il livello medio nel tubo aperto ne rimane al disopra. La posizione del punto d' affioramento senza menisco, se ben determinata, rimane invariabile, quella col menisco invece col tempo s' abbassava lungo il tubo (ossia l' areometro si sollevava), ma ritorna al valore primitivo se si rinnova la superficie dell' acqua.

Sperimentai anche con un areometro pesa-vino il cui tubo aveva 3,70 mm. di diametro, nel quale la depressione prodotta dalla tensione superficiale (e misurata col catetometro, perchè la scala dell' areometro era troppo grosso-

lana) risultò di 8,0 mm. mentre in un tubo aperto di 3,80 mm. di diametro l'altezza capillare risultò di 7,6 mm. ossia di 7,8 mm. per un tubo di 3,70 mm. Anche in questo caso l'accordo fra l'altezza capillare e la depressione dell'areometro è sufficiente, e la tensione superficiale F cos ω risulta id 7,3 mgr. per millimetro.

È da notare che con questo areometro la posizione del punto d'affioramento con menisco variava col tempo più rapidamente che non con l'areometro precedentemente usato, e che invece nel tubo aperto l'altezza capillare variava pochissimo. Invece in un altro tubo aperto di diametro quasi uguale ed immerso accanto al primo, l'altezza capillare, inizialmente uguale in entrambi, decresceva rapidamente, tanto che col tempo essi presentavano una differenza di circa 1 mm. Non ho avuto campo di stabilire se tale differenza nel modo di comportarsi dipenda da un'imperfetta pulitura, ciò che però mi pare poco probabile a causa delle ripetute puliture con acido nitrico, oppure dalla natura speciale del vetro e della sua superficie; però sarà utile che possibilmente l'areometro e il tubo aperto presentino tale inconveniente in grado poco sensibile.

Fisica. — *Sull' interruttore elettrolitico di Wehnelt* [1]. Nota dei dottori R. Federico e P. Baccei, presentata dal Corrispondente Battelli.

1. Molte ricerche importanti sono state fatte sull'interruttore elettrolitico di Wehnelt, sia per misurare il numero delle interruzioni, sia per vedere in qual modo le condizioni diverse ne modifichino l'andamento.

Colle presenti esperienze noi abbiamo potuto determinare, oltre il numero *esatto*, anche la forma delle interruzioni; portando così un contributo per stabilire in modo chiaro il meccanismo del fenomeno, e agevolando lo studio dell'influenza di cause esteriori sul funzionamento dell'apparecchio.

2. *Determinazione del numero e della forma delle interruzioni.* — Abbiamo pensato, per la determinazione del numero delle interruzioni, ad un metodo più rigoroso di quelli usati precedentemente; metodo che nello stesso tempo ci ha permesso di rilevare la forma delle correnti interrotte: ciò che non era stato fatto ancora.

Per ottenere tale scopo, in serie col Wehnelt, oltre al rocchetto di induzione, abbiamo posto orizzontalmente un solenoide S (fig. 1), formato con parecchi strati di grosso filo di rame, avvolti su un nucleo di legno, attraversato da una canna di vetro CC nel senso della sua lunghezza. Cotesta canna venne riempita con solfuro di carbonio puro.

Un fascio di raggi di luce solare erano diretti da un eliostata E, lungo l'asse della canna, attraversavano due nichol N, N' posti l'uno prima, l'altro

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa.

dopo del solenoide e venivano concentrati da una lente L su un nastro di pellicola fotografica avvolta sulla periferia di una puleggia P. Questa era fissata sull'asse di un piccolo motore elettrico e poteva girare con una velocità di 40 giri al secondo. Le varie parti di questo apparecchio, collegate rigidamente fra loro, erano racchiuse in una grande scatola di legno colle

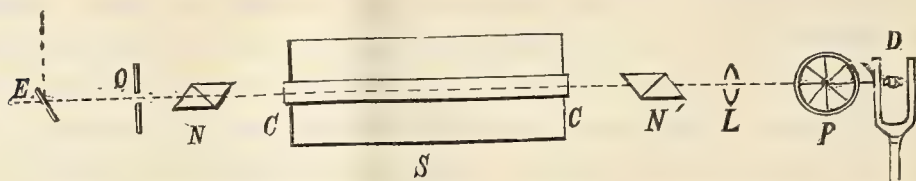



Fig. 1.

pareti interne annerite e munita di una sola apertura chiusa da un otturatore pneumatico O, il quale permetteva ai raggi del sole di penetrare solamente per un istante e al momento voluto, dentro la cassetta medesima.

Dopo ciò il modo di funzionare dell' apparecchio non ha bisogno di ulteriori spiegazioni. Ponendo i due nichol all' estinzione e facendo poi scattare l' otturatore nel mentre la corrente passa per il Wehnelt, e il motorino è in moto, si ottiene sopra la pellicola, — dopo lo sviluppo — una striscia nera con interruzioni sfumate: tale che ad ogni istante l' intensità dell' impressione fotografica è funzione dell' intensità della corrente interrotta dal Wehnelt.

Per computare la velocità del motore abbiamo adoperato un diapason elettrico D (di cui si conosceva il numero delle vibrazioni per secondo), che si faceva agire solo al momento dell' esperienza, e la cui punta andava a scrivere direttamente su d' un nastro di carta avvolto sulla stessa puleggia del motorino accanto al nastro fotografico (fig. 1).

Un amperometro misurava l' intensità della corrente che attraversava l' interruttore a meno di $^1/_4$ di Ampère; un voltmetro la caduta di poten-

Fig. 2.

ziale attraverso il Wehnelt a meno di $^1/_2$ volta. In serie col Wehnelt oltre al solenoide si trovava un rocchetto Ruhmkorff, di media grandezza, in cui tenevamo la distanza esplosiva a circa 15 mm.

3. La fig. 2 è un disegno (non ben perfetto nelle sfumature) di un piccolo tratto di striscia fotografica scelta a caso fra quelle che possediamo. Dall' esame di esse appare che il tempo per cui la corrente resta praticamente interrotta, è in media il sesto circa di quello che decorre fra due interruzioni successive. Oltre a ciò, fino al momento della interruzione, l' intensità della corrente si mantiene quasi costante, e solo un momento prima decresce rapida-

mente. Essa forse non si annulla mai, come apparisce dalla tinta grigia che ha l' interruzione nella prova fotografica; ma raggiunge un valore limite.

L' intervallo fra due interruzioni consecutive è molto variabile, al contrario di quel che succede per la durata delle interruzioni. E precisamente, col crescere del numero delle interruzioni, la durata di queste sembra rimanere presso a poco la stessa, mentre diminuisce quasi unicamente il tempo per cui dura il passaggio della corrente.

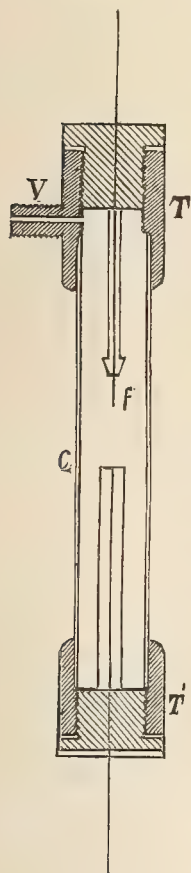
4. Utilizzando il nostro metodo, tentammo di decidere se un forte campo magnetico avesse influenza sul funzionamento dell' apparecchio. Per ciò ricordiamo come molti sperimentatori hanno avuto risultato negativo, mentre il Rossi [1] osservò un' influenza marcata del magnetismo. Egli adoperò un elettromagnete Faraday-Ruhmkorff, eccitato da nove accumulatori Tudor, con i poli ovoidi a 4 cm. di distanza. Fra di essi era il Wehnelt di forma speciale, in modo che l' elettrodo attivo, lungo 25 mm., era disposto colla punta fra i poli del campo magnetico. Questo, secondo il Rossi, agisce come per *soffiar via* la guaina incandescente dell'elettrodo attivo, facendo così innalzare la tensione massima ai poli del secondario.

Nelle nostre esperienze facemmo uso di un Wehnelt costituito da una canna *C* di vetro (fig. 3) del diametro esterno di circa 2, cm., la quale era chiusa alle estremità da due tappi di ottone a vite *T*, *T'*. Di questi il superiore portava l'elettrodo attivo *f*, costituito da un filo di platino del diametro di circa $^{2}/_{10}$ mm. e lungo circa 15 mm.; il tappo inferiore invece portava l' elettrodo inattivo, costituito da una lamina di piombo di 10 × 10 cmq. avvolta a cartoccio-spirale. Come magnete adoperammo una grandissima elettrocalamita a ferro di cavallo, munita di espansioni polari terminate da piccole superfici ovoidi. Le punte di tali espansioni toccavano la canna del Wehnelt da noi adoperato, e quindi erano distanti 2 cm. fra loro. L' elettrodo attivo era posto all' altezza delle punte delle espansioni polari. L' intensità del campo magnetico era circa 12.000 unità [C. G. S.]. Sotto l' azione di tale campo, non abbiamo mai riscontrato cambiamento nel numero delle interruzioni per secondo. Ma la durata dell' interruzione era leggermente più piccola, e l' intensità della corrente passava quasi istantaneamente dal valore massimo a quello minimo. Nelle prove fotografiche i tratti neri s' interrompevano quasi senza sfumatura alcuna. Da questo fatto, che conferma le vedute del Rossi, probabilmente dipendono i risultati da lui ottenuti; e invero la maggior rapidità dell' apertura del circuito deve produrre una f. e. m. indotta più elevata.

Fig. 3.

(1) N. Cimento, serie 4ª, vol. X, p. 199; 1899.

Inoltre il funzionamento dell' apparecchio sotto l' influenza del campo magnetico diventa ancora più irregolare che nelle condizioni ordinarie; le interruzioni non si succedono a intervalli uguali, cioè nelle prove fotografiche difficilmente si riscontrano due tratti neri della stessa lunghezza.

5. Risultati interessanti abbiamo pure ottenuti col variare la natura del liquido contenuto nell' interruttore. Abbiamo sperimentato con diversi liquidi, ma buoni risultati abbiamo ottenuto soltanto con una soluzione acquosa di bicromato di potassio e di acido solforico, che abbiamo preparato sciogliendo 10 parti in peso delle due sostanze in 100 parti di acqua.

I vantaggi che si hanno adoperando una tale soluzione, invece dell' acqua acidulata, sono diversi. Prima di tutto, colla stessa intensità di corrente e colla stessa f. e m. nel circuito primario, il numero delle interruzioni è assai maggiore quando si adopera la soluzione di bicromato.

Diamo qui alcuni numeri che meglio dimostrano il confronto fra i due liquidi. Le esperienze sono state eseguite collo stesso apparecchio cambiando il liquido e lasciando inalterate le altre condizioni:

1.°

Soluzione di bicromato e acido solforico.

Caduta di potenziale attraverso il Wehnelt . . .	38 Volta
Intensità della corrente	5 Ampère
Numero delle interruzioni al secondo.	820

Soluzione di acido solforico al 10 °/₀.

Caduta di potenziale attraverso il Wehnelt . . .	34 Volta
Intensità della corrente	5,3 Ampère
Numero delle interruzioni al secondo.	580

2.°

Soluzione di bicromato e acido solforico.

Caduta di potenziale attraverso il Wehnelt . . .	59 Volta
Intensità della corrente	5,3 Ampère
Numero delle interruzioni al secondo.	940

Soluzione di acido solforico al 10 °/₀.

Caduta di potenziale attraverso il Wehnelt . . .	47 Volta
Intensità della corrente	6 Ampère
Numero delle interruzioni al secondo.	620

Si vede adunque come con un' intensità minore di corrente, coll' uso del bicromato si abbia una frequenza nelle interruzioni di circa una volta e mezza maggiore che con l' uso del solo acido solforico. La caduta di potenziale attraverso il Wehnelt è leggermente maggiore col primo liquido che col secondo.

La soluzione di bicromato presenta altri vantaggi. È noto come nell' interruttore Wehnelt in funzione, l' acqua acidulata entra in grande agitazione e acquista l' aspetto di una massa in tumultuosa ebollizione. Ben presto poi diventa lattiginosa, e tale si mantiene anche quando l' apparecchio cessa di agire, ritornando limpida soltanto dopo qualche tempo. Oltre a ciò il liquido rapidamente si riscalda e sale presto dalla temperatura dell' ambiente fino a circa 80° o 90° C. Infine a lungo andare il filo attivo di platino si ricopre di qualche incrostazione e l' apparecchio cessa dal funzionare.

Adoprando invece la soluzione di bicromato, si è sorpresi della regolarità con cui funziona l' interruttore. La soluzione si mantiene limpidissima e lo sviluppo gasoso è solo limitato attorno all' elettrodo attivo, senza che si estenda al resto della massa liquida. Le bollicine gasose vengono quietamente alla superficie liquida che resta quasi piana: tutto procede senza quel grande strepito che accompagnava di solito simili apparecchi. L' elettrodo di piombo si mantiene ben pulito, e nessun sale si forma a intorbidare la soluzione, che anche dopo lungo tempo si mantiene limpida. Infine il riscaldamento del liquido avviene molto meno rapidamente che con l' uso della soluzione di acido solforico, e solo dopo lungo andare si raggiunge la temperatura di circa 80°.

L' unico inconveniente che presenta l' uso della soluzione di bicromato di potassio è quello di alterarsi col tempo. Infatti il liquido annerisce lentamente e tende a perdere le sue qualità. Ma ciò avviene dopo lungo uso, e d' altra parte, anche quando il liquido stesso è diventato del tutto nero, l' apparecchio continua ad agire presso a poco come se contenesse una soluzione di solo acido solforico.

CONCLUSIONI

I risultati ottenuti ci permettono di concludere:

1.° Nell' interruttore elettrolitico di Wehnelt le interruzioni non si succedono tutte ad intervalli uguali.

2.° Le interruzioni della corrente hanno durata brevissima, in media $^1/_6$ del tempo che trascorre fra un' interruzione e la successiva.

3.° Durante l' interruzione la corrente non si annulla del tutto, ma acquista un valore minimo, variabile leggermente da un' interruzione all' altra e variabile colle altre condizioni che influiscono sul numero delle interruzioni.

4.° Un forte campo magnetico non ha influenza sul numero delle interruzioni per secondo, ma sulla durata e la forma di esse; ossia sotto l' azione del campo le interruzioni hanno una durata più piccola, e l' intensità della corrente passa quasi istantaneamente dal valore massimo al minimo.

5.° Variando l' elettrolito dell' interruttore, varia anche il numero delle interruzioni; adoperando una soluzione di bicromato di potassio e di acido solforico che contenga 10 di bicromato e 10 di acido per ogni 100 parti in

peso di acqua, il numero delle interruzioni è all' incirca una volta e mezza maggiore che adoperando una soluzione di solo acido solforico al 10 %.

6.° Oltre a ciò, con l'uso del bicromato potassico, il liquido non s' intorbida, l' agitazione per lo sviluppo gassoso è minima, e viene anche ridotto il riscaldamento, il quale si effettua assai lentamente.

Fisica. — *Sull' interruttore di Wehnelt.* Nota del dott. O. M. Corbino [1], presentata dal Socio Blaserna.

1. Sembra ormai fuori dubbio che nell' interruttore di Wehnelt più che l'azione elettrolitica intervenga l'azione termica della corrente. L' idea, messa già innanzi dallo stesso Wehnelt, è stata sviluppata analiticamente in un pregevole studio del Simon [2].

Questi ebbe a constatare che, per un dato interruttore, al variare delle condizioni del circuito (autoinduzione e resistenza) e della forza elettromotrice agente, il numero di interruzioni per secondo si modifica in modo che la quantità di calore svolta all' anodo a ogni periodo è una quantità costante.

Partendo da questo fatto e ammettendo che la costante di tempo del circuito sia una frazione piccolissima del periodo di interruzione, egli pervenne alla espressione seguente per la durata

$$T = \frac{3}{2}\frac{L}{w} + \frac{C_1 w}{E^2} + T_2$$

ove L indica l'autoinduzione e w la resistenza del circuito, E la forza elettromotrice agente, C_1 una costante per un dato interruttore e T_2 il tempo durante il quale la corrente resta interrotta. La formula può essere semplificata osservando che, secondo l'esperienza, T_2 è nullo.

L' influenza dell'autoinduzione, oltre che dal Simon, era stata già segnalata non solo dal Wehnelt, ma da tutti coloro che si occuparono dell' argomento; ed era stato trovato che il numero d' interruzioni diminuisce al crescere dell' autoinduzione del circuito, e, veramente, non dell' autoinduzione *propria* (del solo circuito primario con o senza ferro) ma dell'*apparente*, cioè di quella che dipende anche dalla presenza di altri circuiti o di masse metalliche che reagiscono su quello da cui subiscono l' induzione.

Quando il circuito secondario o altri circuiti parassiti sono in presenza, non è possibile determinare a priori il valore dell' autoinduzione apparente del primario, poichè essa dipende, oltre che dalla posizione, dalle dimensioni e dalla natura dei primi, anche dal periodo, in modo calcolabile solo quando le correnti sono sinusoidali. Si potrebbe in questi casi ricorrere, per tale determinazione, a un metodo di sostituzione. Se infatti all' autoinduzione

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo, diretto dal prof. D. Macaluso.

(2) Wied. Ann. 68, pag. 273, 1899.

ignota si sostituisce un' autoinduzione che possa variare in modo misurabile (rocchetti senza ferro e senza masse metalliche), e si rende la resistenza ohmica complessiva del circuito eguale alla primitiva, si avrà un suono della stessa altezza di prima solo quando l'autoinduzione variabile sarà eguale a quella cercata. Si può a questo modo facilmente determinare l' influenza che sull' autoinduzione ha la presenza del ferro.

L' effetto dell' autoinduzione sul numero di interruzioni non può essere però, anche seguendo le idee del Simon, solo quello esplicitamente indicato dalla sua formola; e infatti al variare dell'autoinduzione L varia anche la quantità di calore sviluppata, nell' atto della interruzione, all'anodo, sotto forma di scintilla di apertura; questa diviene p. es., più rumorosa e brillante al crescere dell' autoinduzione; e tale riscaldamento prodotto a intervalli rapidissimi all' anodo, deve modificare la C_1 che sarà perciò funzione di L. La formola del Simon non si presta quindi a un controllo sperimentale per quanto si riferisce ad L, e la sua teoria resta perciò incompleta su questo punto.

Ugualmente discutibile è la ipotesi secondo la quale la costante di tempo del circuito sarebbe una piccola frazione del periodo. Infatti, se nelle esperienze del Simon, in cui la resistenza del circuito era molto grande, ciò è ammissibile, non lo è più nei casi, che sono i più comuni, in cui la corrente viene interrotta prima che sia cessato il periodo variabile di chiusura.

2. Mettendo per ora da parte tale questione che sarebbe prematuro discutere completamente, l'uso dell' interruttore si presta per delle esperienze che possono presentare, da per sè, un certo interesse.

Esperienza 1ª. — In un circuito del quale facevano parte una batteria di accumulatori e l' interruttore di Wehnelt, era inserito un rocchetto di tre strati (filo di 2mm) nella cui cavità veniva secondo i casi introdotto un fascio di fili di ferro dolce avente il diametro di 5 cm. circa. Introducendo il ferro nella cavità, e facendo crescere la resistenza del circuito, il numero delle interruzioni decresce, e in tal modo si può perfino avere una interruzione ogni *cinque* o *sei* minuti secondi. Ciascuna interruzione è accompagnata da un colpo secco, analogo a quello che si ha con gli ordinari interruttori, mentre l'ago dell' amperometro segna una lieve perturbazione e riprende subito la posizione di prima. Aumentando ancora per poco la resistenza, la corrente passa in modo continuo nella vaschetta con elettrolisi silenziosa. Ciò avviene quando il calore svolto all' anodo non è più sufficiente a provocare l'evaporazione del liquido, perchè assorbito dalla intera massa. Facendo crescere, anche di pochissimo, l' intensità limite tra il passaggio continuo e il passaggio intermittente della corrente, intensità che chiamerò critica, le interruzioni aumentano rapidamente di numero. Questi fatti servono a precisare le idee del Simon, risultando da essi che già un piccolo eccesso sul calore propagato a tutta la massa con l' intensità critica, è sufficiente a produrre l' interruzione.

Esperienza 2ª. — Ripetendo l' esperienza prima senza il nucleo di ferro si può anche ottenere, per un valore opportuno della resistenza, elettrolisi silenziosa senza interruzioni; aumentando un poco l' intensità corrispondente, le interruzioni cominciano meno rumorose che nel caso precedente, per la diminuita auto-induzione del circuito, ma tuttavia abbastanza nette; però, se mentre passa la corrente senza interruzioni si introduce nella cavità il nucleo di ferro, anche lentissimamente, cominciano le interruzioni che arrivano a cinque o sei per secondo quando il ferro è totalmente introdotto. Portando via il ferro, le interruzioni cessano di prodursi. Or che il ferro modifichi la frequenza e il carattere delle interruzioni che si producono anche senza di esso si capisce; ma non mi sembra facile spiegare con la teoria termica, che esso provochi la produzione delle interruzioni nella corrente continua, che sarà solo indebolita durante l' introduzione del ferro, quando la quantità di calore svolta all'anodo non è maggiore di quella di prima.

Esperienza 3ª. — Sullo stesso nucleo di ferro sono avvolti due strati di filo grosso, i quali fan parte di un circuito che contiene anche una batteria di 50 accumulatori, l' interruttore di Wehnelt, e una resistenza non induttiva.— Le interruzioni producono un certo suono di cui si nota l' altezza.

Si sostituisce allora alla resistenza addizionale una resistenza eguale, avente però una induttanza di circa 46 millihenry (un rocchetto senza ferro). — Il suono si abbassa di una terza minore.

Quindi si dispone attorno al primo nucleo una spira circolare di filo di rame (di mm. 2,5) avente il diametro di 8 cm. Il suono riprende l'altezza di prima; basta cioè la presenza di una spira secondaria per diminuire la autoinduzione apparente del circuito avvolgente il nucleo di una quantità eguale a 46 millihenry, mentre essa era di circa 118 millihenry, come fu determinato col metodo esposto a pag. 13.

Esperienza 4ª. — Il polo positivo di una batteria di 48 accumulatori è rilegato al filino di platino dell' interruttore W ; all' altro elettrodo di questo il conduttore si biforca: in una derivazione è inserita la solita bobina N che avvolge il nucleo di fili di ferro; nell' altra un amperometro ed una elettrocalamita Rumkorff E. L' altro estremo del circuito E è rilegato con la placca negativa del 6° accumulatore, mentre quello del circuito N può rilegarsi a volontà, o alla stessa placca, o alla negativa del 1° accumulatore. Nel primo caso la corrente interrotta dall' apparecchio di Wehnelt si biforca nei due circuiti e nella branca E si ha una intensita media di 6,5 ampére [1]. Nel secondo caso si sovrappongono nella branca E la corrente

[1] Se le autoinduzioni dei due circuiti sono disuguali, si avrà all'atto della interruzione una corrente tra i due circuiti, diretta in quello di maggior autoinduzione, inversa nell'altro, cosicchè la intensità della corrente non raggiunge il valore zero nel primo e diventa negativa nel secondo. Le intensità medie nei due circuiti dipendono soltanto però, come dev'essere, dalle loro resistenze ohmiche.

variabile di prima e la corrente continua dovuta ai cinque accumulatori interposti tra i due circuiti derivati.

Questa seconda corrente, opposta alla prima, aveva per sè sola una intensità costante di 6,5 ampère. Per la sovrapposizione delle due si hanno nella branca *E* delle correnti alternate con circolazione nei due sensi di quantità eguali di elettricità; l'ago dell'amperometro resta a zero, e la elettro-calamita, che si magnetizzava fortemente per il passaggio dell'una o dell'altra delle due correnti, resta completamente smagnetizzata, come risulta sia dalla

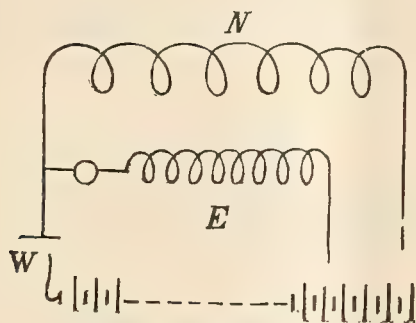



Fig. 1.

mancanza di attrazione su un fascetto di ferro dolce, sia dalla assenza del fenomeno di Faraday (rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce).

Disponendo i contatti in guisa che le correnti opposte, di intensità medie eguali, si sovrappongano non più nella branca *E* ma nella branca *N*, nella quale si trova, come si disse, un nucleo di fili di ferro, l'attrazione sul ferro dolce viene di molto indebolita, ma non annullata. Siccome in quest'ultimo caso erano evitate le correnti indotte nella massa, si potrebbe a prima vista attribuire la diminuzione di magnetizzazione avuta con la sovrapposizione delle due correnti a un ritardo della magnetizzazione del nucleo, per cui questo non seguirebbe le variazioni rapidissime del campo magnetizzante.

Di tale ritardo, presumibile dopo i risultati del Maurian [1] e di altri, non è necessario invocare l'esistenza per spiegare il fatto osservato, poichè la stessa cosa si sarebbe trovata anche se il ferro seguisse senza ritardo le vicissitudini del campo magnetizzante. Ed infatti la cosidetta *forza portante* del nucleo essendo proporzionale al quadrato dell'intensità di magnetizzazione, sarà anche proporzionale al quadrato della intensità della corrente, se si suppone costante la suscettività del ferro. Con una corrente periodicamente

[1] Annales de Ch. e Phys. (7), XIV, pag. 282, 1898.

variabile l' attrazione, si potrà poi ritenere proporzionale all' espressione

$$\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt$$

ove T è il periodo di variazione della corrente. Aggiungendo alla corrente variabile la corrente d' intensità costante — I, l' attrazione sarà proporzionale a

$$\frac{1}{T}\int_0^T (i - I)^2 dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^T i^2 dt + I\,(IT - 2\int_0^T idt)\right]$$

Siccome la quantità di elettricità totalmente passata in un senso è nulla, sarà

$$IT = \int_0^T idt$$

Quindi l' attrazione sarà proporzionale a

$$\frac{1}{T}\left[\int_0^T i^2 dt - I^2 T\right]$$

cioè sarà eguale alla differenza tra l' attrazione che sarebbe prodotta dalla corrente variabile e quella che sarebbe prodotta dalla corrente costante.

Si spiega così la diminuzione dell' attrazione nella massima parte del periodo.

Poichè anche all' effetto Joule si possono applicare (anzi rigorosamente) queste considerazioni, se ne deduce che con una disposizione analoga alla precedente si potrebbe in un circuito (ad es. il primario di un rocchetto) avere le stesse variazioni nella intensità della corrente con riscaldamento minore che nella disposizione ordinaria.

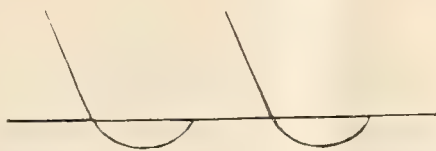
Esperienza 5ª. — Inviando nel primario di un trasformatore la corrente interrotta con l' apparecchio di Wehnelt, si ha nel secondario rilegato all' elettrocalamita una corrente alternata di circa 3 ampère d' intensità efficace, senza magnetizzazione sensibile del nucleo dell' elettrocalamita, mentre una corrente continua di pochi decimi di ampère produce una magnetizzazione notevole.

Questo fatto è da attribuirsi interamente alle correnti indotte negli strati superficiali del nucleo massiccio. Infatti, se il secondario del trasformatore è rilegato al primario di un rocchetto di Rumkorff di media grandezza (nel quale il nucleo di ferro è frazionato in fili) quando il secondario di questo è chiuso metallicamente, il nucleo non si magnetizza fortemente perchè, come è noto, i flussi magnetici creati dal primario e dal secondario sono opposti e di intensità quasi eguale; se però si portano gli estremi del secondario a

grande distanza in modo che tra loro non si abbiano scintille, il nucleo manifesta nettamente una non debole magnetizzazione.

Esperienza 7ª. — Un rocchettino è inserito nel circuito del secondario del trasformatore chiuso su una resistenza qualunque.

La forma delle curve rappresentanti la intensità della corrente in funzione del tempo si è studiata con un tubo di Braun diretto perpendicolarmente all' asse del rocchettino, e nel quale passa la scarica di una macchina Toepler a quaranta dischi.

Il cerchietto fluorescente prodotto dalla scarica viene esaminato con uno specchio girante; le curve vedute nello specchio hanno all' incirca la forma disegnata qui a fianco.

La teoria permette, facendo qualche ipotesi che si presenta come abbastanza verosimile, di trovare una formola che dà la intensità nel secondario in funzione del tempo e delle costanti relative ai circuiti.

Siano L, R la induttanza e la resistenza del primario, E la forza elettromotrice agente in esso; L′, R′ la induttanza e la resistenza del secondario nel quale si suppone non esistano altre forze elettromotrici; M il coefficiente di induzione mutua dei due circuiti, i ed i' le intensità delle rispettive correnti.

Le leggi dell' induzione dànno

$$(1)\quad \begin{cases} L\dfrac{di}{dt} + M\dfrac{di'}{dt} + Ri - E = 0 \\ L'\dfrac{di'}{dt} + M\dfrac{di}{dt} + R'i' = 0 \end{cases}$$

Queste equazioni ammettono, come è noto, degli integrali generali dati dalle relazioni

$$(2)\quad \begin{cases} Ri - E = Ae^{\varrho t} + Be^{\varrho' t} \\ R'i' = A'e^{\varrho t} + B'e^{\varrho' t} \end{cases}$$

ove A, B; A′, B′, sono costanti determinabili con l' assegnare valori particolari al tempo, e ϱ, ϱ' sono le due radici, entrambe negative, dell' equazione

$$(LL' - M^2)\varrho^2 + (L'R + LR')\varrho + RR' = 0 .$$

La determinazione delle costanti può farsi nel nostro caso in base alle considerazioni seguenti.

Risulta dall' esperienza che a ogni periodo c' è un istante in cui la intensità si annulla nel circuito primario, e che dopo un tempo praticamente trascurabile, la resistenza nella vaschetta riprende il suo valore normale; si prenda tale istante come origine dei tempi e sia i'_0 il valore che allora acquista i' nel secondario. Le equazioni (1) e (2) dànno:

$$\frac{L}{R}(A\varrho + B\varrho') + \frac{M}{R'}(A'\varrho + B'\varrho') = E$$

$$\frac{M}{R}(A\varrho + B\varrho') + \frac{L'}{R'}(A'\varrho + B'\varrho') = -i'_0 R'$$

$$A + B = -E$$

$$A' + B' = Ri'_0$$

Si deduce da queste equazioni per la corrente secondaria:

$$(3) \qquad A'(\varrho' - \varrho) = \frac{Li'_0R' + ME}{R}\varrho\varrho' - R'i'_0\varrho'$$

e

$$(4) \qquad i' = \frac{1}{R'}[A'e^{\varrho t} + (i'_0R' - A')e^{\varrho' t}].$$

Per la determinazione di i' bisogna quindi conoscere i'_0. Ora, come risulta dalle esperienze del Wehnelt, essendo il tempo in cui l'intensità passa dal valore massimo a zero, piccolissimo rispetto alle costanti di tempo dei due circuiti, si può ammettere che i'_0 differisca poco dal valore che corrisponde all'istante in cui comincia l'interruzione della corrente primaria, valore che è dato, come è noto, dall'espressione

$$i'_0 = \frac{M}{L'}I$$

indicando con i il valore dell' intensità nel primario all' istante della rottura. In questa ipotesi, le (3) e (4) divengono

$$(3') \qquad A'(\varrho' - \varrho) = \frac{M}{L'R}[RR' + (LR' + L'R)\varrho]I$$

e

$$(4') \qquad i' = \frac{A'}{R'}(e^{\varrho t} - e^{\varrho' t}) + \frac{M}{L'R'}Ie^{\varrho' t}.$$

Il valore di I è anch'esso ignoto. Il Simon ammette che nel primario la corrente raggiunga, anzi presto, il valore che corrisponde alla forza elettromotrice E e alla resistenza R, e ciò è probabile quando R è piuttosto grande, e la presenza del secondario attenua l'autoinduzione apparente del primario.

In tali condizioni, cioè ammettendo che sia

$$I = \frac{E}{R}$$

le (3') e (4') divengono

$$A'(\varrho' - \varrho) = \frac{ME}{L'R^2}\,[RR' + (LR' + L'R)\,\varrho]$$

$$i' = \frac{A'}{R'}(e^{\varrho t} - e^{\varrho' t}) + \frac{ME}{L'R}\,e^{\varrho' t}$$

Queste formole risolvono il problema. Esse valgono per ciascun periodo successivo.

Fisica. — *Correnti dissimetriche ottenute nel secondario di un trasformatore, interrompendo nel primario la corrente con l'apparecchio di Wehnelt* [1]. Nota del dott. O. M. Corbino, presentata dal Socio Blaserna.

1. La corrente di una batteria di accumulatori si propaghi attraverso all'interruttore di Wehnelt e al primario di un trasformatore a circuito magnetico aperto (bobina a due avvolgimenti [2] con nucleo di fili di ferro).

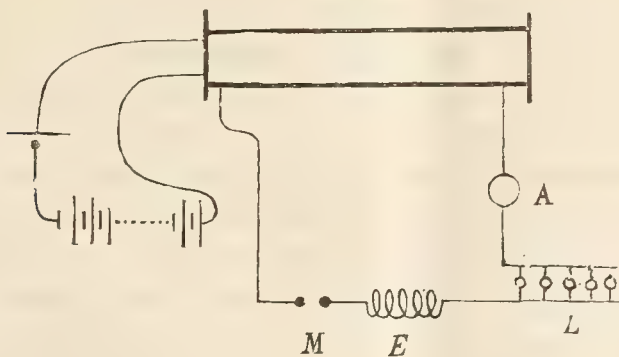



Fig. 1.

Il secondario fa parte di un circuito che comprende una elettrocalamita E, un micrometro a scintille M, un amperometro A ed una batteria L di lampade a incandescenza in derivazione. Al posto di M, le cui palline distano

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di fisica della R. Università di Palermo, diretto dal prof. D. Macaluso.

(2) Il primario ha 266 spire, il secondario 660.

pochi decimi di millimetro, si può, con una disposizione facile a comprendersi, sostituire bruscamente un corto filo metallico, nel qual caso si ha nel circuito una corrente alternata dell'intensità efficace di tre ampère, l'amperometro non devia e l'elettrocalamita non si magnetizza, come ebbi a riferire in un'altra Nota.

Se in tali condizioni si sostituisce bruscamente il micrometro M al filo metallico, si producono i seguenti fatti:

1°) Una scintillina bluastra brillantissima scocca tra le palline; il suo aspetto è simile a quello di un arco voltaico ottenuto con una forza elettromotrice continua. Esaminato tale arco allo specchio girante, si manifesta intermittente, ma *ciascun tratto luminoso si prolunga per più di una metà dell'intervallo tra due illuminazioni successive*, mentre la incandescenza dell'anodo nell'interruttore risulta formata di illuminazioni brevissime, quasi istantanee.

2°) L'amperometro segna una deviazione costante di parecchi ampère nel senso che corrisponde alle correnti indotte di apertura.

3°) La elettrocalamita si magnetizza fortemente.

4°) La illuminazione nelle lampade AUMENTA in modo evidente, rivelando un aumento della intensità efficace del circuito, come risulta anche dall'aumento della deviazione in un elettrometro Mascart, di cui una coppia di quadranti e l'ago son rilegati a un estremo delle lampade, l'altra coppia all'altro estremo.

5°) Il suono reso dall'interruttore si abbassa lievemente (il numero di vibrazioni corrispondente diminuisce appena di $^1/_{20}$). Il suono era però sempre molto più alto di quello che si sarebbe avuto col circuito secondario aperto, nel qual caso, come si sa, la induttanza del primario non è alterata dalla presenza del secondario.

6°) Continuando l'esperienza per qualche tempo, a un certo punto si osserva una trasformazione notevolissima nell'aspetto delle scintille. L'arco bluastro è sostituito da una macchia color porpora che copre, con lievi ramificazioni una calotta della pallina rilegata a quell'estremo del secondario, che si comporta da negativo rispetto alle correnti di apertura; e mentre era prima silenziosa, dà ora luogo a un suono della stessa altezza di quello dell'interruttore; questo suono è però più basso, rispetto a quello di prima, di circa una settima diminuita (i numeri di vibrazioni relativi stanno nel rapporto di 12 a 21); la scintilla stessa diviene istantanea; diminuisce tanto la illuminazione alle lampade che la deviazione all'amperometro; infine, in brevissimo tempo la pallina, che chiamerò negativa per le correnti di apertura, (massiccia e del diametro di circa 14 mm.) si arroventa interamente passando al di là del rosso. Anche una pallina massiccia del diametro di circa 25 millimetri, sebbene in un tempo più lungo, si scalda fino al rosso.

Sopprimendo la elettrocalamita nel circuito e sostituendo al suo posto una autoinduzione senza ferro, si hanno gli stessi fenomeni; se poi si sopprime del tutto la resistenza induttiva esterna, i fenomeni si producono con lo stesso carattere ma con maggiore intensità; solo non si prestano comodamente allo studio poichè appena per il riscaldamento e la conseguente dilatazione delle aste che reggono le palline queste vengono in contatto, il secondario si trova chiuso in corto circuito, e per la grande diminuzione che ne segue nell' induttanza apparente del primario, l' interruttore si arresta.

2. Agli estremi S, S' del secondario si rilegano due circuiti derivati; uno contiene l' elettrocalamita E e un amperometro A, nell' altro una piccola autoinduzione L, il micrometro a scintille M e un altro amperometro A.

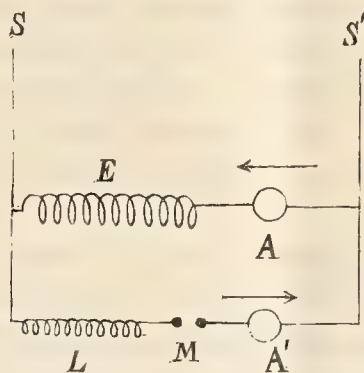



Fig. 2.

Si produce anche adesso tra le palline, distanti alcuni decimi di millimetro, l' arco bleu brilantissimo, e si osserva in A' una deviazione nel senso delle correnti di apertura (6 ampére) e in A' una deviazione *opposta* (4 ampére).

Interrompendo il circuito di E, aumenta lievemente la corrente segnata da A'. Al micrometro si producono gli stessi fenomeni dianzi descritti.

3. Tutti questi fatti consentono due interpretazioni ugualmente verosimili.

Data la durata brevissima dell' interruzione della corrente primaria, come risulta dalla forma delle curve dell' intensità relativa, la forza elettromotrice nel secondario sarà molto più grande all' apertura che alla chiusura della corrente primaria.

È quindi possibile che attraverso all' interruzione passino le sole correnti di apertura e non quelle di chiusura; si spiegherebbe così la deviazione all' amperometro e la magnetizzazione del nucleo dell' elettrocalamita. E ci potremmo anche render conto dell' esperienza dei due circuiti derivati (§ 2), osservando che il sistema dei due circuiti formerebbe come un separatore di

correnti; la corrente di apertura, incontrando grande resistenza per la forte autoinduzione della branca E, preferirebbe la via MA', superando la resistenza alla scarica dell' aria interposta tra le palline; invece la corrente di chiusura di minore forza elettromotrice e di maggior durata, preferirebbe la via del circuito metallico.

Avremo così nei due circuiti due correnti interrotte, forse unilaterali, corrispondenti l' una all' apertura, l' altra alla chiusura del primario.

4. Per l' altra interpretazione si ammetterebbe che tra le palline passino tutte e due le correnti indotte, e che per il modo del loro passaggio si sviluppi nell' arco una forza elettromotrice nel senso di quelle di apertura; a questa sarebbero dovuti i fenomeni descritti nei due primi paragrafi.

Che nelle presenti esperienze attraverso all' arco prodottosi tra le palline passino con le correnti di apertura anche quelle di chiusura, è reso verosimile dal fatto che, pur essendo intermittente, l' arco dura per poco più di metà del periodo, fino a che cioè, per la raggiunta costanza della corrente primaria, si annulla interamente il processo induttivo nel secondario (1).

Siccome però le due correnti inverse non si propagano nelle medesime condizioni, può avvenire, come avviene, che uno degli elettrodi si scaldi più dell' altro.

Ma da alcune esperienze di Jamin e Maneuvrier (2) sull' arco voltaico ottenuto con correnti alternate, risulta che se i due elettrodi si riscaldano inegualmente, per differanza di natura o di dimensioni, un amperometro inserito nel circuito segna il passaggio di una corrente continua dall' elettrodo freddo all' elettrodo caldo, dovuta, secondo il Jamin stesso, alla forza controelettromotrice dell' arco, la quale sarebbe ineguale nei due sensi per l' ineguale riscaldamento degli elettrodi. È possibile quindi che anche nelle mie esperienze la corrente segnata dall' amperometro sia dovuta ad una forza elettromotrice generata nell' arco e diretta dalla pallina fredda alla calda, cioè nel senso che corrisponde alle correnti di apertura. La dissimmetria creata nelle esperienze di Jamin e Maneuvrier dalla diversità di natura o di dimensioni degli elettrodi, sarebbe qui dovuta alla disuguaglianza delle forze elettromotrici inverse.

5. Che la scintilla avente l' aspetto di arco voltaico possa dar luogo anche al passaggio della corrente di chiusura, oltre che da quanto fu sopra detto, risulterebbe ancora dalla esperienza seguente.

Si rilega la batteria di accumulatori e l' interruttore al primario di un rocchetto di Runkorff di media gradezza. Gli estremi del secondario fanno

(1) Che dopo metà del periodo l'intensità nel primario abbia raggiunto il suo valore normale, e che quindi in questo tempo si siano prodotte nel secondario tanto la corrente di apertura che quella di chiusura, risulta dalle curve ottenute, *con arco voltaico nel secondario*, dallo stesso Wehnelt. V. Wied. Ann. 68, pag. 253, fig. 9, 1899.

(2) Journ de Phys. [2], t. 1. pag. 437, 1882.

capo a due palline di uno spinterometro; tra queste, per una deteminata distanza si produce, com' è noto, la scarica sotto l' aspetto di una fiamma arcuata e in apparenza continua: si hanno all' incirca 2500 interruzioni a secondo. Se in queste condizioni si rilegano alle palline con due pezzi di filo grosso le armature di due ordinarie bottiglie di Leyda disposte in cascata e si chiude il circuito, la prima scintilla è rumorosa e brillante, le altre assumono lo stesso aspetto che presentavano senza bottiglie. Soffiando però vivamente sulla fiamma, essa si trasforma in un torrente fragoroso di scintille brillantissime; per una grande distanza esplosiva poi le scintille assumono spontaneamente il secondo aspetto.

Da questa esperienza si può trarre una deduzione importante.

Data la grandissima frequenza delle scintille, l' aria resterebbe modificata da una scintilla alla successiva in modo tale da stabilire come un corto circuito permanente tra le palline, rendendo così vana la presenza delle bottiglie. Queste entrerebbero in funzione col getto di aria che rinnova continuamente quella frapposta alle palline.

Non mi sembra quindi esatto ritenere, come si fa generalmente, che in questa esperienza passino solo le scintille di apertura; poichè se l' aria modificata dalla prima scintilla di apertura resta conduttrice fino alla successiva, tanto da rendere inutile la presenza delle bottiglie, a maggior ragione permetterà il passaggio della corrente di chiusura che segue subito la prima. Nei tubi di Crookes, è vero, si ha passaggio della scarica in un solo senso; ma si hanno allora tutt' altre condizioni che all' aria libera; infatti per una grande distanza esplosiva, o per un getto di aria che trascini rapidamente il gas modificato, passano solo le correnti di apertura.

6. Un altro argomento favorevole all' ipotesi del passaggio di entrambe le correnti indotte è dato da una osservazione del Wehnelt. Quando tra gli estremi del secondario si produce questa specie di fiamma arcuata, la curva delle correnti primarie assume un aspetto caratteristico che manifesta essersi raggiunta rapidamente l' intensità normale appena dopo la chiusura.

Ciò si spiega col passaggio della scarica nei due sensi, osservando che se il secondario resta chiuso anche nel periodo di chiusura del primario, l' autoinduzione apparente di questo viene diminuita ancora in tale periodo, e quindi rapidamente si raggiungerà l' intensità normale.

La fiamma agli estremi del secondario lo chiuderebbe dunque in modo permanente; e in corrispondenza il suono reso dall' interruttore resta sensibilmente lo stesso come se l' autoinduzione del primario fosse sempre piccola. Questo fu constatato, come si disse, sostituendo nelle esperienze precedenti alla scintilla del micrometro un filo conduttore..

Se passassero invece le sole correnti di apertura, l' autoinduzione del primario sarebbe solo diminuita nell' atto dell' interruzione, senza nessun effetto *importante* sul funzionamento, mentre alla nuova chiusura il primario con-

serverebbe la sua grande autoinduzione, e il numero di interruzioni dovrebbe diminuire di molto rispetto a quello che si ha col filo metallico.

7. Un forte argomento contro l'ipotesi del passaggio delle sole correnti di apertura, è dato dalla impossibilità di spiegare con essa l'aumento notevole dell'intensità efficace nel secondario per la presenza della scintilla, poichè si dovrebbe avere invece una diminuzione, sia perchè manca l'energia sviluppata dalle correnti di chiusura, sia perchè nelle palline viene assorbita una quantità notevole di energia, tale da determinare in breve l'arroventamento di una delle palline. Certamente la spiegazione di questo aumento della potenza svolta nel secondario per l'interposizione di una scintilla non è semplice, anche con l'ipotesi del doppio passaggio, nè ho ancora gli elementi necessari per tentarla; ma mi pare sia veramente impossibile riuscirvi con la prima.

8. Ho tentato di inserire nel secondario oltre all'interruzione una grande forza elettromotrice continua, tale da annullare la corrente indicata dall'amperometro. Con 110 volt dati da una batteria di accumulatori non son riuscito che a produrre una lievissima diminuzione della intensità della corrente, che conservava però il senso di prima. Questo dimostra che nella scintilla da un canto era molto grande la resistenza, e che anche grande era la presunta forza elettromotrice in essa sviluppata; si sa del resto che con una corrente alternata la quale produceva un arco tra carbone e mercurio, il Jamin riuscì ad annullare la corrente continua solo con una batteria di 120 elementi Bunsen.

Invertendo, nelle mie esperienze, il senso della forza elettromotrice aggiunta, si produceva un piccolo aumento dell'intensità. Osservando nei due casi allo specchio girante l'arco, che senza forza elettromotrice aggiunta si presenta intermittente e dura per una metà circa del periodo, con la forza elettromotrice, se opposta, diviene più breve, se nello stesso senso diviene più lungo. Interrompendo infine la corrente nel primario del trasformatore, nel secondo caso continua il passaggio della corrente dovuta alla forza elettromotrice aggiunta e attraversante l'arco del micrometro, cessa invece nel primo; quindi l'arco si spegne in questo, persiste nell'altro caso. Su queste particolarità mi riserbo di tornare in seguito.

9. Ho anche tentato di risolvere la questione del semplice passaggio delle correnti di apertura o del passaggio di entrambe le correnti indotte, esaminando la curva che rappresenta la corrente secondaria. Un rocchetto senza ferro percorso dalla corrente stessa aveva il suo asse normale a quello di un tubo di Braun, eccitato da una macchina Toepler a 40 dischi. Sostituendo al posto del micrometro a scintille il filo metallico, il cerchietto fluorescente si spostava lungo una striscetta dissimmetricamente da una parte e dall'altra della sua posizione normale. Interponendo invece la scintilla nel circuito, esso si spostava da una parte sola, il che si potè accertare con

grande precisione, fissando sullo schermo stesso del tubo con un cannocchiale la posizione normale del cerchietto.

Questo fatto potrebbe far credere in modo decisivo al passaggio delle sole correnti di apertura. Si deve però tener presente, che, ammettendo l'altra ipotesi, del passaggio cioè di entrambe le correnti, questo durerebbe solo per una parte del periodo, poichè a un certo punto l'intensità nel primario raggiunge praticamente la sua intensità normale e nel secondario si annullano le correnti indotte. È quindi naturale che in quest' ultima parte del periodo il cerchietto si riporti alla sua posizione normale, mentre durante la permanenza dell'arco, sovrapponendosi alle correnti nei due sensi la corrente unilaterale di cui si è ammessa l' esistenza, la corrente risultante potrebbe essere sempre in un senso, e conseguentemente il cerchietto potrebbe eseguire le sue oscillazioni solo da una parte della posizione normale.

Della forma delle curve, la quale fu osservata comodamente senza scintilla nel secondario, non potè essere continuato lo studio con la scintilla nel circuito per un guasto sopravvenuto nel tubo. Riprenderò la questione appena questo sarà riparato.

Fisica terrestre. — *Il terremoto di Balikesri (Asia M.) del 14 settembre 1896.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Socio Tacchini.

Balikesri è la sola località conosciuta, dove il terremoto abbia prodotto qualche danno, raggiungendo il grado 7-8° della scala *De Rossi-Forel.* È molto probabile che l'epicentro cada vicino a questa località, ed in cifra tonda si può dire che il medesimo si trovi a 40° di lat. N ed a 28° di long. E da Greenwich. Il movimento sismico, più o meno indebolito, fu segnalato fino a Smirne verso il sud, Jeniscehir verso l' est, Adrianopoli verso il nord e l' isola di Metelino verso l' ovest, ciò che porta a circa 125000 Km.^{2} la porzione della superficie terrestre posta in più o meno sensibile oscillazione e racchiusa approssimativamente in un cerchio di 200 km. di raggio, col centro nello stesso epicentro.

La scossa si effettuò in due riprese, come risulta nettamente dalla relazione di parecchie località; ciò deve senza dubbio aver contribuito a che la medesima sia sembrata molto lunga in altri luoghi, situati ad una ragguardevole distanza dall' epicentro.

Le onde sismiche, generate da questa commozione, furono ancora capaci di perturbare più o meno lievemente delicatissimi apparecchi installati in Russia, in Italia ed in Germania. Ma i preziosi dati orarî, che dai medesimi si ricavarono, non si sarebbero potuti in niun modo utilizzare, senza la fortunata circostanza dell' aver funzionato uno dei sismoscopî della stazione

sismica da me stesso fondata a Costantinopoli, a circa 150 km. dall'epicentro, poichè tutti gli altri dati orarî osservati qua e là direttamente dalle persone non possono offrire sufficiente esattezza.

Il sismoscopio di Costantinopoli si scaricò a $0^h22^m40^s$ pom. $\pm 10^s$ (t. m. l.), come risultò da esatto confronto ch'io stesso feci tra l'orologio sismoscopico ed il cronometro campione, regolato di tanto in tanto mediante osservazioni solari con il sestante. Siccome il principio della perturbazione si riscontrò sul fotogramma del pendolo orizzontale di Nicolaiew solo $1^m,4$ e sul sismogramma del microsismografo di Padova $2^m,6$ più tardi dell'ora predetta, così tenendo conto della maggiore distanza, rispettivamente di 700 e 1300 km. di queste due località dall'epicentro in confronto di Costantinopoli, risulta una velocità media e superficiale di circa km. 8 $^1/_3$ al secondo per le onde più veloci.

Un valore poco diverso venne fuori anche per le velocità apparenti di altri due terremoti consimili che dall'Asia M. riuscirono a propagarsi fino in Europa (¹), e con ciò mi sembra ormai bene assodato il fatto che anche quando s'abbia da fare con distanze di propagazione che non sorpassino neppure 2000 km., si possono ottenere velocità apparenti considerevolissime, quali sono quelle che si avvicinano ai 10 km. al secondo. Stando al prof. Milne, velocità così ragguardevoli non dovrebbero ottenersi se non quando le onde sismiche si propaghino fino ad 8000-11000 km. di distanza dall'epicentro; e per distanze assai minori, ad es. fino a 2000 km., la velocità delle onde più rapide (*preliminary tremors*) non dovrebbe sorpassare 2-3 km.

Paragonando l'ora di Costantinopoli con il principio della perturbazione, provata dal pendolo orizzontale di Strasburgo a ben 1850 km. dall'epicentro, si ottiene una velocità apparente di soli 5,8 km.; ed un valore alquanto più piccolo (5,2 km.) vien fuori per i pendoli orizzontali a registrazione meccanica d'Ischia, che si trova alla distanza di 1200 km. soltanto dall'epicentro.

A mio modo di vedere, queste minori velocità, in confronto di quella trovata per Nicolaiew, possono dipendere dalla maggior distanza delle due prime località per rispetto all'ultima, ciò che ha fatto sì che le primissime onde sismiche, le quali sono state capaci di perturbare l'apparecchio di Nicolaiew, sono arrivate troppo indebolite per influenzare gli strumenti d'Ischia e di Strasburgo. Che se poi sussiste il fatto che per Padova, la quale per distanza dall'epicentro si trova compresa tra Ischia e Strasburgo, s'è potuto ottenere una velocità quasi identica a quella di Nicolaiew, ciò si potrebbe spiegare con una maggiore sensibilità del microsismografo di Padova, come s'è visto in tanti altri terremoti.

(¹) G. Agamennone, *Sulla velocità di propagazione del terremoto d'Aidin (Asia M.) del 19 agosto 1895*. Rend. della R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. VII, pag. 67-73, seduta del 6 febbr. 1898. — Id. *Vitesse de propagation du tremblement de terre d'Amed (Asie M.) du 16 avril 1896*. Boll. della Soc. Sism. Ital. Vol. II, 1896, pag. 233-250.

Le velocità precedenti si riferiscono assai probabilmente alle sole onde di compressione o longitudinali della teoria. Velocità ben più modeste vengono fuori quando si consideri la porzione dei sismogrammi relativa all' arrivo d' ondulazioni assai più lente e che sembrano propagarsi alla stessa superficie terrestre a mo' delle onde sull' oceano. Per la fase massima di queste onde così caratteristiche si ottiene una velocità media di circa km. $2\,^1/_2$, valore questo che concorda benissimo con quelli trovati per altri terremoti.

Basandosi sui sismogrammi di Padova, parrebbe inoltre che la lunghezza d' un' onda completa dell' ultimo genere di movimento sia stata d' una quindicina di chilometri soltanto, e che l' elevazione e l' abbassamento del suolo siano stati addirittura insignificanti in confronto d' altri terremoti più ragguardevoli.

Questi sono i risultati d' un mio studio che sarà fra poco pubblicato in lingua francese nel Vol. V del Boll. della Soc. Sism. Italiana. I dati poi che mi hanno servito per detto studio, si troveranno in altra mia Memoria recentemente stampata [1].

Il socio prof. TACCHINI fa rilevare l' importanza di questa Nota del dott. Agamennone, in special modo per ciò che riguarda la velocità apparente elevatissima che risulta spettare alle prime onde sismiche, capaci di perturbare in modo visibile i più delicati strumenti che oggi si conoscono, anche nel caso di propagazione limitata di terremoti, per es. fino a distanze non eccedenti neppure i 2000 km.

Questo è un fatto nuovo di cui bisogna assolutamente tener conto nelle nuove ipotesi che si vanno oggi facendo intorno al meccanismo di propagazione delle commozioni sismiche, e nelle ricerche sempre difficili sulla natura degli strati profondi del nostro globo.

Che il movimento sismico si possa propagare con velocità considerevolissime, è stato recentemente confermato anche in terremoti d' un'estensione ancor più ristretta di quelli che da parecchi anni va studiando l'Agamennone. Infatti, da una Nota presentata nella scorsa seduta dal Socio Tacchini, sul terremoto Laziale del 19 luglio di quest' anno, risulta che le onde sismiche hanno impiegato circa mezzo minuto per arrivare fino a Firenze, ad una distanza cioè di 250 km. dall' epicentro, e solo poco più d' un minuto per giunger fino a Padova che se ne trova distante per ben 400 km. Di qui verrebbero fuori velocità apparenti, anche superiori ai 5 km. al secondo.

[1] *Liste des tremblements de terre qui ont été observés en Orient et en particulier dans l'Empire Ottoman pendant l'année 1896,* par M. G. Agamennone, directeur de l'Observatoire Géodynamique de Rocca di Papa (près de Rome). Beiträge zur Geophysik. Zeitschrift für physikalische Erdkunde herausgegeben von prof. dott. G. Gerland, IV Band, Leipzig, 1899.

Tutto ciò fa vedere l' importanza che si connette ad ulteriori perfezionamenti degli strumenti sismici, se non fosse altro per ciò che concerne la loro sensibilità. A tale riguardo è da riflettere quanto siasi progredito in questi ultimi anni in Italia, dove malgrado che la registrazione sia meccanica, vale a dire ad inchiostro su carta bianca, oppure mediante aghi su carta affumicata, non solo non vanno perdute le più lievi ondulazioni sismiche capaci d' influenzare appena i pendoli orizzontali fotografici, ancora in favore presso alcuni Osservatorî d' Europa, ma è possibile non di rado di registrarne altre ancor più deboli e più veloci che sfuggono ai predetti strumenti, sebbene a registrazione fotografica.

Morfologia. — *Cambiamenti morfologici dell' epitelio intestinale durante l' assorbimento delle sostanze alimentari.* Nota di Pio Mingazzini, presentata dal Socio Todaro.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

P. B.

INDICE DEL VOLUME VIII, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1899 — 2º Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

B

C

L

INDICE PER MATERIE

P

Z

ERRATA-CORRIGE

Nella carta sismica di pag. 5, fasc. 1°, vol. VIII, 2° sem. 1899, i numeri delle curve scritti nella direzione SW debbono essere: *6, 5, 4, 3, 2* invece di *7, 6, 5, 4, 3*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 1°

2° SEMESTRE.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 2 luglio 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 1°
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 3°-4°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa e Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 2 luglio 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 2°

2° Semestre.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 16 *luglio* 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*.
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*.
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-VIII. (1892-99) 2º Sem. Fasc. 2º
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 3º-4º.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

RENDICONTI — Luglio 1899.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 16 luglio 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 3°

2° SEMESTRE.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 6 agosto 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumonola responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2º Sem. Fasc. 3º
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 3º-4º.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 6 agosto 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

ELEZIONI DI SOCI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 4°

2° Semestre.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 20 agosto 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumonola responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 4°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 20 agosto 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 5°

2° Semestre.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 3 *settembre* 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumonola responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 5°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5°-6°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 3 settembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ERRATA-CORRIGE

Nella carta sismica di pag. 5, fasc. 1°, vol. VIII, 2° sem. 1899, i numeri delle curve scritti nella direzione SW debbono essere: *6, 5, 4, 3, 2* invece di *7, 6, 5, 4, 3.*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 6°

2° Semestre.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 17 *settembre* 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 6°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 17 settembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 7°

2° Semestre.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 1° ottobre 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2º Sem. Fasc. 7º.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5º-6º.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 1º ottobre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VIII.° — Fascicolo 8°

2° SEMESTRE.

Comunicazioni pervenute all' Accademia sino al 15 *ottobre* 1899.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto. è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 8°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5°-6°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 15 ottobre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 novembre 1899.

Volume VIII.° — Fascicolo 9°

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 9°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 5°-6°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 novembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 19 *novembre* 1899.

Volume VIII.° — Fascicolo 10°

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 10°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 7°-8°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

RENDICONTI — Novembre 1899.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 19 novembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 dicembre 1899.

Volume VIII.° — Fascicolo 11°

2° Semestre.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2° Sem. Fasc. 11°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 7°-8°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 dicembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

// ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCXCVI.
1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 dicembre 1899.

Volume VIII.° — Fascicolo 12°
e Indice del volume.

2° Semestre.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VIII. (1892-99) 2º Sem. Fasc. 12º.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII. (1892-99) Fasc. 7º-8º.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. II.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 dicembre 1899.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.